

# Université de Toulouse



En vue de l'obtention du

## DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

**Délivré par :** Institut National Polytechnique de Toulouse **Spécialité :** Réseaux, Télécommunication, Système et Architecture

> présentée et soutenue par : HO Anh Tai le : 30 Mars 2009

**Titre :** Application des techniques multiporteuses de type OFDM pour les futurs systèmes de télécommunications par satellite

#### JURY :

Yves DELIGNON Jean-François HELARD Mathieu DERVIN Xavier DEPLANCQ Marie-Laure BOUCHERET Nathalie THOMAS Professeur à Télécom Lille 1RapporteuProfesseur à l'INSA de RennesRapporteuIngénieur de Recherche, Thales, ToulouseExaminateIngénieur de Recherche, CNES, ToulouseExaminateProfesseur à l'INPT, ToulouseDirectriceMaître de Conférence à l'INPT, ToulouseCodirectri

Rapporteur Rapporteur Examinateur Examinateur Directrice de thèse Codirectrice de thèse

Ecole doctorale : Mathématiques, Informatique, Télécommunications de Toulouse Unités de recherche : IRIT/ENSEEIHT - TéSA Directrice de Thèse : Marie-Laure BOUCHERET Rapporteurs : Yves DELIGNON, Jean-François HELARD

pour ma famille pour mes années passées à Toulouse

# Remerciements

Je voudrais commencer par remercier les professeurs Yves Delignon et Jean-François Hélard qui ont accepté de juger mon travail de thèse et pour les remarques pertinentes qu'ils ont faites lors de la soutenance.

Je remercie également Mathieu Dervin et Xavier Deplancq pour leur suivi de ma thèse. Leur regard "industriel" ainsi que leurs remarques tout au long de ces trois années de travail m'ont aidé non seulement à progresser dans mon travail mais aussi à élargir mes connaissances.

Je voudrais ensuite exprimer ma profonde reconnaissance à Marie-Laure Boucheret, ma directrice de thèse, pour sa bonne conduite de cette thèse et ses innombrables idées. Je remercie aussi Nathalie Thomas, ma codirectrice de thèse, pour son soutien quotidien pendant ces trois années ainsi que ses inoubliables feuilles vertes aggrafées.

C'est par erreur si j'oublie les personnels des laboratoires TéSA et IRIT. Je vous remercie de votre accueil et de votre humeur quotidienne. Avec vous, j'ai passé des moments bien agréables. Vous allez me manquer.

Je remercie aussi la communauté vietnamienne à Toulouse, sans vous, je ne sais pas si cette thèse a pu être terminée.

Et enfin, merci à ma famille qui m'a toujours fait confiance. C'est pour vous que je dédie cette réussite.

# Résumé

Cette thèse étudie la possibilité d'appliquer les techniques de modulations multiporteuses de type OFDM dans les futurs systèmes de communications par satellite. Elle traite notamment du problème de synchronisation au niveau récepteur pour les systèmes de diffusion par satellite en bande Ka. L'objectif est de proposer une structure de réception ayant besoin du moins de ressources possibles pour synchroniser afin d'optimiser l'efficacité spectrale du système et obtenir un gain par rapport à un système monoporteuse. Une première partie du travail consiste à proposer et valider la structure de synchronisation. Ses performances en termes d'efficacité spectrale sont ensuite évaluées et comparées avec celles du DVB-S et du DVB-S2. Pour finir une étude de la complexité calculatoire de la structure proposée est menée.

Les sources d'erreurs de synchronisation ayant été identifiées et leur impact sur les performances du système évalué, il s'avère que, mis à part l'erreur de fréquence horloge, les autres erreurs de synchronisation doivent être estimées et corrigées. La transmission en mode continu dans un système de diffusion par satellite permet l'utilisation d'une structure bouclée de type Non-Data-Aided en réception pour corriger les erreurs de synchronisation. Ceci évite l'utilisation de pilotes et permet ainsi d'améliorer l'efficacité spectrale du système. Cependant, cette structure de type aveugle nécessite une première étape de synchronisation grossière afin de limiter les interférences inter-symboles et inter-porteuses pouvant conduire à une non convergence des boucles. Le procédé de synchronisation global s'effectue donc en deux étapes : une étape de synchronisation grossière utilisant l'intervalle de garde et quelques pilotes, suivie d'une étape de synchronisation plus fine utilisant des boucles de type Non-Data-Aided.

L'étape de synchronisation grossière est dimensionnée (durée de l'intervalle de garde et nombre de pilotes) pour atteindre les performances d'estimation nécessaires à la convergence des boucles de la structure de synchronisation fine, tout en optimisant l'efficacité spectrale. L'efficacité spectrale obtenue est comparée avec celle des systèmes DVB-S et DVB-S2.

Les performances de l'étape de synchronisation fine, en termes de dégradation du taux d'erreur binaire due aux erreurs de synchronisation, sont évaluées en l'absence puis en présence de bruit de phase. Les points de fonctionnement de la structure proposée sont donnés en utilisant les gabarits de bruit de phase des normes DVB-S2 et DVB-SH. Un gabarit de bruit de phase de Wiener conduisant aux gigues acceptées par le DVB-S2 à l'entrée du décodeur est établi. Le temps d'accrochage, ainsi que la complexité calculatoire, de la structure proposée sont également évalués.

### Abstract

This thesis studies the applicability of OFDM techniques for future satellite telecommunications systems. In particular, he treats the synchronization problem at the receiver for satellite broadcasting systems in Ka band. The system uses QAM modulation with M phase stages and works in continuous mode, at small signal to noise ratio (typically at  $E_b/N_0 = 0dB$ ). The main objective of this thesis is to propose a receiver synchronization structure using as least resources as possible in order to optimize spectral efficiency. Two studies are carried out. The first study consists of proposing and validating a synchronization structure in the aim of optimizing spectral efficiency. The second study evaluates the performance of this structure then, compares it with existing standards such as DVB-S and DVB-S2 in terms of spectral efficiency.

For first study, synchronization errors have been identified and their impact on system performance evaluated. These results prove that excepting clock frequency error, other synchronization errors have to be estimed and corrected. The transmission in continuous mode for fixed satellite broadcasting system allows the use of NDA (Non-Data-Aided) loop structure in order to avoid the use of pilots, then improve spectral efficiency. However, these algorithms need a coarse synchronization stage in order to limit interference terms. So, the synchronization includes a coarse stage in order to limit interference terms and a finer stage in order to improve system performance. For coarse synchronization stage, simulation results prove that algorithms using guard interval give better performance than whom using pilots.

The second study evaluates performance of the proposed structure. In coarse synchronization stage, this evaluation allows to specify guard interval length then, calculate and compare system performance in terms of spectral efficiency with its in DVB-S and DVB-S2 standards. Then, performance evaluation of fine synchronization stage allows to calculate degradations of the proposed structure in the absence and in presence of phase noise models, one of important parameters in a telecommunications system. This stage allows not only to define operating points of the proposed structure in presence of phase noise models in existing standards but also to define phase noise mask of Wiener model supported by this structure.

Finally, a study on the hanging time of the proposed structure allows to evaluate the time neccesary to this structure, based on blind algorithms, to be converged. Another study also evaluates the complexity of this structure. This study shows that the synchronization structure proposed in this thesis uses little resources both in terms of spectral efficiency and number of calculations.

# Table des matières

Remerciement	S.	$\mathbf{v}$
Résumé		vii
Table des mat	ières	ix
Abréviations		xiii
1         Contexte et           1.1         Context           1.2         Les nom           1.2.1         1           1.2.2         1           1.2.3         1           1.3         Le cana           1.3.1         1           1.3.2         1           1.3.3         1	t spécifications du systèmete actuel des systèmes par satellitemes DVB-S, DVB-S2, et DVB-SHLa norme DVB-SLa norme DVB-S2La norme DVB-SHLa norme DVB-SHI de transmissionI de transmissionBruit de phase1.3.3.1Définition1.3.3.2Bruit de phase du DVB-S21.3.3.4Bruit de phase de Wiener1.3.3.5Critère de performances : gigue de phase	$\begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \\ 3 \\ 4 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 6 \\ 6 \\ 8 \\ 8 \\ 11 \end{array}$
1.4 Modula 1.4.1 1 1.4.2 1 1.4.3 1 1.4.3 1 1.4.4 1 1.4.5 4 1.5 Paramè 1.5.1 1 1.5.2 1	tion multiporteuse	$ \begin{array}{c} 11\\ 11\\ 12\\ 14\\ 15\\ 16\\ 17\\ 17\\ 17\\ 17\\ 17\\ 17\\ 17\\ 17\\ 17\\ 17$

		1.5.3	Point de fonctionnement	18
<b>2</b>	$\mathbf{Syn}$	chroni	sation en OFDM 1	19
	2.1	Source	es d'erreurs de synchronisation	19
		2.1.1	Erreur de phase horloge	20
			2.1.1.1 Définition	20
			2.1.1.2 Impact de l'erreur de phase horloge	20
		2.1.2	Erreur de fréquence horloge	23
		2.1.3	Erreur de fréquence porteuse	$\frac{1}{25}$
			2131 Définition	$\frac{-}{25}$
			2132 Impact de l'erreur de fréquence porteuse	$\frac{20}{25}$
		214	Erreur de phase porteuse	$\frac{20}{27}$
		2.1.1 2.1.5	Conclusion	$\frac{2}{28}$
	2.2	Algori	thmes de synchronisation	$\frac{20}{28}$
	2.2	2 9 9 1	Algorithmes exploitant l'intervalle de garde	$\frac{20}{29}$
		2.2.1	Algorithmos exploitant los symbolos pilotos	20 21
		2.2.2	Algorithmes utilisant les boucles	30 91
		2.2.5	Péquiération de phase porteuse	92 24
	<b>9</b> 2	2.2.4 Recuperation de phase porteuse		94 27
2.3 Structure de synchronisation proposée			ute de synchronisation proposée	57
3	$\mathbf{Syn}$	chroni	sation de fréquence porteuse et de phase horloge	39
	3.1	Étape	de synchronisation fine	39
		3.1.1	Boucle de fréquence porteuse	41
			3.1.1.1 Détecteur de fréquence porteuse	41
			3.1.1.2 Plage de fonctionnement $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$	42
			3.1.1.3 Comparaison avec d'autres détecteurs	43
			3.1.1.4 Performances de la boucle	45
		3.1.2	Boucle de phase horloge	48
			3.1.2.1 Choix du détecteur	48
			3.1.2.2 Plage de fonctionnement	48
			3.1.2.3 Bruit de quantification	49
			3.1.2.4 Performances de la boucle de phase horloge en	
			fonction du paramètre $w$	52
			3.1.2.5 Performances de la boucle de phase horloge en	
			fonction de $N$	54
		3.1.3	Interaction entre les boucles imbriquées	55
			3.1.3.1 Impact de la boucle de fréquence porteuse sur la	
			boucle de phase horloge	55
			3.1.3.2 Impact de la boucle de phase horloge sur la boucle	-
				57
			de irequence porteuse	04
	3.2	Étape	de frequence porteuse	$\frac{57}{57}$

		3.2.1	Stratégie	e utilisant l'intervalle de garde	59
			3.2.1.1	Estimation des erreurs de synchronisation	59
			3.2.1.2	Levée d'ambiguïté sur la fréquence porteuse	60
			3.2.1.3	Performances de la synchronisation de phase horloge	61
			3.2.1.4	Performances de la synchronisation de fréquence	
				porteuse	63
			3.2.1.5	Dimensionnement de l'intervalle de garde	66
		3.2.2	Stratégie	e utilisant les pilotes	68
			3.2.2.1	Estimateur de Schmidl et Cox (SC)	68
			3.2.2.2	Estimateur de Minn, Bhargava et Letaief (MBL)	69
		3.2.3	Compara	aison des performances des estimateurs	70
			3.2.3.1	Performances des estimateurs de phase horloge .	72
			3.2.3.2	Performances des estimateurs de fréquence porteuse	72
		3.2.4	Choix de	e l'estimateur pour la synchronisation grossière	72
	3.3	Conclu	usion et m	nise en œuvre	76
1	Dar				70
4			phase porteuse 78		79
	4.1	Detect	eur de pr	lase porteuse	- 79 - 00
		4.1.1	Caracter		80
	4.0	4.1.2 C	Plage de	ionctionnement	81
	4.2	Compe	ensation du dephasage introduit par la correction de phase		റെ
	19	Impo	ge		02
	4.0	de pha	se porteu	se	83
		431	Perform:	ances de la houcle de phase porteuse en présence	00
		4.0.1	d'une er	reur résiduelle de fréquence porteuse en presence	83
		4 3 2	Compen	sation du bruit de phase dû à l'erreur résiduelle de	00
		1.0.2	fréquenc	e porteuse	85
	4.4	Temps	d'accroc	_ hage	87
	4.5	Perfor	mances de	e la boucle de phase porteuse	88
		4.5.1	Bornes d	le Cramer-Rao	88
		4.5.2	Performa	ances en l'absence de bruit de phase	89
			4.5.2.1	Performances en fonction de $E_b/N_0$	89
			4.5.2.2	Performances en fonction de la bande de bruit	89
		4.5.3	Performa	ances en présence du bruit de phase	91
			4.5.3.1	Bruit de phase du DVB-S2	91
			4.5.3.2	Bruit de phase du DVB-SH	92
			4.5.3.3	Bruit de phase de Wiener	93
				<u>.</u>	

<b>5</b>	Stru	icture	proposé	e : performances et complexité	95
	5.1	Schéma synoptique et mise en œuvre			95
5.2 Performances de la structure proposée				95	
		5.2.1	Perform	ances en présence du bruit de phase de Wiener	97
			5.2.1.1	Performances aux points de fonctionnement con-	
				sidérés	97
			5.2.1.2	Performances avec le critère de performances sur	
				la gigue de phase	98
		5.2.2	Perform	ances en présence d'un bruit de phase conforme au	
			gabarit (	du DVB-SH	102
			5.2.2.1	Performances aux points de fonctionnement con-	
			0.2.2.2	sidérés	102
			5222	Performances avec le critère de performances sur	10-
			0.2.2.2	la gigue de phase	104
	53	Comp	araison de	e performances en termes d'efficacité spectrale	101
	0.0	531	Dimensi	onnement de l'intervalle de garde	107
		532	Compar	aison de performances en termes d'efficacité spectral	_107
		533	Choix d	u paramètre $N$	100
	54	Compl	ovitó du	a parametre iv	103
	0.4	Compi	exite du		109
Co	onclu	sions e	et Persp	ectives	115
$\mathbf{A}$	Imp	act de	l'erreur	de phase horloge	119
в	Imp	act de	l'erreur	de fréquence porteuse	129
$\mathbf{C}$	Peri	forman	ice théoi	rique de la boucle de fréquence porteuse	135
D	Peri	forman	ice théoi	rique de la boucle de phase horloge	141
Bi	bliog	raphie	<b>e</b>		147

# Abréviations

# Sigles

APSK	Amplitude and Phase Shift Keying
AWGN	Additive White Gaussian Noise
BBAG	Bruit Blanc Additif Gaussien
BCR	Borne de Cramer-Rao
BCRM	Borne de Cramer-Rao Modifiée
BPSK	Binary Phase Shift Keying
DD	Decision Directed
DVB-H	Digital Video Broadcasting - Handheld
DVB-RSC	Digital Video Broadcasting - Return Channel via Satellite
DVB-S	Digital Video Broadcasting - Satellite
DVB-S2	Digital Video Broadcasting - Satellite - $2^{nd}$ Generation
DVB-SH	Digital Video Broadcasting - Satellite services to Handhelds

DVB-T Digital Video Broadcasting - Terrestrial

- ESA European Space Agency
- FFT Fast Fourier Transform
- IEP Interférence Entre Porteuses
- IES Interférence Entre Symboles
- iFFT Inverse Fast Fourier Transform
- LDPC Low Density Parity Check code
- NCO Numeric Controlled Oscillator
- NDA Non-Data-Aided
- OFDM Orthogonal Frequency Division Multiplex
- ppm Point Par Million
- PQK Phase Shift Keying
- QAM Quadrature Amplitude Modulation
- QPSK Quaternary Phase Shift Keying
- TDM Time Division Multiplex
- TEB Taux d'Erreur Binaire
- TEP Taux d'Erreur Paquet
- WIFI Wireless Fidelity (IEEE 802.11)
- WIMAX Worldwide Interoperability for Microwave Access (IEEE 802.16)

# Notations

i	Indice du symbole OFDM
n	Indice de porteuse
$X_{i,n}$	Symbole émis sur la $n^{i \grave{e} m e}$ porteuse du $i^{i \grave{e} m e}$ symbole OFDM
$Y_{i,n}$	Symbole reçu sur la $n^{i \grave{e} m e}$ porteuse du $i^{i \grave{e} m e}$ symbole OFDM
$ heta_{i,n}$	Rotation de phase sur la $n^{i \grave{e} m e}$ porteuse du $i^{i \grave{e} m e}$ symbole OFDM
$n_n$	Bruit thermique du canal sur la $n^{i \acute{e}me}$ porteuse
M	Taille de la constellation d'une modulation QAM
N	Nombre de porteuses d'un symbole OFDM
$N_g$	Nombre d'échantillons de l'intervalle de garde
r(k)	Signal temporel reçu à l'instant $k$
R(n)	Fonction de corrélation temporelle à l'instant $n$
Λ	Fonction de vraisemblance
Т	Durée d'un symbole OFDM
$T_g$	Durée de l'intervalle de garde
$\Delta f_p$	Espacement interporteuse
$\beta$	Erreur de fréquence horloge

$\Delta f$	Erreur de fréquence porteuse
$\phi$	Erreur de phase porteuse
τ	Erreur de phase horloge
$E_s$	Énergie symbole
$E_b/N_0$	Rapport bit sur bruit
$E_s/N_0$	Rapport symbole sur bruit
$\Re$	Partie réelle
Z	Partie imaginaire
$B_l T$	Bande de bruit
$B_m$	Bande passante d'un système multiporteuse
$B_s$	Bande passante d'un système monoporteuse
G	Gain en bande passante

# Chapitre 1

# Contexte et spécifications du système

Ce premier chapitre introduit le contexte actuel des systèmes par satellite. Les normes de communications par satellite sont ensuite présentées, puis, nous exposons les caractéristiques du canal de transmission et en particulier le bruit de phase spécifique au système étudié. Enfin, nous introduisons le principe de base de la modulation multiporteuse OFDM.

## 1.1 Contexte actuel des systèmes par satellite

Les systèmes par satellite ont beaucoup évolué ces dernières années, avec notamment le passage de l'analogique au numérique et l'apparition des services multimédia comme l'accès à l'internet et la vidéoconférence. Cette évolution coïncide avec celle de la norme DVB-S vers le DVB-S2 et l'apparition de la norme DVB-RCS pour la voie retour.

D'un autre côté, les progrès technologiques ont permis l'exploitation de la bande Ka pour une transmission en voie montante à 30 GHz et en voie descendante à 20 GHz. L'utilisation de la bande Ka présente des avantages par rapport aux bandes de fréquence inférieures. Elle permet une bande passante plus large et donc un débit à transmettre plus important. De plus, la technologie multifaisceaux permet une large réutilisation des fréquences réduisant ainsi de façon significative le coût du spectre.

Plusieurs systèmes utilisant la bande Ka existent, parmi lesquels les systèmes américains Spaceway et Wildblue, le satellite Anik F2 de Telesat au Canada et le satellite thaïlandais Ipstar pour l'Australie et l'Asie du Sud-Est. En europe, en dehors des systèmes proposés par Ses-Astra, Eutelsat et Viasat ont récemment lancé le service Tooway<sup>TM</sup> [1] pour les accès internet haut débit grand public, par l'intermédiaire du satellite HOT BIRD 6. Eutelsat prévoit aussi de lancer le satellite KA-SAT en 2010, couvrant l'Europe et le bassin méditerranéen, afin de compléter sa gamme de services en bande Ka [2].

Ces systèmes utilisent les satellites géostationnaires avec des couvertures de type multifaisceaux. Le satellite ne joue qu'un rôle de relais entre l'émetteur et le récepteur. Les transmissions dans les systèmes par satellite actuels sont basées sur la norme DVB-S2 pour la voie aller et DVB-RCS pour la voie retour.

En ce qui concerne l'OFDM, contrairement au cas terrestre où plusieurs systèmes l'utilisent, seul Ipstar [3] propose des modulations de type OFDM pour transmettre les données par le lien satellitaire. La forme d'onde OFDM proposée comporte 16 porteuses avec une porteuse centrale servant à la synchronisation. Dans ce système, l'OFDM est combinée avec la technologie TDM (Time Division Multiplex) en voie aller afin d'optimiser la bande passante et d'augmenter les performances.

La recherche d'autres schémas de modulation reposant sur l'OFDM pour les systèmes par satellite s'avère donc intéressante du fait qu'elle est encore très peu utilisée pour cette transmission alors qu'elle présente plusieurs avantages par rapport aux systèmes monoporteuses. Elle permettra également de faciliter l'hybridation entre les systèmes satellites et terrestres, comme spécifie la nouvelle norme DVB-SH.

## 1.2 Les normes DVB-S, DVB-S2, et DVB-SH

Les normes DVB-S, DVB-S2 et DVB-SH ont été standardisées par l'ETSI. Dans cette partie, nous résumons les caractéristiques de la couche physique de ces normes. Elles devront être prises en compte lors de la réception du signal.

#### 1.2.1 La norme DVB-S

Achevée en 1995, la norme DVB-S est la première norme conçue en Europe pour les transmissions par satellite. Une modulation QPSK est considérée dans cette norme. Un codage convolutif suivi d'un entrelaceur et d'un code de Reed-Solomon est utilisé afin de garantir une transmission efficace à faible rapport signal à bruit [4].

Principalement utilisée dans les bandes 12-14 GHz et compatible avec le MPEG-2 système, cette norme est utilisée notamment par Astra et Eutelsat en Europe, Globecast aux États Unis et Bell TV au Canada pour proposer des services de télévision par satellite.

#### 1.2.2 La norme DVB-S2

Achevée en 2004, la norme DVB-S2 [5], [6] est une évolution de la norme DVB-S pour la voie aller par satellite. C'est le standard le plus récent en matière de diffusion de la vidéo numérique par satellite. Il bénéficie d'un certain nombre d'améliorations par rapport à la norme DVB-S et est conçu pour couvrir une large gamme de services par satellite (efficacité spectrale, QoS ...).

Afin de garantir la qualité de service requise par les différentes applications et d'exploiter de façon plus efficace les ressources spectrales, la norme DVB-S2 adopte à la fois un codage et une modulation adaptatifs. Elle inclut un schéma de codage canal de type LDPC avec un code BCH de rendement proche de 1 (pour éliminer les erreurs résiduelles), beaucoup plus puissant que celui proposé dans la norme DVB-S qui concaténait un code convolutif et un code de Reed-Solomon.

De plus, contrairement au DVB-S qui ne propose qu'un schéma de modulation de type QPSK, la norme DVB-S2 en propose une palette plus large (QPSK, 8PSK, 16-APSK, 32-APSK) permettant d'augmenter l'efficacité spectrale du système. La combinaison des choix de la modulation et du rendement du codage dans la norme DVB-S2 permet d'obtenir une large gamme d'efficacités spectrales.

Considérons un canal de transmission de type AWGN, une synchronisation parfaite à la réception et une absence de bruit de phase, le tableau 1.1 donne l' $E_s/N_0$  requis pour atteindre un taux d'erreur paquet (TEP) de 10<sup>-7</sup>. Des simulations constituées de 50 itérations de trames codées de longueur de 64800 bits sont considérées.

#### 1.2.3 La norme DVB-SH

La norme DVB-SH [7], [8] est une évolution du DVB-H, norme destinée aux équipements mobiles, qui fournit une efficacité spectrale accrue en faisant appel à une diffusion en bande S utilisée pour les communications satellites. Ce standard est au cœur du projet "Télévision Mobile Sans Limite" piloté par Thales, qui vise à créer une large couverture pour la Télévision Mobile à l'aide d'une diffusion par satellite associée à des stations-relais terrestres.

L'avantage de cette solution réside dans sa couverture ainsi que dans le fait que la bande S soit largement disponible en Europe pour les télécommunications. Son déploiement pourra être complémentaire du DVB-H. En effet, les répéteurs DVB-H pourront être déployés en environnement urbain et les répéteurs DVB-SH en zone rurale.

L'ébauche finale du DVB-SH a été diffusée par l'ETSI en Janvier 2008 et ce standard est actuellement en phase de test. Afin de couvrir une large gamme d'applications dans le futur, le DVB-SH inclut un schéma de codage de type turbo code et déjà utilisé dans le DVB-T. En ce qui concerne la modulation, elle

Modulation et rendement du code	Efficacité spectrale	$E_S/N_0$ requis
QPSK, $R = 1/4$	$0.5 { m \ bit/s/Hz}$	-2.35 dB
QPSK, $R = 1/3$	$0.7 { m \ bit/s/Hz}$	-1.24 dB
QPSK, $R = 2/5$	$0.8  \mathrm{bit/s/Hz}$	-0.30 dB
QPSK, $R = 1/2$	$1.0   {\rm bit/s/Hz}$	1.00  dB
QPSK, $R = 2/3$	$1.3 { m bit/s/Hz}$	3.10  dB
QPSK, $R = 3/4$	$1.5 { m \ bit/s/Hz}$	4.03  dB
QPSK, $R = 5/6$	$1.7 \mathrm{\ bit/s/Hz}$	$5.18 \mathrm{~dB}$
QPSK, $R = 9/10$	1.8  bit/s/Hz	6.42  dB
16APSK, $R = 2/3$	$2.64 \mathrm{\ bit/s/Hz}$	$8.97 \mathrm{dB}$
16APSK, $R = 3/4$	$2.97   {\rm bit/s/Hz}$	10.21  dB
16APSK, $R = 4/5$	$3.17 { m \ bit/s/Hz}$	11.03  dB
16APSK, $R = 5/6$	$3.30 \mathrm{\ bit/s/Hz}$	11.61 dB
16 APSK, R = 9/10	$3.57 \mathrm{\ bit/s/Hz}$	13.13 dB

TAB. 1.1 – Efficacité spectrale proposée dans la norme DVB-S2, rapport  $E_s/N_0$  requis pour garantir un TEP de  $10^{-7}$ .

comprend notamment un modulateur de type OFDM en QPSK et 16QAM avec plusieurs schémas de configurations possibles.

Dans cette étude, nous nous intéressons particulièrement aux paramètres de la couche physique proposés dans la norme DVB-SH car il s'agit du seul standard proposé pour les communications par satellite qui propose une forme d'onde multiporteuse de type OFDM. En particulier nous extrairons le modèle de bruit de phase spécifié dans cette norme afin d'évaluer son impact sur la structure de synchronisation proposée dans cette étude.

## 1.3 Le canal de transmission

#### 1.3.1 Modèle du canal

Pour un système de diffusion fixe par satellite, le canal de transmission est non sélectif en fréquence. Il n'y a pas (ou très peu) de multitrajets. En voie aller, une gateway envoie le signal directement à un satellite géostationnaire. Le satellite reçoit le signal, l'amplifie puis l'envoie aux utilisateurs. Le schéma de principe d'une telle transmission est représenté sur la figure 1.1.

Dans le cas d'une transmission par satellite, l'amplificateur à bord du satellite travaille souvent à pleine charge, le problème de non linéarité est présent entraînant une distorsion du signal transmis. Il existe dans la littérature plusieurs



FIG. 1.1 – Principe d'une transmission par satellite.

travaux permettant de résoudre ce problème [9], [10], [11]. Dans le cadre de cette étude, nous considérons que le signal est correctement mis en forme après passage dans l'amplificateur. Le satellite joue donc un rôle totalement transparent. Le canal de transmission peut alors être modélisé par un simple bruit blanc additif gaussien (canal de type AWGN : Additive White Gaussian Noise).

#### 1.3.2 Erreurs de synchronisation

Dans un système de communication en général et par satellite en particulier, les erreurs de synchronisation sont nombreuses et proviennent de sources différentes [12], [13].

Elle peuvent apparaître en temporel, du fait du décalage entre l'horloge locale et celle du signal reçu (erreur de phase et de fréquence horloge) ou en fréquentiel, du fait du décalage entre la phase et la fréquence de la porteuse générée par l'oscillateur local et celles du signal reçu (erreur de phase et de fréquence porteuse).

L'impact de ces erreurs de synchronisation sur les performances d'un système OFDM sera détaillé dans le chapitre 2. Comme nous le verrons alors, cet impact est beaucoup plus fort que pour un système monoporteuse. Une stratégie d'estimation et de correction de ces erreurs de synchronisation sera définie et analysée.

#### 1.3.3 Bruit de phase

#### 1.3.3.1 Définition

Le bruit de phase dans les systèmes de communications est dû aux imperfections des oscillateurs locaux. Théoriquement, le spectre des oscillateurs locaux est une raie à la fréquence porteuse  $f_{os}$ . Mais en pratique, cette raie est perturbée latéralement par des fluctuations de fréquence, formant ainsi le bruit de phase.

Le bruit de phase est généralement défini en dB/Hz à la fréquence  $f_{el}$ . Cela correspond à l'atténuation en décibels par hertz du spectre de l'oscillateur, éloigné de  $f_{el}$  par rapport à la fréquence porteuse  $f_{os}$  [14]. La figure 1.2 illustre la définition du bruit de phase.



FIG. 1.2 – Définition du bruit de phase.

Les standards actuels définissent un gabarit du bruit de phase accepté par le standard, où l'atténuation du spectre de l'oscillateur est donnée en fonction de  $f_{el}$ , l'éloignement par rapport à la fréquence porteuse  $f_{os}$ .

Le bruit de phase provoque un déphasage du signal transmis variant dans le temps. Il est modélisé par une composante additive  $\varphi(t)$  sur la phase porteuse du signal transmis.

Une partie de cette thèse sera consacrée à l'étude de l'impact du bruit de phase sur le récepteur proposé. Trois modèles de bruit de phase seront considérés.

#### 1.3.3.2 Bruit de phase du DVB-S2

Le gabarit en fréquence du modèle de bruit de phase proposé dans le DVB-S2 est donné par le tableau 1.2, pour une transmission à 25MBauds.

Fréquence	Pente du gabarit
100 Hz	$-25~\mathrm{dBc/Hz}$
1 kHz	-50 $\mathrm{dBc/Hz}$
10  kHz	-73 dBc/Hz
100 kHz	-93 dBc/Hz
1 MHz	-103 dBc/Hz
> 10 MHz	-114 dBc/Hz

TAB. 1.2 – Gabarit du bruit de phase, norme DVB-S2.

La modélisation de ce bruit consiste à générer une séquence aléatoire dont la densité spectrale de puissance doit être conforme au gabarit donné par le tableau 1.2. Pour cela, on somme les sorties de deux filtres à réponse impulsionnelle infinie sur lesquels on applique en entrée un bruit AWGN de variance unitaire [15], [16], [17] (voir figure 1.3). Les fonctions de transfert de ces filtres sont les suivantes :



FIG. 1.3 – Modèle du bruit de phase, norme DVB-S2.

$$H_1(z) = \frac{1}{\sqrt{2T_s}} \frac{-4,7.10^{-11}}{(z-0,999975)^2}$$
(1.1)

$$H_2(z) = \frac{1}{\sqrt{2T_s}} \frac{2,8.10^{-6}(z-0.992015)(z-1,103181)}{(z-0,991725)(z-0,9999985)(z-0,563507)}$$
(1.2)

La figure 1.4 compare la densité spectrale de puissance du bruit synthétisé avec le gabarit proposé dans la norme DVB-S2.



FIG. 1.4 – Densité spectrale de puissance du bruit de phase synthétisé comparé au gabarit DVB-S2.

#### 1.3.3.3 Bruit de phase du DVB-SH

Le deuxième modèle de bruit de phase considéré dans cette étude est celui proposé dans la norme DVB-SH [7], [8]. Le gabarit en fréquence de ce modèle de bruit de phase est donné par le tableau 1.3.

La modélisation de ce bruit consiste à générer un bruit dont la densité spectrale de puissance est conforme au gabarit donné ci-dessus. Nous avons considéré ici un modèle fondé sur un filtre à réponse impulsionnelle finie synthétisé selon la méthode de la fenêtre.

La figure 1.5 compare la densité spectrale de puissance du bruit de phase synthétisé avec le gabarit proposé dans le DVB-SH.

#### 1.3.3.4 Bruit de phase de Wiener

Le troisième et dernier bruit de phase considéré est celui défini par N. Wiener [18]. C'est un modèle de bruit de phase simplifié mais paramétrable qui est défini

Fréquence	Pente du gabarit
$10 \mathrm{~Hz}$	-29  dB/Hz
$100 \ \mathrm{Hz}$	-59  dB/Hz
$1 \mathrm{~kHz}$	-69 $dB/Hz$
$10 \mathrm{~kHz}$	-74  dB/Hz
$100 \mathrm{~kHz}$	-83  dB/Hz
1 MHz	-95  dB/Hz
$> 10 \mathrm{MHz}$	-101 dB/Hz

TAB. 1.3 – Gabarit du bruit de phase, norme DVB-SH.



FIG. 1.5 – Comparaison de la densité spectrale de puissance du bruit synthétisé comparé avec le gabarit du DVB-SH.

de la façon suivante :

- n(0) = 0 $- E[n(i_0 + i) - n(i_0)]^2 = i\sigma_w^2 , \forall i, i_0 \ge 0$ 

où  $\sigma_w^2$  est la variance d'un bruit blanc gaussien de moyenne nulle.

Une des méthodes simples pour générer ce bruit est de faire passer un bruit blanc gaussien de variance  $\sigma_w^2$  et de moyenne nulle dans un intégrateur d'ordre 1.

La figure 1.6 illustre le principe de cette méthode.

La figure 1.7 nous donne la densité spectrale de puissance du bruit de Wiener généré avec une variance qui varie entre  $10^{-5}$  et  $10^{-7}$ .



FIG. 1.6 – Principe de génération d'un bruit de phase de Wiener.



FIG. 1.7 – Densité spectrale de puissance du bruit de phase de Wiener synthétisé.

La structure du récepteur proposée dans la thèse sera évaluée en présence des bruits de phase spécifiés dans le DVB-S2 et le DVB-SH. On déterminera également la puissance maximale du bruit de phase de Wiener supportée par cette structure.

#### 1.3.3.5 Critère de performances : gigue de phase

Dans cette étude, le codage de canal n'est pas considéré. Les performances du système seront alors évaluées par l'intermédiaire des performances obtenues sur la synchronisation de phase porteuse.

En effet, la qualité de la synchronisation de phase porteuse a un impact important sur les performances du décodeur de canal, et donc du système. La gigue de l'erreur de synchronisation doit être limitée à un seuil donné afin de garantir une dégradation acceptable par rapport aux performances d'un décodage optimal.

Pour la norme DVB-S2, A. Ginesi s'est basé sur des simulations pour donner dans [17] l'écart-type de la phase porteuse requis en entrée du décodeur afin de limiter les dégradations à 0, 2 dB en sortie du décodeur. Les codes LDPC définis dans la norme DVB-S2 et un décodeur développé par l'ESA sont considérés et les résultats obtenus sont regroupés dans le tableau 1.4 pour les modulations QPSK et 16APSK/16QAM.

Modulation	$\sigma(\phi)_{max}$ en degré
QPSK	8
$16 \mathrm{APSK} / 16 \mathrm{QAM}$	$2,\!6$

TAB. 1.4 – L'écart-type de la phase porteuse requis pour limiter les dégradations sur les performances du récepteur DVB-S2 à 0,2dB.

Ces valeurs seront considérées afin d'évaluer les performances de la structure de synchronisation proposée dans cette étude.

## 1.4 Modulation multiporteuse

#### 1.4.1 Principe

Contrairement aux systèmes monoporteuses qui modulent sur une porteuse unique à un débit de  $R_s$ , le principe de la modulation multiporteuse de type OFDM consiste à transmettre les données de manière simultanée sur N porteuses modulées à un débit de  $\frac{R_s}{N}$ .Le débit global reste inchangé mais chaque porteuse est moins sensible à l'étalement des trajets sur le canal de propagation.

La figure 1.8 décrit le schéma de principe d'un modulateur OFDM en bande de base : après un codage Bit/Symboles des bits à transmettre, les symboles complexes  $\{X_l\}_{l=1,2,...}$  sont successivement regroupés par blocs de N (conversion série/parallèle), mis en forme sur une durée T (forme d'onde g(t)) puis envoyés sur les N porteuses  $\{f_n\}_{n=-N/2...N/2-1}$  afin de former le signal de sortie.



FIG. 1.8 – Schéma de principe d'un modulateur OFDM.

Durant l'intervalle du temps [iT, (i+1)T], le signal OFDM généré s'écrit :

$$s_i(t) = \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} X_{i,n} g(t - iT - T/2) e^{j2\pi f_n t}$$
(1.3)

Il représente le  $i^{i eme}$  symbole OFDM, tandis que les  $\{X_{i,n}\}_{n=-N/2...N/2-1}$  représentent les N symboles complexes  $\{X_l\}$  qu'il transporte.

Le signal reçu s'écrit de façon suivante :

$$y(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} X_{i,n} g(t - iT - T/2) e^{j2\pi f_n t} + n_n(t)$$
(1.4)

où  $n_n(t)$  est le bruit blanc additif gaussien introduit par le canal sur la  $n^{i eme}$  porteuse.

Les symboles transmis peuvent être retrouvés en réception à l'aide d'un filtre adapté suivi d'un échantillonneur. La figure 1.9 illustre le schéma de principe d'un récepteur OFDM.

#### 1.4.2 Porteuses orthogonales

Nous définissons l'efficacité spectrale comme étant le débit binaire transmis par unité de fréquence. Dans une transmission de type OFDM, le choix de l'écartement entre les porteuses va influer sur cette efficacité spectrale.

Plus l'espacement entre porteuses est grand, plus nous avons besoin de bande passante pour transmettre un même débit, plus l'efficacité spectrale diminue.



FIG. 1.9 – Schéma de principe d'un démodulateur OFDM.

Pour garantir une efficacité spectrale optimale, il faut que les fréquences des porteuses soient les plus proches possibles, tout en garantissant une absence d'interférence entre les informations qu'elles transportent afin que le récepteur soit capable de les retrouver.

Cette condition est vérifiée :

- dans le domaine temporel si les fonctions  $\psi_{i,n}(t) = g(t iT T/2)e^{j2\pi f_n t}$ sont orthogonales.
- dans le domaine fréquentiel si le spectre de chaque porteuse est nul aux fréquences des autres porteuses. Ce spectre dépend de G(f) = TF[g(t)].

On parle de condition d'orthogonalité des porteuses.

L'orthogonalité temporelle des fonctions  $\psi_{i,n}(t)$  est indispensable dans la mise en œuvre d'un signal OFDM.

En 1966, les travaux de R. W. Chang [19] ont permis de démontrer que l'orthogonalité des fonctions  $\psi_{i,n}(t)$  se traduit par des conditions sur le module et la phase de g(t). Parmi les fonctions disponibles, celle qui est la plus utilisée est la fonction porte :  $g(t) = Rect_{[0,T[}$ . Supposons que les symboles émis sont de moyenne nulle et de variance  $\sigma^2$ , le spectre du signal modulé sur la porteuse ns'écrit de la façon suivante :

$$S_n(f) = \frac{\sigma^2}{T} sinc^2[\pi(f - f_n)T]$$
(1.5)

Ce spectre s'annule aux fréquences  $\{f = f_n + k/T\}$  pour tout entier k. 1/T est donc l'espacement interporteuse minimal qui garantit à la fois l'orthogonalité entre les porteuses et une efficacité spectrale optimale.

Les spectres des différentes porteuses sont présentés sur la figure 1.10. Le spectre d'un signal OFDM est la somme de tous ces spectres.





Notons que lorsque la mise en forme est une fonction rectangulaire de longueur T, les filtres adaptés en réception sont des intégrateurs sur la durée T.

#### 1.4.3 Intervalle de garde

L'intervalle de garde, délai introduit entre la transmission de deux symboles OFDM consécutifs, est utilisé dans les systèmes terrestres afin d'absorber l'étalement des retards dus aux multitrajets. A des fins de synchronisation plus simples, on place dans cet intervalle de garde une copie de la fin du symbole OFDM à transmettre. On le nomme alors le préfixe cyclique.

Du fait du canal gaussien caractérisant une transmission fixe par satellite, l'intervalle de garde ne servira qu'à effectuer l'opération de synchronisation. Sa longueur peut alors être beaucoup plus faible que dans les systèmes terrestres et doit être optimisée dans le but d'améliorer l'efficacité spectrale du système étudié par rapport aux systèmes monoporteuses.

L'optimisation de la taille de l'intervalle de garde conduisant à la comparaison de performances en termes d'efficacité spectrale entre les systèmes multiporteuse et monoporteuse sera détaillée dans le chapitre 3.

#### 1.4.4 Implantation numérique

La réalisation analogique d'un modulateur OFDM est très complexe car il faut utiliser un banc de modulateurs/démodulateurs synchronisés et un banc de filtres de mise en forme/filtres adaptés avec un grand nombre de voies. C'est la raison pour laquelle l'OFDM a été proposée pour la première fois dans les années 50 mais très peu utilisée par la suite. Avec les progrès dans les domaines du traitement numérique du signal, ce problème s'est simplifié conduisant à une explosion de l'utilisation de cette technique.

En effet, lorsque les porteuses sont orthogonales et que :  $f_n = n/T$  pour n = -N/2...N/2 - 1, le signal généré en bande de base dans l'intervalle de temps [iT, (i+1)T] peut s'écrire de la façon suivante :

$$s_i(t) = \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} X_{i,n} e^{j2\pi \frac{nt}{T}}$$
(1.6)

En le discrétisant, nous obtenons :

$$s_i(k) = \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} X_{i,n} e^{j2\pi \frac{nk}{N}} , \ k = -N/2...N/2 - 1$$
(1.7)

 $\{s_i(k)\}_{k=-N/2...N/2-1}$  correspond aux N échantillons du  $i^{i\acute{e}me}$  symbole OFDM. Nous les noterons  $\{s_{i,k}\}_{k=-N/2...N/2-1}$ . Ils peuvent être obtenus grâce à une transformée de Fourier discrète inverse des symboles  $\{X_{i,n}\}_{n=-N/2...N/2-1}$  à transmettre. En choisissant  $N = 2^m$ , l'algorithme de calcul rapide de la transformée de Fourier inverse (iFFT) peut être utilisé. Le schéma numérique d'un modulateur OFDM est alors décrit par la figure 1.11.

A la réception, la procédure inverse est appliquée. La démodulation consiste à effectuer une transformée de Fourier discrète directe des symboles reçus. Ceci peut être réalisé à l'aide de l'algorithme de la FFT. La figure 1.12 décrit le



FIG. 1.11 – Schéma de principe du modulateur OFDM numérique.

schéma d'un démodulateur OFDM numérique. Nous notons  $\{Y_{i,n}\}_{n=-N/2...N/2-1}$  les symboles reçus après la FFT du récepteur, correspondant aux symboles émis  $\{X_{i,n}\}_{n=-N/2...N/2-1}$  placés avant l'iFFT de l'émetteur.



FIG. 1.12 – Schéma de principe d'un démodulateur OFDM numérique.

#### 1.4.5 Avantages et inconvénients de l'OFDM

En choisissant une durée de l'intervalle de garde appropriée, l'OFDM permet de supprimer très simplement l'influence des multitrajets qui est un des problèmes majeurs des systèmes monoporteuses lorsque le débit de transmission augmente. D'autre part, sa simplicité de mise en œuvre par iFFT/FFT a conduit à son utilisation massive dans les standards terrestres.

Sur un canal de transmission fixe par satellite où le multitrajet est absent,

l'intérêt de la forme d'onde OFDM ne provient pas. Cependant, nous savons que dans les systèmes de communications radiomobiles, la durée de l'intervalle de garde est grande à cause de l'étalement des retards du canal de transmission. Le fait qu'il n'y ait pas de multitrajets dans un canal satellite permet de diminuer considérablement la taille de l'intervalle de garde qui ne sert plus qu'à des fins de synchronisation. L'efficacité spectrale ainsi obtenue peut s'avérer meilleure que celle d'un système monoporteuse.

Cependant, le problème de synchronisation est un des problèmes majeurs lors d'une transmission en OFDM. Ce point est beaucoup plus critique que pour une transmission monoporteuse. L'objectif de cette thèse est de proposer une structure de synchronisation adaptée à une transmission sur la voie aller d'un système par satellite. Les ressources utilisées pour effectuer cette opération devront être optimisées afin d'obtenir la meilleure efficacité spectrale possible. Une comparaison avec l'efficacité spectrale des systèmes monoporteuses actuels sera établie.

### 1.5 Paramètres du système

Nous présentons dans ce paragraphe les paramètres à considérer pour le système étudié.

#### 1.5.1 Modulation

En monoporteuse dans une transmission par satellite, les modulations de type PSK sont préférées aux modulations de type QAM car elles ne provoquent pas de fluctuation d'enveloppe du signal.

En multiporteuse, le problème de la fluctuation d'enveloppe est toujours présent après l'opération de la FFT quelle que soit la modulation utilisée. De ce fait et étant donné que l'efficacité en puissance d'une modulation M-QAM est plus grande que celle d'une modulation PSK, nous utiliserons des porteuses modulées en QAM dans la transmission OFDM par satellite considérée.

Nous considérons plus particulièrement dans cette étude deux types de modulations, QPSK et 16QAM, pour l'évaluation des performances du système proposé.

#### **1.5.2** Nombre de porteuses N

Dans cette étude, afin de couvrir une large gamme d'applications, nous proposons de travailler avec plusieurs valeurs du nombre de porteuses N.

Les performances du système seront évaluées avec des valeurs de N variant de 16 à 1024 porteuses.

Le choix de la valeur du nombre de porteuses sera discuté dans le paragraphe 5.3.3 après l'analyse des performances du système en fonction de N.

#### 1.5.3 Point de fonctionnement

Les performances du système sont évaluées dans cette étude hors codage canal. Nous considérons les points de fonctionnement les plus faibles associés à ces modulations avant codage dans les standards DVB-S et DVB-S2 [4], [5], [6].

Les rapports signal sur bruit par bit,  $E_b/N_0$ , considéré à l'entrée du récepteur, sont alors autour de 0dB pour la modulation QPSK et de 6dB pour la modulation 16QAM.

# Chapitre 2

# Synchronisation en OFDM

Ce chapitre décrit, dans un premier temps, les sources d'erreurs de synchronisation dans une transmission de type OFDM en évaluant leur impact sur les performances du système. Il présente ensuite les algorithmes de synchronisation existants dans la littérature. Enfin, en se basant sur ces algorithmes, une structure de synchronisation adaptée au problème étudié est proposée.

## 2.1 Sources d'erreurs de synchronisation

Les erreurs de synchronisation dans un système OFDM, présentées par la figure 2.1, sont dues aux décalages en temps et en fréquence entre le signal reçu à l'entrée du récepteur et les horloges et oscillateurs locaux en réception.



FIG. 2.1 – Sources d'erreurs de synchronisation.

Ces erreurs de synchronisation perturbent le signal reçu et conduisent à des dégradations plus ou moins importantes des performances du système. Ce paragraphe détaille l'origine de ces erreurs et évalue leur impact sur les performances du système.

#### 2.1.1 Erreur de phase horloge

#### 2.1.1.1 Définition

L'erreur de phase horloge est le décalage entre l'instant d'échantillonnage du début des symboles OFDM, après suppression de l'intervalle de garde (IG) sur le signal reçu, et celui considéré par l'horloge d'échantillonnage du récepteur. Elle est définie par :

$$\tau = T_{0_{bl}} - T_0 \tag{2.1}$$

où  $T_0$  désigne l'instant d'échantillonnage du début des symboles OFDM reçus et  $T_{0_{hl}}$  celui considéré par l'horloge locale.  $T_{0_{hl}}$  est donné par un estimateur ou une boucle de phase horloge à la réception.

La figure 2.2 illustre la définition de l'erreur de phase horloge  $\tau$  qui se traduit par un mauvais calage de la fenêtre FFT en réception.



FIG. 2.2 – Définition de l'erreur de phase horloge.

#### 2.1.1.2 Impact de l'erreur de phase horloge

En présence du préfixe cyclique (voir paragraphe 1.4.3) placé au début du symbole OFDM, deux cas d'erreur de phase horloge se présentent :
- L'erreur de phase horloge  $\tau$  est telle que  $T_{0_{hl}}$  est inclu dans le préfixe cyclique. Elle provoque alors simplement une rotation de phase fonction de l'indice de la porteuse. Les symboles reçus en sortie de la FFT sont exprimés par [20] :

$$Y_{i,n} = e^{j2\pi n\frac{\tau}{T}} X_{i,n} + n_n$$
(2.2)

où  $n_n$  est le bruit thermique introduit par le canal de transmission, T est la durée totale du symbole OFDM et  $n_T^{\frac{\tau}{T}}$  la rotation de phase générée sur la porteuse numéro n.

- L'erreur de phase horloge est telle que  $T_{0_{hl}}$  est en dehors du préfixe cyclique. Dans ce cas, il y a, d'une part, apparition d'interférence entre symboles IES

(venant des symboles précédent ou suivant) et, d'autre part, rupture de l'orthogonalité entre porteuses entraînant de l'interférence entre porteuses IEP. Les calculs (voir annexe A) conduisent aux expressions suivantes des symboles reçus en sortie de la FFT :

$$Y_{i,n} = \begin{cases} (1 - \frac{\tau}{T})e^{j2\pi n\frac{\tau}{T}}X_{i,n} + I_n + n_n & \text{si le signal reçu est en avance} \\ \left(1 - \frac{\tau - T_g}{T}\right)e^{j2\pi n\frac{\tau}{T}}X_{i,n} + I_n + n_n & \text{si le signal reçu est en retard} \end{cases}$$

le placement du signal reçu (avance/retard) est défini par rapport à la fenêtre considérée pour la FFT en réception.  $I_n$  est l'interférence globale (IES+IEP) due à l'erreur de phase horloge. Elle est gaussienne (voir annexe A) de puissance :

$$P_n(\tau) = \left(\frac{\tau}{T}\right)^2 E_s \left[1 + 2\sum_{k=1\neg k}^N \operatorname{sinc}^2\left(\pi(k-n)\frac{\tau}{T}\right)\right],\tag{2.3}$$

si le signal reçu est en avance,

$$P_n(\tau) = \left(\frac{\tau - T_g}{T}\right)^2 E_s \left[1 + 2\sum_{k=1\neg n}^N \operatorname{sinc}^2\left(\pi(k-n)\frac{\tau - T_g}{T}\right)\right], \quad (2.4)$$

si le signal reçu est en retard.  $E_s$  est l'énergie symbole.

En supposant que la rotation de phase due à l'erreur de phase horloge  $\tau$  est parfaitement corrigée, le taux d'erreur binaire (TEB) du système sur chaque porteuse en présence de  $\tau$  est donnée par l'expression suivante, pour une modulation M-QAM transportée (voir annexe A) :

$$TEB'_{n}(\tau) = \frac{2(\sqrt{M}-1)}{\log_{2}(M)\sqrt{M}} \operatorname{erfc}\left[\sqrt{\left(\frac{3\log_{2}(M)}{2(M-1)}\frac{E_{b}}{N_{0}}\right)[\alpha(\tau)]^{2}\left(1+\frac{P_{n}(\tau)}{N_{0}}\right)^{-1}}\right]$$
(2.5)

où M est la taille de la constellation et :

$$\alpha(\tau) = \begin{cases} 1 - \frac{\tau}{T} &, \text{ quand le signal reçu est en avance} \\ 1 - \frac{\tau - T_g}{T} &, \text{ quand le signal reçu est en retard.} \end{cases}$$

Les TEB sont évalués théoriquement et par simulation ( dans le cas où la rotation de phase due à l'erreur de phase horloge est parfaitement corrigée) en fonction de  $E_b/N_0$  pour différentes valeurs de  $\tau$ , données en pourcentage de T. Ils sont tracés sur la figure 2.3 pour une modulation QPSK et sur la figure 2.4 pour une modulation 16QAM.



FIG. 2.3 – TEB théoriques et simulés, modulation QPSK.

En les comparant avec le TEB théorique en l'absence d'erreur de phase horloge, nous en déduisons les dégradations des performances du système en présence



FIG. 2.4 – TEB théoriques et simulés, modulation 16QAM.

d'une erreur  $\tau$ . La figure 2.5 donne les dégradations théoriques et simulées à  $TEB = 10^{-4}$  pour des modulations QPSK et 16QAM transportées en fonction de l'erreur de phase horloge.

## 2.1.2 Erreur de fréquence horloge

L'erreur de fréquence horloge vient du fait que la fréquence d'échantillonnage du signal OFDM reçu est différente de la fréquence de l'horloge d'échantillonnage du récepteur. Elle est définie de manière normalisée par :

$$\beta = \frac{T'_{ech} - T_{ech}}{T_{ech}} \tag{2.6}$$

où  $T_{ech}$  et  $T'_{ech}$  sont, respectivement, la période d'échantillonnage du signal



FIG. 2.5 – Dégradations des performances système à  $TEB = 10^{-4}$ .

reçu et la période de l'horloge locale de réception.

Cette erreur de fréquence horloge provoque un glissement de l'instant d'échantillonnage du début du symbole OFDM et crée de l'interférence entre porteuses (IEP), en plus d'une atténuation et d'un déphasage du signal utile. Le symbole reçu en sortie de la FFT est exprimé par [20] :

$$Y_{i,n} = e^{j2\pi i n\beta} sinc(n\beta) X_{i,n} + n_n + I_\beta(n)$$
(2.7)

où  $n_n$  est le bruit blanc additif gaussien introduit par le canal et  $I_\beta(n)$  est l'interférence due à l'erreur de fréquence horloge dont la variance est :

$$var[I_{\beta}(n)] = \frac{\pi^2}{3}(n\beta)^2$$
 (2.8)

Notons que le déphasage dû à  $\beta$  dépend à la fois de l'indice du symbole OFDM i et de l'indice de la porteuse n.

Dans une transmission par satellite, les horloges de réception sont généralement beaucoup plus stables que celles utilisées dans les systèmes terrestres. Nous prendrons comme hypothèse que l'erreur de fréquence horloge est généralement entre  $10^{-4}$  et  $10^{-5}$ . Pour des soucis de la rapidité de calculs de la FFT (la taille d'une FFT est une puissance de 2 afin de diminuer son temps de calculs) et du temps de simulations, nous considérons deux cas de l'erreur de fréquence horloge dans cette étude :  $\beta = 1, 2.10^{-4}$  et  $\beta = 6.10^{-5}$ . Dans ces conditions, l'interférence due à  $\beta$ , pour le nombre de porteuses N allant de 16 à 1024, peut être considérée comme faible et les dégradations engendrées comme négligeables. Il n'est donc pas nécessaire de corriger cette erreur, à condition que le glissement de l'instant d'échantillonnage qu'elle provoque soit corrigé régulièrement, à la réception de chaque nouveau symbole OFDM par exemple.

## 2.1.3 Erreur de fréquence porteuse

#### 2.1.3.1 Définition

L'erreur de fréquence porteuse vient du fait que la fréquence porteuse du signal reçu est différente de celle de l'oscillateur local de réception. Elle est définie de manière normalisée par :

$$\Delta f = \frac{f'_p - f_p}{\Delta f_p} \tag{2.9}$$

où  $f_p$  est la fréquence porteuse du signal reçu,  $f'_p$  est la fréquence porteuse de l'oscillateur local en réception et  $\Delta f_p$  est l'espacement interporteuse.

### 2.1.3.2 Impact de l'erreur de fréquence porteuse

En présence d'une erreur  $\Delta f$ , le signal utile est déphasé et atténué. De plus, l'orthogonalité des porteuses est rompue introduisant ainsi de l'IEP. Le symbole reçu à la sortie de la FFT est exprimé par (voir annexe B) :

$$Y_{i,n} = e^{j\pi(2i+1)\Delta fT} sinc(\pi\Delta fT)X_{i,n} + IEP_n$$
(2.10)

où l' $IEP_n$  désigne l'interférence due à  $\Delta f$  sur la porteuse numéro n. Elle est gaussienne et sa puissance est donnée par (voir annexe B) :

$$P_n(\Delta f) = E_s \left( \sum_{k=-N/2 \neq n}^{N/2-1} \operatorname{sinc}^2 \left[ \pi \left( \frac{k-n}{T} + \Delta f \right) T \right] \right)$$
(2.11)

En supposant que la rotation de phase due à l'erreur de fréquence porteuse est parfaitement corrigée, le TEB du système sur chaque sous porteuse en présence de  $\Delta f$  est donnée par l'expression suivante pour une modulation M-QAM transportée (voir annexe B) :

$$TEB'_{n}(\Delta f) = \frac{2(\sqrt{M}-1)}{\log_{2}(M)\sqrt{M}} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{3\log_{2}(M)E_{b}}{2(M-1)N_{0}}sinc^{2}\left(\pi\Delta fT\right)\left(1+\frac{P_{n}}{N_{0}}\right)^{-1}}\right)$$
(2.12)

Les TEB sont évalués théoriquement et par simulation en fonction de  $E_b/N_0$ pour différentes valeurs de  $\Delta f$ , données en pourcentage de  $\Delta f_p$ . Ils sont tracés sur la figure 2.6 pour une modulation QPSK et sur la figure 2.7 pour une modulation 16QAM.



FIG. 2.6 – TEB théoriques et simulés, modulation QPSK.

En les comparant avec le TEB théorique en l'absence d'erreur de fréquence porteuse, nous en déduisons les dégradations de performances du système dues à une erreur  $\Delta f$ . La figure 2.8 donne les dégradations théoriques et simulées pour un  $TEB = 10^{-4}$  pour les modulations QPSK et 16QAM en fonction de l'erreur de fréquence porteuse.



FIG. 2.7 – TEB théoriques et simulés, modulation 16QAM.

## 2.1.4 Erreur de phase porteuse

L'erreur de phase porteuse  $\phi$  est due à la différence de phase initiale entre le signal reçu et l'oscillateur local de réception. Cette erreur crée un déphasage du signal utile mais n'introduit pas d'interférence.

En présence de  $\phi$ , le symbole reçu à la sortie de la FFT s'exprime par :

$$Y_{i,n} = e^{j\phi} X_{i,n} + n_n (2.13)$$

A la réception, il faut corriger ce déphasage afin de pouvoir démoduler correctement le signal reçu.



FIG. 2.8 – Dégradations du système à  $TEB=10^{-4}$ .

## 2.1.5 Conclusion

Les erreurs de synchronisation dans une transmission de type OFDM sont diverses et influent fortement sur la qualité de la transmission. En modulation QPSK, une erreur de phase horloge de 1% de la durée du symbole OFDM dégrade de 1,5 dB les performances du système tandis qu'une erreur de fréquence porteuse de 1% de l'espacement interporteuse les dégrade de 0,1 dB. En modulation 16QAM, une erreur de phase horloge de 0,5% de la durée du symbole OFDM dégrade déjà de plus de 4 dB les performances du système tandis qu'une erreur de fréquence porteuse de 1% de l'espacement interporteuse les dégrade d'environ 0,4 dB.

Il est donc nécessaire de corriger ces différentes erreurs de synchronisation afin de limiter les dégradations engendrées sur les performances du système à celles dues à des erreurs résiduelles de synchronisation.

## 2.2 Algorithmes de synchronisation

Une fois les sources d'erreurs de synchronisation identifiées et leur impact sur les performances du système évalué, il s'avère nécessaire d'estimer et de corriger ces erreurs afin de permettre la démodulation du signal reçu. Dans un premier temps, nous exposons les algorithmes de synchronisation proposés dans la littérature. Puis, basé sur ces algorithmes, une structure de synchronisation adaptée au contexte considéré est proposée et validée.

Depuis que l'OFDM est utilisée dans les standards terrestres, tous les acteurs du monde des télécommunications s'intéressent à cette modulation. Le problème de synchronisation est un des points les plus délicats et on trouve dans la littérature de nombreux travaux qui s'y intéressent [21], [22].

La plupart de ces contributions a pour objectif de résoudre le problème de synchronisation dans un canal sélectif en fréquence où les multitrajets sont présents [23], [24], [25]. Les algorithmes sont alors proposés, non seulement pour la synchronisation, mais également pour résoudre le problème d'estimation du canal et se basent sur l'utilisation de porteuses pilotes.

Dans le cadre d'une transmission fixe par satellite, les multitrajets sont négligeables et le canal de transmission est non sélectif en fréquence. Il n'est donc pas nécessaire de l'estimer. Pour cette raison, les algorithmes exploitant les porteuses pilotes ne sont pas les mieux adaptés.

D'autres types d'algorithme proposés dans la littérature semblent plus intéressants dans le cas qui nous intéresse. Ils sont classés en trois catégories :

- Algorithmes exploitant l'intervalle de garde.
- Algorithmes utilisant des symboles pilotes.
- Algorithmes de type aveugle.

Ces algorithmes de correction des erreurs de synchronisation sont analysés dans les paragraphes qui suivent en détaillant leurs avantages et inconvénients.

La récupération de la phase porteuse, quant à elle, est incluse dans l'étape d'estimation du canal pour les systèmes terrestres. Sur un canal satellite non sélectif en fréquence qui ne nécessite pas d'estimation de canal, on corrigera l'erreur de phase porteuse après avoir corrigé les autres erreurs de synchronisation. En effet cette erreur n'introduisant pas d'interférence, elle pourra être corrigée derrière la FFT de réception.

### 2.2.1 Algorithmes exploitant l'intervalle de garde

L'introduction d'un intervalle de garde a été proposée pour la première fois par A.Peled [26]. Le principe est de placer un intervalle de garde au début de chaque symbole OFDM pour absorber les multitrajets provoqués par le canal de transmission.

En 1997, Van de Beek a montré dans [27], [28] que cette information pourrait être utilisée pour effectuer l'opération de synchronisation à la réception. L'intervalle de garde utilisé, appelé alors préfixe cyclique, est une recopie de la fin du symbole OFDM. En exploitant cette redondance dans le symbole OFDM, l'erreur de phase horloge  $\tau$  et l'erreur de fréquence porteuse  $\Delta f$  peuvent être estimées et corrigées.

En présence du préfixe cyclique, le signal reçu s'écrit comme suit :

$$r(k) = s(k - \tau)e^{j2\pi\frac{\Delta fk}{N}} + n(k)$$
(2.14)

où N est le nombre de porteuses, s(k) est le signal émis et n(k) est le bruit gaussien introduit dans le canal.

La fonction log-vraisemblance de  $\tau$  et  $\Delta f$  s'écrit :

$$\Lambda(\tau, \Delta f) = f(r/\tau, \Delta f) \tag{2.15}$$

où :

 $-r = [r(1), ..., r(2N + N_p)]$  est le vecteur d'observation.

-f est la densité de probabilité de r sachant  $\tau$  et  $\Delta f$ .

 $-N_p$  est la longueur de l'intervalle de garde en nombre d'échantillons.

En supposant que r suit une loi gaussienne, il est montré dans [27] que  $\Lambda(\tau, \Delta f)$  peut s'écrire :

$$\Lambda(\tau, \Delta f) = |\gamma(\tau)| \cos[2\pi\Delta f + Arg(\gamma(\tau))] - \rho\Phi(\tau)$$
(2.16)

où :

$$\rho = \frac{E_b/N_0}{E_b/N_0+1}$$

$$\gamma(m) = \sum_{\substack{k=m \ m+N_p-1}}^{m+N_p-1} r(k)r^*(k+N)$$

$$\Phi(m) = \frac{1}{2} \sum_{\substack{k=m \ k=m}}^{m+N_p-1} |r(k)|^2 + |r(k+N)|^2$$
for do  $\tau$  of  $\Lambda$  f sont plots domains part:

Les estimées de  $\tau$  et $\Delta f$  sont alors données par :

$$\widehat{\tau} = \underset{\tau}{\operatorname{Argmax}}(|\gamma(\tau)| - \rho \Phi(\tau))$$
(2.17)

$$\widehat{\Delta f} = -\frac{1}{2\pi} Arg\Phi(\widehat{\tau}) \tag{2.18}$$

où Arg(x) représente l'argument de x.

Par la suite, d'autres travaux basés sur cette méthode mais utilisant d'autres formes de la fonction de vraisemblance [29], [30], [31], [32], [33] ont été publiés. Dans [31], Rosati a comparé leurs performances pour un canal AWGN et un canal présentant des trajets multiples. Elles se revèlent être assez proches.

L'avantage des algorithmes basés sur l'utilisation d'un préfixe cyclique est qu'ils utilisent les informations, servant à absorber l'étalement des retards, à des fins de synchronisation. De plus, ils ne nécessitent pas de connaissance sur le signal reçu en réception. L'inconvénient de ces algorithmes réside dans l'estimation de l'erreur de fréquence porteuse. En effet, ils ne permettent de corriger que des erreurs inférieures à l'espacement interporteuse  $\Delta f_p$ . Pour les erreurs supérieures à cette valeur, l'erreur résiduelle après correction présente une ambiguïté égale à un multiple de  $\Delta f_p$ qu'il faudra corriger ultérieurement.

## 2.2.2 Algorithmes exploitant les symboles pilotes

Le principe de ces algorithmes est d'utiliser des symboles OFDM spécifiques, appelés symboles pilotes, afin d'estimer et de corriger les erreurs de synchronisation. Ces pilotes peuvent être connus ou inconnus à la réception et peuvent être exploités avant ou après la FFT.

Ces algorithmes permettent d'estimer et de corriger l'erreur de fréquence porteuse [34], [35] et l'erreur de phase horloge [36], [37], [38], [39] en utilisant la fonction de corrélation. Les estimateurs s'améliorent progressivement en termes de performances et permettent de corriger une erreur de fréquence porteuse de plus en plus grande.

Un des premiers à utiliser les symbole pilotes pour résoudre le problème de synchronisation en OFDM était Moose en 1994 [35]. Il propose d'utiliser deux symboles OFDM consécutifs identiques, dans le domaine fréquentiel, pour corriger l'erreur de fréquence porteuse. La phase horloge est supposée corrigée au préalable. L'estimation et la correction sont effectuées après la FFT. L'estimation est effectuée en comparant la phase des symboles reçus sur les mêmes porteuses de ces deux symboles OFDM. Les symboles pilotes ne doivent pas obligatoirement être connus du récepteur. La plage de fonctionnement de cet algorithme est de  $\pm \frac{1}{2}$  de l'espacement interporteuse et il ne permet pas de lever l'ambiguïté sur l'erreur de fréquence porteuse. Si l'erreur initiale est plus importante, il propose de réduire la taille de la FFT du symbole pilote pour augmenter l'espacement interporteuse et donc la plage de fonctionnement.

Schmidl et Cox [38] reprennent cette idée en proposant d'utiliser deux symboles pilotes de structure particulière, permettant à la fois d'estimer la phase horloge et la fréquence porteuse ainsi que de lever l'ambiguïté sur la fréquence porteuse. Le premier symbole, constitué de deux parties identiques de longueur  $\frac{N}{2}$  dans le domaine temporel, permet d'estimer la phase horloge et de corriger la fréquence porteuse avec une ambiguïté de  $2\Delta f_p$ , en utilisant une fonction de corrélation. Le deuxième symbole permet de lever l'ambiguïté sur la fréquence porteuse en comparant les symboles reçus avec ceux émis sur l'ensemble des porteuses. L'estimation des erreurs de synchronisation est effectuée avant la FFT alors que la levée de l'ambiguïté sur la fréquence porteuse se fait après la FFT avec l'obligation de connaissance du symbole pilote au niveau du récepteur.

Morelli et Mengali [37] ont amélioré cet algorithme en utilisant un seul symbole

pilote pour corriger en même temps les erreurs de phase horloge et de fréquence porteuse. Ce symbole pilote est formé de L parties identiques dans le domaine temporel. L'estimation de phase horloge est effectuée grâce à la redondance de l'information présente dans ces L parties. L'estimation de fréquence porteuse, quant à elle, est effectuée en exploitant la rotation de phase due à l'erreur de fréquence porteuse. Les estimations sont effectuées dans le domaine temporel, avant la FFT. La plage de fonctionnement de l'estimateur de fréquence porteuse est de  $\pm \frac{L}{2}$  fois l'espacement interporteuse  $2\Delta f_p$ . Cela permet de s'affranchir de l'utilisation d'un deuxième symbole pour lever l'ambiguïté sur la fréquence porteuse.

Des améliorations de la méthode de Morelli et Mengali ont été proposées dans [36] et [39]. Ils proposent d'utiliser un symbole pilote contenant L parties identiques au signe près et modifient les estimateurs pour en améliorer les performances. Des comparaisons avec les autres algorithmes, notamment celui proposé dans [38], sont données.

Dans [40], Gault propose de corriger l'erreur de fréquence horloge en utilisant un symbole pilote dédié. Après une correction grossière en exploitant la structure particulière du symbole pilote, l'erreur de fréquence horloge est corrigée de façon plus fine en utilisant un estimateur de type DD (pour Decision-Directed).

L'avantage de ces algorithmes est qu'ils ne nécessitent pas d'informations sur tous les symboles OFDM, améliorant ainsi l'efficacité spectrale. Leur principal inconvénient réside dans les performances à faible rapport signal sur bruit, surtout pour l'estimation de la phase horloge. De plus, des connaissances sur le signal transmis sont nécessaires afin de lever l'ambiguïté sur la fréquence porteuse.

## 2.2.3 Algorithmes utilisant les boucles

Le principe d'une boucle de synchronisation dans un système OFDM est présenté par la figure 2.9.

où  $y_n$  est le paramètre à estimer et  $\hat{y_n}$  est l'estimée de ce paramètre.

L'estimée du paramètre permet de corriger l'erreur de synchronisation considérée avant l'opération de la FFT.

L'un des premiers à proposer cette méthode de synchronisation était Daffara [41] pour corriger l'erreur de fréquence porteuse, en supposant que la phase et la fréquence horloge avaient été préalablement corrigées. Il s'agit en fait d'une généralisation à l'OFDM du détecteur à maximum de vraisemblance développé pour les systèmes monoporteuses dans un canal gaussien. Ce type de détecteur n'est pas adapté aux canaux mobiles car les porteuses sont affectés par des évanouissements indépendants, mais il peut s'avérer intéressant dans le cas d'une transmission fixe par satellite où le canal est non sélectif en fréquence.



FIG. 2.9 – Principe d'une boucle de synchronisation dans un système OFDM.

Le détecteur proposé dans cet algorithme a été amélioré par le même auteur dans [42]. Il permet le fonctionnement dans les canaux radio-mobiles et donne de meilleures performances en termes de gigue de l'erreur résiduelle de fréquence porteuse après correction.

D'autres algorithmes ont été proposés dans la littérature pour corriger l'erreur de fréquence porteuse, soit en exploitant d'autres formes de la fonction de vraisemblance [43], [44] [45], [46] soit en exploitant la rotation de phase due à l'erreur de fréquence porteuse [47], [48], [49].

Yang [20] propose quant à lui une boucle de correction de fréquence horloge en supposant que la fréquence porteuse a été corrigée au préalable. Cet algorithme exploite le fait que l'erreur de fréquence horloge se traduit à la sortie de la FFT par une rotation de phase qui est fonction du numéro de la porteuse. La récupération de l'horloge est effectuée en deux étapes : une étape grossière qui estime la phase horloge en utilisant l'estimateur proposé dans [27] suivie d'une étape fine effectuée en deux temps :

- détermination du trajet d'énergie maximale : permet de placer la fenêtre FFT à  $\pm 1$  échantillon près (plage de fonctionnement de la boucle qui suit).
- utilisation d'une boucle de fréquence : permet à la fois d'obtenir le début du symbole OFDM avec une meilleure précision et de suivre le décalage dû à l'erreur de fréquence horloge de celui-ci.

Dans [50], une structure de correction jointe des erreurs de fréquence horloge et de fréquence porteuse est proposée. Les détecteurs sont basés sur la rotation de phase, en fonction de l'indice de la porteuse n et de l'indice i du symbole OFDM, en présence de ces erreurs de synchronisation.

En ce qui concerne l'erreur de phase horloge, Lee propose dans [51] un détecteur basé sur la rotation de phase en fonction des indices i et n. Un prémoyennage est utilisé afin d'augmenter les performances du détecteur. Al-Dweik propose quant à lui [52], [53] un détecteur de phase horloge de type avance-retard. La comparaison des signaux en avance et en retard par rapport à la phase horloge recherchée lui permet de l'estimer puis de la corriger.

Des détecteurs conjoints de phase horloge et de fréquence porteuse ont été proposés dans la littérature [29], [54]. Ils sont basés sur la rotation de phase en fonction des indices i et n.

L'intérêt de ces nombreux algorithmes utilisant des boucles est qu'ils évitent l'utilisation des pilotes et donc permettent d'augmenter l'efficacité spectrale du système. De plus, ils présentent de meilleures performances que ceux utilisant les estimateurs. Cependant, ils nécessitent une étape de synchronisation grossière préalable afin de limiter les interférences introduites par l'opération de FFT.

## 2.2.4 Récupération de phase porteuse

Dans une transmission fixe par satellite où l'estimation du canal n'est pas nécessaire, après avoir corrigé les autres erreurs de synchronisation, il faut encore corriger l'erreur de phase porteuse avant de démoduler le signal reçu. Dans le but d'optimiser l'efficacité spectrale, les algorithmes de récupération de phase porteuse de type bouclé sont utilisés afin d'éviter l'utilisation des pilotes.

Le principe des algorithmes de récupération de phase porteuse de type bouclé est illustré sur la figure 2.10

où  $y_n$  est le signal dont on veut corriger la phase porteuse,  $z_n$  est le signal après correction et  $\epsilon$  est la fonction d'erreur du détecteur.

L'un des premiers détecteurs pour les modulations QAM a été proposé dans [55], [56]. Ce détecteur est basé sur la méthode DD (Decision Directed). La fonction d'erreur en sortie du détecteur est définie de la façon suivante :

$$\epsilon = \Re(z_{i,n})\Im(\widehat{z_{i,n}}) - \Im(z_{i,n})\Re(\widehat{z_{i,n}})$$
(2.19)

où  $\widehat{z_{i,n}}$  est le signal quantifié à partir de  $z_{i,n}$ ,  $\Re(x)$  est la partie réelle de x et  $\Im(x)$  est la partie imaginaire de x.

Une autre forme de détecteur pour les modulations QAM a été proposée dans [57], basée sur le méthode NDA (pour Non-Data-Aided). La fonction d'erreur est définie par :



FIG. 2.10 – Principe d'une boucle de récupération de phase.

$$\epsilon = \Re(z_{i,n}) sgn[\Im(z_{i,n})] - \Im(z_{i,n}) sgn[\Re(z_{i,n})]$$
(2.20)

où sgn(x) est la fonction signe de x.

Leclert et Moridi ont résumé les détecteurs proposés [58], [59], [55], [57], [56], [60] dans [61], [62] tandis que Mottier compare leurs performances pour différents scénarios dans [63]. La conclusion de cette comparaison est que l'un d'eux est optimal pour les modulations QAM. La fonction d'erreur correspondante est donnée par :

$$\epsilon = sign[\Im(z_n)] \left[\Re(\widehat{z_n}) - \Re(z_n)\right] - sign[\Re(z_n)] \left[\Im(\widehat{z_n}) - \Im(z_n)\right]$$
(2.21)

Un des inconvénients majeurs de ces détecteurs est que leur plage de fonctionnement est petite pour les modulation QAM d'ordre supérieur à 4, en l'occurrence pour la 16QAM dans cette étude. Pour résoudre ce problème, plusieurs techniques ont été proposées [64], [65], [66], [67]. Le signal d'erreur du détecteur est légèrement modifié afin de permettre l'augmentation de la plage de fonctionnement.

Mais c'est A. Metref qui a proposé dans [68] une nouvelle méthode permettant une augmentation significative de cette plage pour les modulations QAM. Il a proposé de modifier complètement la fonction de quantification du détecteur optimal validé précédemment en proposant les zones de décision différentes.

L'estimée des symboles reçus reste classique en QPSK. En 16QAM, quatre zones sont définies afin de prendre des décisions  $(\hat{z_n})$  sur les symboles reçus  $(z_n)$ (voir figure 2.11). La zone 1 est délimitée par  $\Re(z_n) = \pm 2$  et  $\Im(z_n) = \pm 2$ . La zone 2 est la zone hachurée avec des carrés. La zone 3 est la zone hachurée de manière zébrée. La zone 4 est la zone restante.



FIG. 2.11 – Zones de décision en 16QAM.

Lorsque  $z_n$  appartient à la zone 1, on affecte  $\hat{z}_n$  au point le plus proche parmi  $A_1, B_1, C_1, D_1$ . Lorsque  $z_n$  appartient à la zone 2, on affecte  $\hat{z}_n$  au point le plus proche parmi  $A_2, B_2, C_2, D_2$ . Lorsque  $z_n$  appartient à la zone 3, on affecte  $\hat{z}_n$  au point le plus proche parmi  $A_3, B_3, C_3, D_3$ . Lorsque  $z_n$  appartient à la zone 4, on affecte  $\hat{z}_n$  au point le plus proche parmi  $A_4, B_4, C_4, D_4$ .

Afin d'optimiser la plage de fonctionnement du détecteur, les paramètres délimitant les zones de décision sont fixés aux valeurs suivantes [68] :  $\alpha = 0, 7, \zeta = 2, \alpha_2 = 0, 23$  et  $\alpha_3 = 0, 25$ .

Cette modification permet d'élargir la plage de fonctionnement en 16QAM jusqu'à  $[-\pi,\pi]$  avec une ambiguïté de  $\frac{\pi}{2}$  (au lieu de  $[-0,12\pi,0,12\pi]$  pour le détecteur initial proposé dans [61] en 16QAM).

C'est ce détecteur que nous allons considérer pour la récupération de phase porteuse dans cette étude.

## 2.3 Structure de synchronisation proposée

Dans un système de diffusion par satellite, le canal est non sélectif en fréquence. Il n'y a pas de multitrajets. De plus, l'objectif du dimensionnement du système proposé est d'optimiser l'efficacité spectrale. Il est donc préférable d'utiliser les boucles de type aveugle car elles n'utilisent pas de ressources inutiles et leurs performances sont meilleures que les algorithmes de type d'estimateur.

Cependant, les détecteurs étant situés après la FFT, une première estimation des erreurs de synchronisation est nécessaire afin de limiter les interférences IES et IEP générées par la FFT pour permettre aux boucles de converger. La structure proposée comprend donc deux étapes : une étape de synchronisation grossière et une étape de synchronisation fine.

L'étape de synchronisation grossière a pour objectif de :

- Retrouver les sous porteuses dans le bon ordre à la sortie de la FFT.

- Réduire les termes d'interférence dus aux erreurs de synchronisation.

Plus clairement, elle permet de corriger les erreurs de phase horloge et de fréquence porteuse et de lever l'ambiguïté sur la fréquence porteuse afin de permettre l'opération FFT puis la convergence des boucles utilisées dans l'étape suivante.

Basée sur les performances de la première étape, l'étape de synchronisation fine corrige les erreurs résiduelles de synchronisation en utilisant une structure bouclée de type NDA. Elle permet d'améliorer les performances du système et d'éviter l'utilisation de pilotes, ce qui conduit à augmenter l'efficacité spectrale.

Dans une transmission par satellite, l'erreur de fréquence horloge  $\beta$  est très faible du fait que les horloges sont très stables. De plus, les dégradations due à cette erreur  $\beta$  sont négligeables (voir section 1.3.2). Il est donc inutile de corriger cette erreur de synchronisation.

L'étape de synchronisation fine comprend deux boucles imbriquées de phase horloge et de fréquence porteuse, suivie d'une boucle de phase porteuse. Le schéma général de la structure de synchronisation proposée est donné par la figure 2.12.

La synchronisation des erreurs de phase horloge et de fréquence porteuse est présentée au chapitre 3. Des algorithmes de synchronisation optimisés sont proposés et leurs performances évaluées. La récupération de phase porteuse est présentée au chapitre 4. Le chapitre 5 est consacré à l'évaluation des performances de la structure complète ainsi que la comparaison de performances en termes d'efficacité spectrale entre la structure proposée et les systèmes monoporteuses. Une étude de la complexité de la structure proposée est également présentée.



FIG. 2.12 – Structure générale de synchronisation.

## Chapitre 3

# Synchronisation de fréquence porteuse et de phase horloge

Dans le paragraphe 2.1.2, nous avons vu que l'erreur de fréquence horloge pour le système considéré est faible. La dégradation sur les performances du système due à celle-ci est négligeable. Il n'est donc pas nécessaire de corriger cette erreur de synchronisation. Il reste alors à corriger les erreurs de phase horloge et de fréquence porteuse.

Dans le paragraphe 2.3, nous avons proposé d'effectuer la correction de fréquence porteuse et de phase horloge en deux étapes. La première étape consiste à corriger grossièrement ces erreurs avant la FFT afin de limiter les interférences et de permettre de corriger ces erreurs de façon plus fine pour améliorer les performances du système dans une deuxième étape.

L'étape de synchronisation fine est basée sur une structure bouclée. Les valeurs des erreurs résiduelles (en sortie de l'étape de synchronisation grossière) tolérées dépendent des paramètres de boucles utilisées dans l'étape de synchronisation fine.

Nous commencerons donc par introduire les algorithmes de synchronisation fine afin de déterminer les erreurs résiduelles tolérables sur la fréquence porteuse et la phase horloge en sortie de l'étape de synchronisation grossière. L'étape de synchronisation grossière sera alors définie pour satisfaire ces conditions.

## 3.1 Étape de synchronisation fine

L'étape de synchronisation fine de fréquence porteuse et de phase horloge comprend deux boucles imbriquées. Le schéma synoptique de cette étape est illustré par la figure 3.1.

Les détecteurs de fréquence porteuse et de phase horloge sont basés sur la



FIG. 3.1 – Schéma synoptique de l'étape de synchronisation fine de fréquence porteuse et de phase horloge.

rotation de phase porteuse sur les symboles reçus due aux erreurs de synchronisation. En effet, en présence de ces erreurs de synchronisation, les symboles reçus sont déphasés, atténués et un terme d'interférence apparaît. L'expression du symbole reçu en sortie de la FFT s'écrit comme suit :

$$Y_{i,n} = A e^{j\theta_{i,n}} X_{i,n} + I_{i,n} + n_{i,n}, \qquad (3.1)$$

où A désigne l'atténuation globale du signal utile,  $\theta_{i,n}$  désigne la rotation globale de phase sur la  $n^{i \grave{e}m e}$  porteuse du  $i^{i \grave{e}m e}$  symbole OFDM,  $I_{i,n}$  désigne l'interférence globale et  $n_{i,n}$  est le bruit thermique.

En se basant sur la rotation de phase due à chacune de ces erreurs de synchronisation (voir chapitre 2) et en supposant que ces rotations sont indépendantes, l'expression de la rotation globale de phase porteuse peut être exprimée par l'équation suivante :

$$\theta_{i,n} = \phi + 2\pi n\tau + \pi (2i+1)\Delta fT + 2\pi i n\beta \tag{3.2}$$

La figure 3.2 trace la rotation théorique et la rotation de la phase porteuse obtenue par simulation, en l'absence de bruit thermique pour N = 256,  $\phi = \pi/4$ ,  $\Delta f = 5\% \Delta f_p$ ,  $\beta = 6.10^{-5}$  et  $\tau = 4$  échantillons.



FIG. 3.2 – Rotation de phase due aux erreurs de synchronisation.

Le bruit sur la phase simulée est dû aux interférences résultant des erreurs de fréquence horloge et de fréquence porteuse.

Basée sur cette expression de la rotation de phase en fonction de i, de n et des erreurs de synchronisation, les détecteurs de fréquence porteuse et de phase horloge sont définis.

## 3.1.1 Boucle de fréquence porteuse

### 3.1.1.1 Détecteur de fréquence porteuse

Dans le paragraphe 2.2.3, plusieurs types de détecteurs de fréquence porteuse existant dans la littérature ont été présentés. Dans cette étude, nous proposons un nouveau détecteur de fréquence porteuse basé sur la rotation de phase.

En effet, à partir de l'équation 3.2, nous déduisons :

$$\varphi_{i,n} = \theta_{i,n} - \theta_{i-1,n} = 2\pi\Delta f + 2\pi n\beta \tag{3.3}$$

Pour une valeur de *i* fixée, l'ensemble  $\{\varphi_{i,n}\}_{n=-\frac{N}{2},\dots,\frac{N}{2}-1}$  constitue alors une droite de pente égale à  $2\pi\beta$  et d'ordonnée à l'origine égale à  $2\pi\Delta f$ . Étant donné

que la pente est très faible devant l'ordonnée à l'origine, la valeur de  $\Delta f$  peut donc être estimée par le moyennage sur les N valeurs de  $\varphi_{i,n}$ .

Le détecteur basé sur la rotation de phase en fonction des indices i et n est alors défini par :

$$D_{i} = Arg\left[\sum_{n=-N/2}^{N/2+1} \left(Y_{i,n}Y_{i-1,n}^{*}\right)^{4}\right]$$
(3.4)

L'élévation à la puissance 4 permet de supprimer la modulation M-QAM. Ce détecteur est noté DBRP (Détecteur Basé sur Rotation de Phase) par la suite.

#### 3.1.1.2 Plage de fonctionnement

La plage de fonctionnement de la boucle de fréquence porteuse est la plage de fréquence pour laquelle la boucle converge. Cette plage de fonctionnement est calculée à partir de la caractéristique du détecteur de fréquence porteuse. Celle-ci est tracée sur la figure 3.3 en fonction de l'erreur de fréquence porteuse  $\Delta f$  (en pourcentage de l'espacement interporteuse  $\Delta f_p$ ) pour plusieurs valeurs de  $E_b/N_0$ et pour N = 256. Les modulations QPSK et 16QAM sont considérées.



FIG. 3.3 – Caractéristique de la boucle de fréquence porteuse.

Les mesures de la largeur de cette plage montrent qu'elle ne dépend pas du rapport  $E_b/N_0$ . Pour N = 256, elle est égale à  $[-\Delta f_{max}, \Delta f_{max}]$  avec,  $\Delta f_{max} = 11, 5\%$ de l'espacement interporteuse pour les deux modulations QPSK et 16QAM.

La figure 3.4 trace la valeur de  $\Delta f_{max}$  mesurée en fonction du nombre de porteuses N, pour les deux modulations QPSK et 16QAM. Le rapport  $E_b/N_0$  est fixé à 0dB.



FIG. 3.4 – Valeurs de  $\Delta f_{max}$  en fonction de N.

La valeur de  $\Delta f_{max}$  ne dépend ni de la modulation, ni du nombre de porteuses N, elle est égale à 11,5% de l'espacement interporteuse. En sortie de l'étape de synchronisation grossière, l'erreur résiduelle de fréquence porteuse doit donc être comprise dans l'intervalle  $[-\Delta f_{max}, \Delta f_{max}]$  afin d'assurer la convergence de la boucle de fréquence porteuse.

#### 3.1.1.3 Comparaison avec d'autres détecteurs

Les performances de ce détecteur sont comparées avec celles de trois détecteurs proposés dans la littérature. Ils sont proposés par Morelli [37], Lottici [43], et Roh [45] et seront ici respectivement appelés détecteurs de LAM, RCP et MAM, en utilisant les initiales des auteurs qui les proposent.

La figure 3.5 évalue l'écart-type de l'erreur résiduelle de fréquence porteuse en sortie de la boucle en fonction du rapport  $E_b/N_0$ . Les paramètres sont : N = 512,



 $\beta=0,\,\tau=0,$  une modulation QPSK sur chaque porteuse et une bande de bruit  $B_lT=10^{-2}.$ 

FIG. 3.5 – Écart-type de l'erreur résiduelle de fréquence porteuse en fonction du rapport  $E_b/N_0$ , pour différents détecteurs,  $\beta = 0$ .

Nous constatons qu'en l'absence d'erreur de fréquence horloge, le détecteur DBRP présente des performances légèrement supérieures à celles du détecteur LAM et leurs performances sont meilleures que celles des deux autres détecteurs.

Nous allons également évaluer leurs performances en présence d'une erreur non nulle de fréquence horloge. Ces résultats sont présentés par la figure 3.6 pour  $\beta = 6.10^{-5}$ .

Dans ce cas, le détecteur DBRP présente des performances meilleures que celles des autres détecteurs. Ceci est dû au fait que dans le cas où  $\beta$  est non nul, la construction du détecteur DBRP prend en compte l'impact de  $\beta$  sur les performances grâce à un moyennage de phase sur toutes les porteuses. De plus, la faible dégradation des performances en présence de  $\beta$  justifie le choix de ne pas corriger  $\beta$ .



FIG. 3.6 – Écart-type de l'erreur résiduelle de fréquence porteuse en fonction du rapport  $E_b/N_0$ , pour différents détecteurs,  $\beta = 6.10^{-5}$ .

Notons aussi que le détecteur DBRP utilisant deux symboles OFDM consécutifs pour estimer l'erreur de fréquence porteuse, celle-ci est corrigée tous les 2 symboles OFDM.

#### 3.1.1.4 Performances de la boucle

Dans l'annexe C, la variance théorique de l'erreur résiduelle de fréquence porteuse en sortie de la boucle de fréquence porteuse est calculée. Elle est donnée par :

$$var(\Delta f) = \frac{B_l T}{32\pi^2 N(E_s/N_0)} \left( 2 + \frac{9}{E_s/N_0} + \frac{12}{(E_s/N_0)^2} + \frac{3}{(E_s/N_0)^3} \right) \\ \times \left( 19 + \frac{244}{E_s/N_0} + \frac{966}{(E_s/N_0)^2} + \frac{1068}{(E_s/N_0)^3} + \frac{267}{(E_s/N_0)^4} \right)$$
(3.5)

45

La figure 3.7 compare les variances théorique et simulée de l'erreur de fréquence porteuse pour un nombre de porteuses N = 512, une modulation QPSK transportée sur chaque porteuse et deux valeurs de la bande de bruit :  $B_l T = 10^{-2}$  et  $B_l T = 10^{-3}$ .



FIG. 3.7 – Performances théoriques et simulées de la boucle de fréquence porteuse.

Les figures 3.8 et 3.9 présentent l'écart-type de l'erreur résiduelle de fréquence porteuse obtenu pour différentes valeurs de la bande de bruit, en fonction de  $E_b/N_0$ , dans le cas d'une modulation QPSK (figure 3.8) et dans le cas d'une modulation 16QAM (figure 3.9) sur chaque porteuse. Le nombre de porteuses est N = 512.

En sortie de la boucle de fréquence porteuse, l'erreur résiduelle présente un écart-type inférieur à 1,5% de l'espacement interporteuse pour une modulation QPSK et inférieur à 0,7% en 16QAM. Les dégradations de performances dues à ces erreurs résiduelles sont inférieures à 0,2dB (voir paragraphe 2.1.3.2).

Notons que cette erreur se traduit par un bruit de phase sur chaque porteuse qu'il faudra prendre en compte lors de l'étude de la boucle de phase porteuse.



FIG. 3.8 – Performance de la boucle de fréquence porteuse, modulation QPSK.



FIG. 3.9 – Performance de la boucle de fréquence porteuse, modulation 16QAM.

## 3.1.2 Boucle de phase horloge

Rappelons que la phase horloge correspond à la position du début de la fenêtre sur laquelle on va faire la FFT.

#### 3.1.2.1 Choix du détecteur

A partir de l'équation 3.2, nous constatons que pour une valeur de *i* fixée et pour une valeur normalisée de  $\beta$  négligeable devant  $\tau$ , l'ensemble des rotations de phase  $\{\theta_{i,n}\}_{n=-N/2...N/2-1}$  du  $i^{i \grave{e}m e}$  symbole OFDM constitue une droite de pente proportionnelle à  $\tau$ . Ainsi,  $\tau$  peut être estimé à partir de cette pente. Ce détecteur est proposé dans [51] :

$$u_{\tau}(i) = Arg\left[\sum_{n=-N/2}^{N/2-2} \left(Y_{i,n+1}Y_{i,n}^*\right)^4\right]$$
(3.6)

L'élévation à la puissance 4 permet de supprimer la modulation QAM.

Dans le but d'améliorer les performances de ce détecteur, une pré-sommation sur w symboles consécutifs est effectuée :

$$Q_p = \frac{1}{w} \sum_{n=0}^{w-1} Y_{i,n-N/2+pw}^4$$
(3.7)

L'expression du nouveau détecteur devient [51] :

$$u_{\tau}(i) = \frac{1}{w} Arg \left[ \sum_{p=2}^{N/w} Q_p Q_{p-1}^* \right]$$
(3.8)

La figure 3.10 en illustre le principe.

Le paramètre w est ajustable. Quand w augmente, les performances du détecteur s'améliorent car la pré-sommation permet d'augmenter le rapport signal sur bruit. Mais la plage de fonctionnement de la boucle de phase horloge diminue (voir paragraphe suivant).

#### 3.1.2.2 Plage de fonctionnement

La plage de fonctionnement de la boucle de phase horloge est la plage dans laquelle la phase horloge après correction (par l'étape de synchronisation grossière) doit être comprise au démarrage de la boucle afin de permettre l'accrochage de celle-ci.

Sa largeur excède celle de l'intervalle de garde. En effet, le détecteur de la boucle de phase horloge peut supporter une certaine interférence du fait que le



FIG. 3.10 – Principe du détecteur de phase horloge.

début considéré pour la fenêtre FFT de réception se trouve en dehors de l'intervalle de garde à cause de l'erreur de phase horloge (voir paragraphe 2.1.1.2).

La plage excédentaire (par rapport à l'intervalle de garde) supportée est donnée par la plage de fonctionnement de la boucle de phase horloge en l'absence de l'intervalle de garde. On peut constater sur les figures 3.11 (modulation QPSK sur chaque porteuse) et 3.12 (modulation 16QAM sur chaque porteuse) qu'elle est indépendante de  $E_b/N_0$ . La figure 3.13 trace la largeur de cette plage excédentaire en fonction du paramètre w, pour des modulations QPSK et 16QAM transportées et pour différentes valeurs de N. La largeur de cette plage ne dépend ni de N ni du rapport  $E_b/N_0$ . Elle ne dépend que de w.

Le tableau 3.1 donne la largeur obtenue par simulation de la plage de fonctionnement de la boucle de phase horloge (intervalle de garde + plage excédentaire) en fonction de w, de la durée T du symbole OFDM et de la durée  $T_g$  de l'intervalle de garde.

L'erreur résiduelle de phase horloge en sortie de l'étape de synchronisation grossière devra être incluse dans cette plage de fonctionnement pour que la boucle de phase horloge converge.

#### 3.1.2.3 Bruit de quantification

La figure 3.14 évalue l'écart-type de l'erreur résiduelle de phase horloge en sortie de la boucle en fonction du rapport  $E_b/N_0$  et pour différentes valeurs de la bande de bruit  $B_lT$ . Les paramètres utilisés sont : w = 4, N = 512 et une modulation QPSK sur chaque porteuse.



FIG. 3.11 – Caractéristique du détecteur de phase horloge, modulation QPSK.

Valeur de $w$	Largeur de la plage de fonctionnement
1	$0.1242 \; T  +  T_g$
2	$0.0619  T + T_g$
4	$0.031 \ T + T_g$
6	$0.0208  T + T_g$
8	$0.0156 \; T \; + \; T_g$
10	$0.0125 \; T \; + \; T_g$
12	$0.0103 \; T \; + \; T_g$
15	$0.0083 \; T \; + \; T_g$
20	$0.0063 \; T  +  T_g$
30	$0.0041 \; T  +  T_g$

TAB. 3.1 – Largeur de la plage de fonctionnement de la boucle de phase horloge en fonction du paramètre w.



FIG. 3.12 – Caractéristique du détecteur de phase horloge, modulation 16QAM.

La valeur du plancher observée est due à l'erreur de quantification sur la phase horloge car la synchronisation de phase horloge est faite sur le signal échantillonné à  $R_{OFDM}/N$ , où  $R_{OFDM}$  est le rythme symbole OFDM. En effet, si N est le nombre d'échantillons par symbole OFDM, le pas de quantification q est égal à  $\frac{1}{N}$  et la puissance du bruit de quantification est donnée par :

(

$$\sigma^2 = \frac{q^2}{12} \tag{3.9}$$

D'où :

$$\sigma = \frac{q}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{2\sqrt{3}N}$$
, soit 5,6.10<sup>-4</sup> pour N=512. (3.10)

Si la phase horloge est corrigée de façon plus fine (par exemple en utilisant un suréchantillonnage), ce plateau peut être réduit, comme nous le montrent les résultats de la figure 3.15 pour un facteur de suréchantillonnage de 32.



FIG. 3.13 – Plage d'erreur tolérée par le détecteur de la boucle de phase horloge, en dehors de l'intervalle de garde.

# 3.1.2.4 Performances de la boucle de phase horloge en fonction du paramètre w

La variance théorique de l'erreur résiduelle de phase horloge en sortie de la boucle de phase horloge est donnée par (annexe D) :

$$var(\tau) = \frac{N^2(B_l T)}{32\pi^2(N-w)w(E_s/N_0)} \left(2 + \frac{9}{E_s/N_0} + \frac{12}{(E_s/N_0)^2} + \frac{3}{(E_s/N_0)^3}\right) \times \left(19 + \frac{244}{E_s/N_0} + \frac{966}{(E_s/N_0)^2} + \frac{1068}{(E_s/N_0)^3} + \frac{267}{(E_s/N_0)^4}\right)$$
(3.11)

Elle atteint une valeur minimale pour  $w = \frac{N}{2}$ .

Nous avons également constaté (paragraphe 3.1.2.2) que la plage de fonctionnement de la boucle de phase horloge diminuait quand w augmentait.

L'étape de synchronisation grossière devra donc être dimensionnée en prenant en compte ces deux facteurs. Cependant, d'autres facteurs seront à considérer



FIG. 3.14 – Écart-type de l'erreur résiduelle de phase horloge en fonction du rapport  $E_b/N_0$ .



FIG. 3.15 – Écart-type de l'erreur résiduelle de phase horloge en fonction du rapport  $E_b/N_0$ , facteur de suréchantillonnage égal à 32.

pour déterminer la valeur optimale de w ( $w_{opt}$ ), notamment l'optimisation de l'efficacité spectrale du système.

#### 3.1.2.5 Performances de la boucle de phase horloge en fonction de N

En considérant que le paramètre w a été optimisé, en prenant en compte les contraintes de la boucle de phase horloge précédemment citées mais également celle de la synchronisation grossière (voir plus loin), les performances de la boucle de phase horloge sont évaluées en fonction du rapport signal sur bruit pour différentes valeurs de N. L'erreur de fréquence horloge est fixée à  $\beta = 6.10^{-5}$  et la bande de bruit de la boucle de phase horloge est fixée à  $B_l T = 10^{-2}$ .

L'écart-type de l'erreur résiduelle de phase horloge est donné par la figure 3.16 pour une modulation QPSK et par la figure 3.17 pour une modulation 16QAM.



FIG. 3.16 – Performances de la boucle de phase horloge, modulation QPSK.

Notons que ces performances tendent vers un plancher dû au bruit de quantification. Le facteur de sur-échantillonnage est choisi de telle façon que le produit entre N et celui-ci soit constant. C'est pourquoi les courbes dans les figure 3.16 et 3.17 tendent vers le même plateau.

Après correction, l'erreur résiduelle de phase horloge présente un écart-type allant jusqu'à 1% de la durée du symbole OFDM en QPSK et jusqu'à 0,3% de la durée du symbole OFDM en 16QAM. En l'absence de l'intervalle de garde, ces erreurs provoquent une dégradation d'environ 1,5dB sur les performances du système (voir paragraphe 2.1.1.2).



FIG. 3.17 – Performances de la boucle de phase horloge, modulation 16QAM.

Cette dégradation est excessive et doit être réduite. Pour cela, on utilisera un intervalle de garde suffisamment grand qui assure qu'après correction, l'erreur résiduelle de phase horloge n'amène pas le début de la fenêtre FFT de réception en dehors de l'intervalle de garde. Le choix de la longueur de l'intervalle de garde satisfaisant cette condition sera discuté dans le paragraphe 3.2.1.5.

#### 3.1.3 Interaction entre les boucles imbriquées

# 3.1.3.1 Impact de la boucle de fréquence porteuse sur la boucle de phase horloge

Une erreur résiduelle de fréquence porteuse est toujours présente en entrée de la boucle de phase horloge. Cette erreur se traduit par une rotation de phase sur les symboles modulés. Le détecteur de la boucle de phase horloge étant basé sur la rotation de phase des symboles modulés, ses performances sont donc affectées par la boucle de fréquence porteuse.

Considérons une erreur résiduelle de fréquence porteuse d'écart-type  $\sigma_{\Delta f}$ . Les performances de la boucle de phase horloge sont comparées, par l'intermédiaire de l'écart-type de l'erreur résiduelle  $\sigma_{\tau}$ , pour différentes valeurs de  $\sigma_{\Delta f}$ . Les résultats sont données par la figure 3.18 pour une modulation QPSK et par la figure 3.19 pour une modulation 16QAM. La bande de bruit de la boucle de phase horloge est fixée à  $B_l T = 10^{-2}$ .



FIG. 3.18 – Impact de l'erreur résiduelle de fréquence porteuse sur la boucle de phase horloge, modulation QPSK.



FIG. 3.19 – Impact de l'erreur résiduelle de fréquence porteuse sur la boucle de phase horloge, modulation 16QAM.
On constate que pour un écart-type de l'erreur résiduelle de fréquence porteuse inférieur à 2% de l'espacement interporteuse, les dégradations de performances de la boucle de phase horloge dues à l'erreur résiduelle de fréquence porteuse sont négligeables.

Or il a été montré dans le paragraphe 2.1.1.2 que l'on se trouve toujours dans ce cas-là. L'impact de la boucle de fréquence porteuse sur la boucle de phase horloge est donc négligeable.

# 3.1.3.2 Impact de la boucle de phase horloge sur la boucle de fréquence porteuse

Quand l'erreur résiduelle à la sortie de la boucle de phase horloge,  $\tau$ , est telle que le début de la fenêtre FFT de réception est comprise dans l'intervalle de garde, il n'y a pas apparition d'interférence.

Cette erreur se traduit alors simplement par une rotation de phase sur les symboles reçus en sortie de la FFT, rotation qui est fonction de l'indice de la porteuse mais qui est indépendante de l'indice du symbole OFDM. Le détecteur de la boucle de fréquence porteuse est basé sur le déphasage entre deux symboles OFDM consécutifs. La rotation de phase sur les symboles reçus en sortie de la FFT due à l'erreur résiduelle à la sortie de la boucle de phase horloge est alors compensée. Dans ce cas, l'erreur résiduelle de phase horloge n'a aucun impact sur la boucle de fréquence porteuse.

Pour confirmer cette hypothèse, nous évaluons les performances de la boucle de fréquence porteuse en fonction de l'erreur résiduelle de phase horloge. Les figures 3.20 et 3.21 tracent l'écart-type de l'erreur résiduelle de fréquence porteuse dans le cas où l'écart-type de l'erreur résiduelle de phase horloge  $\sigma_{\tau}$  est nul (correction parfaite de phase horloge) et dans le cas où il est de 1 échantillon (correction non parfaite de phase horloge). Des modulations QPSK et 16QAM sont considérées et des valeurs de  $10^{-2}$  et  $10^{-3}$  pour  $B_lT$ .

La similitude entre les courbes permet en effet de valider l'absence d'influence de la boucle de phase horloge sur la boucle de fréquence porteuse.

# 3.2 Étape de Synchronisation grossière

L'objectif de cette étape est d'obtenir des erreurs résiduelles de synchronisation suffisamment faibles afin de permettre la convergence des boucles de l'étape de synchronisation fine.

Pour cela, les erreurs résiduelles de phase horloge et de fréquence porteuse doivent être comprises dans les plages de fonctionnement des boucles de phase horloge et de fréquence porteuse définies dans les paragraphes 3.1.2.2 et 3.1.1.2.



FIG. 3.20 – Impact de l'erreur résiduelle de phase horloge sur la boucle de fréquence porteuse, modulation QPSK.



FIG. 3.21 – Impact de l'erreur résiduelle de phase horloge sur la boucle de fréquence porteuse, modulation 16QAM.

Nous supposons qu'à l'entrée du récepteur, aucune information sur les erreurs de synchronisation n'est connue. Concernant l'erreur de fréquence porteuse, elle peut être supérieure à l'espacement interporteuse  $\Delta f_p$ . Une ambiguïté égale à un multiple de  $\Delta f_p$  existe et il faut la lever.

Deux stratégies de correction sont abordées dans ce chapitre. La première utilise essentiellement l'intervalle de garde tandis que la deuxième utilise des symboles pilotes. Les performances de ces deux stratégies sont évaluées et comparées afin de trouver le meilleur algorithme pour la structure proposée.

# 3.2.1 Stratégie utilisant l'intervalle de garde

L'intervalle de garde peut être utilisé pour effectuer une synchronisation grossière de la phase horloge et de la fréquence porteuse. Cette méthode nécessite que l'intervalle de garde soit un préfixe cyclique. On notera  $T_g$  sa longueur et  $N_g$  son nombre d'échantillons.

#### 3.2.1.1 Estimation des erreurs de synchronisation

De nombreux estimateurs ont été proposés dans la littérature dont un certain nombre sont basés sur le calcul d'une fonction de corrélation (voir paragraphe 2.2.1).

Compte tenu de leur simplicité de mise en œuvre et de leurs performances proches de celles des autres estimateurs pour un canal de type AWGN [31], les estimateurs définis dans [27] ont été retenus. Ils utilisent la fonction de corrélation suivante :

$$R(n) = \sum_{k=n}^{n+N_g-1} r(k)^* r(k+N)$$
(3.12)

où r(n) est le  $n^{i eme}$  échantillon reçu. Nous avons :

$$R(n+1) = R(n) + r(n+N_g)^* r(n+N_g+N) - r(n)^* r(n+N)$$
(3.13)

Afin d'augmenter les performances des estimateurs basés sur R(n), une moyenne sur L symboles OFDM consécutifs est utilisée. La nouvelle fonction de corrélation associée est :

$$R_L(n) = \sum_{l=1}^{L} \sum_{k=n}^{n+N_g-1} r(k + (l-1)(N+N_g))^* r(k + (l-1)(N+N_g) + N) \quad (3.14)$$

Le canal étudié est un canal gaussien non sélectif en fréquence, il n'y a pas de multitrajets. La fonction de vraisemblance peut être simplifiée par rapport à celle qui a été définie dans [27] :

$$\Lambda(n,\Delta f) = \mid R_L(n) \mid \tag{3.15}$$

Les estimateurs du début de la fenêtre FFT en réception et de l'erreur de fréquence porteuse sont donnés par :

$$\widehat{n} = \underset{n}{\operatorname{Argmax}} \left[ \Lambda(n, \Delta f) \right] \tag{3.16}$$

$$\widehat{\Delta f} = -\frac{1}{2\pi} Arg \left[ R_L(\widehat{n}) \right] \tag{3.17}$$

Les erreurs résiduelles de phase horloge et de fréquence porteuse en sortie de l'étape de synchronisation grossière sont définies par :

$$\tau = n_0 - \hat{n} \tag{3.18}$$

$$\Delta f = \Delta f_0 - \widehat{\Delta f} \tag{3.19}$$

où  $n_0$  est l'indice du premier échantillon de la partie utile du symbole OFDM reçu et  $\Delta f_0$  est l'erreur de fréquence porteuse.

#### 3.2.1.2 Levée d'ambiguïté sur la fréquence porteuse

L'estimateur de fréquence porteuse défini dans le paragraphe précédent ne permet pas de lever l'ambiguïté sur l'erreur de fréquence porteuse. Il faut utiliser un symbole pilote de structure particulière [38].

En éteignant les porteuses impaires et en envoyant une séquence pseudoaléatoire particulière sur les porteuses paires, on génère un symbole pilote constitué de deux parties identiques de longueur  $\frac{N}{2}$  dans le domaine temporel [38].

Ce symbole pilote sera détecté à la réception en utilisant la fonction de corrélation suivante :

$$R_2(i) = \sum_{k=\hat{n}}^{\hat{n}+N/2-1} r(k+iN_i)^* r(k+N/2+iN_i) , \text{ pour } i=0,1...$$
(3.20)

Une fois le symbole pilote détecté (maximisation de la fonction de corrélation  $R_2$ ), la comparaison circulaire après la FFT des symboles reçus sur ses porteuses paires avec les symboles émis permet d'estimer et de corriger l'ambiguïté sur la fréquence porteuse.

On définit pour cela la fonction de corrélation suivante :

$$R(z) = \sum_{n=-N/2, n \text{ pair}}^{N/2-2} \frac{|Y_{i,n+z}^* X_{i,n}|}{|X_{i,n}|^2}$$
(3.21)

où z représente l'ambiguïté sur l'er reur de fréquence porteuse. Son estimée est donnée par :

$$\widehat{z} = \max_{z \in \mathbb{Z}} R(z) \tag{3.22}$$

Les simulations montrent que cette méthode permet de lever l'ambiguïté sur la fréquence porteuse à  $E_b/N_0 = 0dB$  [38].

### 3.2.1.3 Performances de la synchronisation de phase horloge

Nous avons défini dans le paragraphe 3.1.2.2 la plage de fonctionnement de la boucle de phase horloge dans laquelle l'erreur résiduelle de phase horloge à l'issue de l'étape de synchronisation grossière doit être comprise.

Nous rappelons que cette plage de fonctionnement, notée  $P_{ph}$ , comprend l'intervalle de garde et un intervalle en dehors de l'intervalle de garde dépendant du paramètre w de la boucle de phase horloge (voir paragraphe 3.1.2.2 et figure 3.22).



FIG. 3.22 – Plage de fonctionnement de la boucle de phase horloge.

Nous allons, dans un premier temps, évaluer les performances de la synchronisation grossière pour une valeur du paramètre w égale à 4. Dans ce cas, l'erreur résiduelle de phase horloge doit être comprise dans une plage de longueur  $T_g + 3,1\%T$ , où T représente la durée totale du symbole OFDM et  $T_g$  celle de l'intervalle de garde (voir paragraphe 3.1.2.2). Nous avons vu dans le paragraphe 3.2.1.1 que le moyennage de la fonction de corrélation sur L symboles OFDM consécutifs permettait d'améliorer les performances de l'estimateur. Néanmoins, en présence d'une erreur de fréquence horloge  $\beta$ , le nombre de symboles L sur lequel on moyenne devra être limité de manière à réduire l'interférence générée par  $\beta$ .

La figure 3.23 évalue la longueur de l'intervalle de garde nécessaire (en pourcentage de N) pour obtenir une probabilité de  $10^{-6}$  que l'erreur résiduelle de phase horloge soit en dehors de la plage souhaitée. Elle est tracée en fonction de L pour N = 256 et N = 512 et dans les deux cas suivants :

- pas d'erreur de fréquence horloge :  $\beta = 0$ 

– une erreur de fréquence horloge :  $\beta = 1, 2.10^{-4}$ .

Les estimations sont effectuées dans le domaine temporel avant la FFT de réception. Le type de modulation n'intervient pas dans l'évaluation des performances, nous considérons alors le pire cas, c'est à dire un point de fonctionnement  $E_s/N_0$  de 0dB afin de satisfaire ceux définis pour les modulations QPSK et 16QAM.



FIG. 3.23 – Performances de la synchronisation grossière de phase horloge,  $\beta = 0$  et  $\beta = 1, 2.10^{-4}$ .

Nous remarquons que lorsque la fonction de corrélation est moyennée sur un nombre restreint de symboles OFDM, l'interférence due à  $\beta$  est faible et n'a pas

d'impact sur les performances de l'estimateur de phase horloge. Les performances de l'estimateur en l'absence et en présence de  $\beta$  sont alors proches. Lorsque L est grand, l'impact de  $\beta$  devient non négligeable et l'interférence générée importante. Les performances de l'estimateur se dégradent alors considérablement. La durée de l'intervalle de garde nécessaire pour conserver les mêmes performances commence à augmenter.

Il existe donc, en présence d'une erreur de fréquence horloge, une valeur optimale de L, appelée  $L_{opt}$ , pour laquelle la longueur de l'intervalle de garde atteint un minimum, noté  $N_{g_{min}}$ . Dans le cas de  $\beta = 1, 2.10^{-4}$  et N = 256, nous avons  $L_{opt} = 60$  et  $N_{g_{min}} = 4$  échantillons (1, 25% de N). Pour  $\beta = 1, 2.10^{-4}$  et N = 512, nous avons  $L_{opt} = 40$  et  $N_{g_{min}} = 5$  échantillons (0, 9% de N). Rappelons que le paramètre w de la boucle de phase horloge a été fixé à w = 4. Cependant, la valeur optimale de L va dépendre de N et  $\beta$ , mais également de w.

Les valeurs de  $L_{opt}$  et  $N_{g_{min}}$  ont été évaluées par simulation en fonction de Net w pour des valeurs de  $\beta$  de 1, 2.10<sup>-4</sup> et 6.10<sup>-5</sup> afin d'obtenir une probabilité inférieure à 10<sup>-6</sup> pour que l'erreur de phase horloge ne soit pas comprise dans la plage  $P_{ph}$  souhaitée. Les résultats sont présentés dans les tableaux 3.2 et 3.3.

#### **3.2.1.4** Performances de la synchronisation de fréquence porteuse

La synchronisation grossière de fréquence porteuse a pour but de garantir une erreur résiduelle incluse dans la plage de fonctionnement de la boucle de fréquence porteuse définie dans le paragraphe 3.1.1.2. Cette plage est égale à  $[-\Delta f_{max}, \Delta f_{max}]$ , avec  $\Delta f_{max} = 11,5\%$  (voir paragraphe 3.1.1.2). Elle ne dépend pas de la modulation, ni du nombre de porteuses N.

De la même manière que précédemment, on peut définir les valeurs optimales de L et  $N_g$ . Celles-ci dépendent de la valeur de N et sont données dans les tableaux 3.4 et 3.5 pour deux valeurs de  $\beta$  :  $\beta = 1, 2.10^{-4}$  et  $\beta = 6.10^{-5}$ , à  $E_s/N_0 = 0dB$ . L'objectif étant toujours d'obtenir une probabilité inférieure à  $10^{-6}$  que l'erreur résiduelle de fréquence porteuse ne soit pas incluse dans la plage souhaitée.

En supposant que cette erreur résiduelle est gaussienne de moyenne nulle. Sa variance est donnée par la relation suivante [69] :

$$\sigma^2(\widehat{\Delta f}) = \frac{1}{4\pi^2} \frac{1}{L_{opt} N_{g_{min}} \frac{E_s}{N_0}}$$
(3.23)

La figure 3.24 donne l'écart-type de l'erreur résiduelle de fréquence porteuse obtenu de façon théorique (équation 3.23) et par simulation pour deux cas :  $\beta = 0$  et  $\beta = 6.10^{-5}$ . Les paramètres suivants sont considérés : N = 512,  $L_{opt} = 60$ ,  $N_{p_{min}} = 4$ , modulation QPSK.

N.T.		D	T	λĭ
N	W	$P_{ph}$	$L_{opt}$	$N_{g_{min}}$
128	1	$0.124T + T_g$	80	2
-	2	$0.0619T + T_g$	80	3
-	4	$0.0310T + T_g$	80	3
-	6	$0.0208T + T_g$	80	3
-	8	$0.0156T + T_g$	80	4
-	10	$0.0125T + T_g$	80	4
-	15	$0.0083T + T_g$	80	4
-	20	$0.0061T + T_g$	80	4
256	1	$0.124T + T_g$	60	4
-	4	$0.0310T + T_g$	60	4
-	8	$0.0156T + T_{g}$	60	4
-	10	$0.0125T + T_{g}$	60	4
-	15	$0.0083T + T_q$	60	5
-	20	$0.0061T + T_q$	60	5
-	30	$0.0041T + T_{g}$	60	6
-	40	$0.0029T + T_{g}$	60	6
512	1	$0.1242T + T_{g}$	40	5
-	4	$0.0310T + T_q$	40	5
-	8	$0.0156T + T_{g}$	40	5
-	12	$0.0103T + T_{g}$	40	5
-	15	$0.0083T + T_{g}$	40	5
-	20	$0.0061T + T_q$	40	6
-	30	$0.0041T + T_{g}$	40	6
-	40	$0.0029T + T_{g}$	40	6
-	60	$0.0020T + T_{g}$	40	7
1024	1	$0.1242T + T_{g}$	30	6
-	4	$0.0310T + T_{g}$	30	6
_	8	$0.0156T + T_{g}$	30	6
_	12	$0.0103T + T_{g}$	30	6
_	20	$0.0061T + T_a$	30	6
-	30	$0.0041T + T_{a}$	30	7
-	40	$0.0029T + T_{g}$	30	7
_	60	$0.0020T + T_{g}$	40	8
-	80	$0.0015T + T_{g}$	40	8

TAB. 3.2 – Valeurs de  $L_{opt}$  et de  $N_{g_{min}},$  synchronisation grossière de phase horloge,  $\beta=1,2.10^{-4}.$ 

Ν	W	$P_{ph}$	$L_{opt}$	$N_{g_{min}}$
128	1	$0.1242T + T_g$	100	2
-	2	$0.0619T + T_g$	100	2
-	4	$0.0310T + T_g$	100	2
-	6	$0.0208T + T_g$	100	2
-	8	$0.0156T + T_g$	100	2
-	10	$0.0125T + T_g$	100	2
-	15	$0.0083T + T_g$	100	3
-	20	$0.0061T + T_g$	100	3
256	1	$0.1242T + T_g$	80	3
-	4	$0.0310T + T_g$	80	3
-	8	$0.0156T + T_g$	80	3
-	10	$0.0125T + T_g$	80	3
-	12	$0.0103T + T_q$	80	3
-	15	$0.0083T + T_g$	80	3
-	20	$0.0061T + T_g$	80	4
-	30	$0.0041T + T_g$	80	4
512	1	$0.1242T + T_g$	60	3
-	4	$0.0310T + T_q$	60	3
-	8	$0.0156T + T_g$	60	4
-	12	$0.0103T + T_g$	60	4
-	20	$0.0061T + T_g$	60	4
-	30	$0.0041T + T_g$	60	5
-	40	$0.0029T + T_g$	60	5
-	60	$0.0020T + T_g$	60	5
1024	1	$0.1242T + T_g$	40	4
-	4	$0.0310T + T_g$	40	5
-	8	$0.0156T + T_g$	40	5
-	12	$0.0103T + T_q$	40	5
-	20	$0.0061T + T_g$	40	5
-	30	$0.0041T + T_q$	40	5
-	40	$0.0029T + T_g$	40	6
-	60	$0.0020T + T_g$	40	6
-	80	$0.0015T + T_g$	40	6

TAB. 3.3 – Valeurs de  $L_{opt}$  et de  $N_{g_{min}}$ , synchronisation grossière de phase horloge,  $\beta = 6.10^{-5}$ .

Ν	$L_{opt}$	$N_{g_{min}}$
16	120	2
32	110	2
64	100	3
128	80	3
256	60	4
512	40	5
1024	30	6

TAB. 3.4 – Valeurs de  $L_{opt}$  et de  $N_{g_{min}}$ , synchronisation grossière de fréquence porteuse,  $\beta = 1, 2.10^{-4}$ .

Ν	$L_{opt}$	$N_{g_{min}}$
16	130	1
32	120	2
64	110	2
128	100	2
256	80	3
512	60	4
1024	40	5

TAB. 3.5 – Valeurs de  $L_{opt}$  et de  $N_{g_{min}}$ , synchronisation grossière de fréquence porteuse,  $\beta = 6.10^{-5}$ .

#### 3.2.1.5 Dimensionnement de l'intervalle de garde

Pour chaque valeur de N et de  $\beta$ , les tableaux 3.2 et 3.3 donnent la longueur nécessaire de l'intervalle de garde pour que la probabilité que l'estimée de la phase horloge soit en dehors de la plage de fonctionnement définie dans le paragraphe 3.1.2.2 soit inférieure à  $10^{-6}$ .

Les tableaux 3.4 et 3.5 donnent la longueur nécessaire de l'intervalle de garde pour que la probabilité que l'estimée de la fréquence porteuse soit en dehors de la plage de fonctionnement définie dans le paragraphe 3.1.1.2 soit inférieure à  $10^{-6}$ .

L'objectif de l'étape de synchronisation grossière est d'obtenir en même temps ces deux performances, tout en minimisant la longueur de l'intervalle de garde afin d'optimiser l'efficacité spectrale. La longueur nécessaire de l'intervalle de garde pour effectuer la synchronisation grossière est donc la plus grande des deux valeurs.

Pour une valeur de N et de  $\beta$  donnée, les résultats dans les tableaux 3.2 et



FIG. 3.24 – Performances de la synchronisation grossière de fréquence porteuse.

3.3 montrent que  $N_{g_{min}}$  diminue quand w diminue. Cependant, cette valeur de  $N_{g_{min}}$  ne peut pas être inférieure à celle donnée dans les tableaux 3.4 et 3.5 afin de garantir les performances demandées sur l'estimation de la fréquence porteuse. La valeur de  $N_{g_{min}}$  est donc obtenue à partir des tableaux 3.4 et 3.5 tandis que la valeur optimale de w ( $w_{opt}$ ) est la valeur maximale correspondante dans les tableaux 3.2 et 3.3.

Cela garantit à la fois l'optimisation de la longueur de l'intervalle de garde (et donc de l'efficacité spectrale) et la maximisation des performances des estimateurs.

Les tableaux 3.6 et 3.7 donnent la longueur de l'intervalle de garde minimale nécessaire en nombre d'échantillons  $N_{g_{min}}$ , la valeur optimale du paramètre w $(w_{opt})$  de la boucle de phase horloge et le nombre optimal  $L_{opt}$  de symboles OFDM sur lequel la fonction de corrélation est moyennée, respectivement dans les cas  $\beta = 1, 2.10^{-4}$  et  $\beta = 6.10^{-5}$ . Le nombre de porteuses considéré N varie de 16 à 1024.

Ν	$N_{g_{min}}$	$w_{opt}$	$L_{opt}$
16	2	3	120
32	2	4	110
64	3	5	100
128	3	6	80
256	4	10	60
512	5	15	40
1024	6	20	30

3.2. Étape de Synchronisation grossière

TAB. 3.6 – Valeurs de  $N_{g_{min}}$ ,  $w_{opt}$  et  $L_{opt}$ ,  $\beta = 1, 2.10^{-4}$ .

Ν	$N_{g_{min}}$	$w_{opt}$	$L_{opt}$
16	1	4	130
32	2	6	120
64	2	8	110
128	2	10	100
256	3	15	80
512	4	20	60
1024	5	30	40

TAB. 3.7 – Valeurs de  $N_{g_{min}}$ ,  $w_{opt}$  et  $L_{opt}$ ,  $\beta = 6.10^{-5}$ .

Notons que la longueur de l'intervalle de garde satisfait la condition donnée dans le paragraphe 3.1.2.5 : après correction de l'erreur de phase horloge, le début de la fenêtre FFT de réception est comprise dans l'intervalle de garde. L'interférence due à l'erreur résiduelle de phase horloge a ainsi disparu.

Pour une étude système globale, ces valeurs permettent de dimensionner et d'évaluer les performances la boucle de phase horloge à travers le paramètre w. De plus, elles permettent de calculer les performances en termes d'efficacité spectrale de la structure proposée et de les comparer avec les performances données dans les standards actuels (voir chapitre 5).

# 3.2.2 Stratégie utilisant les pilotes

Dans le paragraphe 2.2.2, nous avons présenté des généralités sur les algorithmes de synchronisation utilisant les symboles pilotes.

Dans cette section, deux algorithmes sont retenus. Le premier est celui proposé par Schmidl et Cox [38] et le deuxième est celui proposé par Minn et al. [36]. Les estimateurs utilisés seront par la suite respectivement appelés estimateurs SC et MBL. Leurs performances seront évaluées et comparées avec celles de l'algorithme de Van de Beek décrit dans le paragraphe 3.2.1 qui sera appelé estimateur VdB.

## 3.2.2.1 Estimateur de Schmidl et Cox (SC)

Deux symboles pilotes de structure particulière sont utilisés pour corriger les erreurs de phase horloge et de fréquence porteuse et pour lever l'ambiguïté sur la fréquence porteuse. La structure des deux symboles pilotes est la suivante [38] :

- Premier symbole : les porteuses impaires sont éteintes, les porteuses paires sont constituées d'une séquence pseudo-aléatoire.
- Deuxième symbole : les porteuses paires et impaires sont constituées de deux séquences pseudo-aléatoires différentes.

Le premier symbole est utilisé pour corriger les erreurs de phase horloge et de fréquence porteuse car il possède deux parties identiques de longueur N/2 dans le domaine temporel. La fonction de corrélation utilisée est définie par :

$$R(n) = \sum_{k=n}^{n+N/2-1} r(k)^* r(k+N/2)$$
(3.24)

La fonction de vraisemblance associée est :

$$\Lambda(n,\Delta f) = \frac{|R(n)|^2}{\left[\sum_{k=n}^{n+N/2-1} |r(k)|^2\right]^2}$$
(3.25)

Les estimateurs de phase horloge et de fréquence porteuse sont définis de façon suivante :

$$\widehat{n} = \underset{n}{\operatorname{Argmax}} \left[ \Lambda(n, \Delta f) \right] \tag{3.26}$$

$$\widehat{\Delta f} = -\frac{1}{2\pi} Arg \left[ R(\widehat{n}) \right] \tag{3.27}$$

L'estimation de l'erreur fréquence porteuse proposée permet de corriger une erreur maximale égale à l'espacement interporteuse. Une ambiguïté sur la fréquence porteuse égale au multiple de l'espacement interporteuse est donc présente.

Le second symbole pilote est utilisé pour lever cette ambiguïté sur la fréquence porteuse. La méthode de détection et de correction est la même que celle utilisée dans la stratégie utilisant l'intervalle de garde (voir paragraphe 3.2.1.2).

#### 3.2.2.2 Estimateur de Minn, Bhargava et Letaief (MBL)

Un seul symbole pilote est utilisé pour corriger l'erreur de phase horloge et de fréquence porteuse [36]. Ce symbole est composé de D parties identiques au signe près dans le domaine temporel. Il est caractérisé par le vecteur de signe  $S = [s_0, s_1...s_{D-1}]$  où  $s_i = \pm 1, \forall i = 0, ...D - 1$  et un vecteur X de longueur  $\frac{N}{D}$ , où  $D = 2^d$ . La structure de ce symbole dans le domaine temporel est :

$$[s_0X, s_1X, \dots s_{D-1}X]$$

La fonction de corrélation utilisée pour estimer la phase horloge est définie par :

$$R(n) = \sum_{k=0}^{D-1} s_k s_{k+1} \sum_{m=0}^{N/D-1} r^* (d + k \frac{N}{D} + m) r (d + (k+1) \frac{N}{D} + m)$$
(3.28)

La fonction de vraisemblance associée est :

$$\Lambda(n) = \left(\frac{D}{D-1} \frac{|R(n)|}{P(n)}\right)^2,\tag{3.29}$$

où :

$$P(n) = \sum_{k=n}^{n+N-1} |r(n)|^2$$
(3.30)

L'estimée du début du symbole OFDM est définie par :

$$\widehat{n} = \underset{n}{\operatorname{Argmax}} \left[ \Lambda(n) \right] \tag{3.31}$$

En considérant l'ensemble des échantillons du symbole OFDM reçu,  $\{r(\hat{n}+k)\}_{k=0,N-1}$ , l'estimée de la fréquence porteuse est donnée par :

$$\widehat{\Delta f} = \frac{D}{2\pi} \sum_{m=1}^{D/2} \rho(m) \chi(m), \qquad (3.32)$$

avec :

$$\rho(m) = 6 \frac{(D-m)(D-m+1) - D^2/4}{D(D^2-1)},$$
(3.33)

$$\chi(m) = [Arg(R_y(m)) - Arg(R_y(m-1))]_{2\pi}.$$
(3.34)

Où  $[x]_{2\pi}$  désigne x modulo  $2\pi$  et :

$$R_{y}(m) = \frac{1}{N - m\frac{N}{D}} \sum_{k=m\frac{N}{D}}^{N-1} r^{*}(\widehat{n} + k - m\frac{N}{D})r(\widehat{n} + k).$$
(3.35)

Cet estimateur de fréquence porteuse permet de corriger une erreur pouvant atteindre  $\pm \frac{D\Delta f_p}{2}$ , où  $\Delta f_p$  désigne l'espacement interporteuse.

Les performances de l'estimateur SC et de l'estimateur MBL (pour D = 4 et D = 8) seront évaluées et comparées dans le prochain paragraphe avec celles de l'estimateur VdB basé sur l'utilisation de l'intervalle de garde.

# 3.2.3 Comparaison des performances des estimateurs

Afin de comparer les performances des estimateurs utilisant des symboles pilotes avec celui exploitant l'intervalle de garde, nous considérons les paramètres suivants :

 $- N = \{ 128, 256, 512, 1024 \}.$ 

- $\beta = 1, 2.10^{-4}$  et  $\beta = 6.10^{-5}$ . -  $\Delta f < \Delta f_p$ .
- $E_s/N_0 de 0 a 10 dB.$

De plus, on suppose que les erreurs de phase horloge et de fréquence porteuse sont inconnues à la réception.

Le type de modulation n'affecte pas les performances de ces estimateurs car ils sont effectués dans le domaine temporel avant la FFT. La longueur considérée pour l'intervalle de garde  $(N_{g_{min}})$  et le nombre de symboles OFDM sur lequel est moyennée la fonction de corrélation  $(L_{opt})$  dépendent de N et sont donnés par les tableaux 3.6 et 3.7 (voir paragraphe 3.2.1.5) pour chaque valeur de N considérée. Notons que l'algorithme de VdB est dimensionné dans le cas le plus défavorable, c'est à dire à  $E_s/N_0 = 0dB$ . Les performances obtenues pour  $E_s/N_0 > 0dB$  ne sont pas tout à fait optimales.

On en déduit le nombre d'échantillons utilisés pour la calcul de la fonction de corrélation de l'estimateur VdB utilisant l'intervalle de garde :  $N_{echan} = L_{opt} \times N_{g_{min}}$ . Les tableaux 3.8 et 3.9 récapitulent les valeurs de  $N_{g_{min}}$ ,  $L_{opt}$  et  $N_{echan}$  pour les valeurs de N et  $\beta$  considérées.

N	$N_{g_{min}}$	$L_{opt}$	$N_{echan}$
128	3	80	240
256	4	60	240
512	5	40	200
1024	6	30	180

TAB. 3.8 – Valeurs de  $N_{g_{min}}$ ,  $L_{opt}$  et  $N_{echan}$ ,  $\beta = 1, 2.10^{-4}$ , estimateur VdB.

Ν	$N_{g_{min}}$	$L_{opt}$	$N_{echan}$
128	2	100	200
256	3	80	240
512	4	60	240
1024	5	40	200

TAB. 3.9 – Valeurs de  $N_{g_{min}}$ ,  $L_{opt}$  et  $N_{echan}$ ,  $\beta = 6.10^{-5}$ , estimateur VdB.

De leur côté, les estimateurs SC et MBL utilisent des symboles pilotes de N échantillons pour estimer les erreurs de synchronisation. Les performances de ces estimateurs doivent être comparées avec celle de l'estimateur VdB à efficacité spectrale égale. Nous en déduisons le nombre de symboles pilotes à moyenner pour les estimateurs SC et MBL :  $L_{moy} = \frac{N_{echan}}{N}$ . Les tableaux 3.10 et 3.11 récapitulent les valeurs de  $N_{echan}$  et  $L_{moy}$ .

La valeur de  $L_{moy}$  variant autour de 1, nous décidons alors d'utiliser un symbole pilote pour évaluer les performances des estimateurs SC et MBL. Les comparaisons des performances de ces estimateurs avec celles de l'estimateur VdB s'effectuent à efficacité spectrale "presque" égale.

Ν	$N_{echan}$	$L_{moy}$
128	240	1.87
256	240	0.94
512	200	0.4
1024	180	0.18

TAB. 3.10 – Tableau des valeurs de  $N_{echan}$  et  $L_{moy}$ ,  $\beta = 1, 2.10^{-4}$ , estimateurs SC et MBL.

Ν	$N_{echan}$	$L_{moy}$
128	200	1.56
256	240	0.94
512	240	0.48
1024	200	0.2

TAB. 3.11 – Tableau des valeurs de  $N_{echan}$  et  $L_{moy}$ ,  $\beta = 6.10^{-5}$ , estimateurs SC et MBL.

# 3.2.3.1 Performances des estimateurs de phase horloge

Les performances des estimateurs de phase horloge sont évaluées, par l'intermédiaire de l'écart-type de la phase horloge résiduelle, sur la figure 3.25 pour  $\beta = 1, 2.10^{-4}$  et sur la figure 3.26 pour  $\beta = 6.10^{-5}$ .

Nous constatons que l'estimateur VdB présente des performances nettement meilleures que les autres estimateurs considérés.

## 3.2.3.2 Performances des estimateurs de fréquence porteuse

Les performances des estimateurs de fréquence porteuse sont évaluées, par l'intermédiaire de l'écart-type de la fréquence porteuse résiduelle, sur la figure 3.27 pour  $\beta = 1, 2.10^{-4}$  et sur la figure 3.28 pour  $\beta = 6.10^{-5}$ .

L'estimateur VdB présente toujours de meilleures performances que les autres estimateurs, notamment à faible valeurs de N.

# 3.2.4 Choix de l'estimateur pour la synchronisation grossière

Dans une transmission par satellite, le rapport signal sur bruit est souvent très faible (de l'ordre de 0dB pour une modulation QPSK, voir paragraphe 1.5.3). Les algorithmes efficaces dans cette plage de fonctionnement sont alors privilégiés. Or, il a été montré dans les paragraphes précédents que l'estimateur utilisant l'intervalle de garde présente des performances supérieures à ceux utilisant des symboles pilotes.

De plus, l'algorithme utilisant l'intervalle de garde nécessite peu de ressources (voir le paragraphe 3.2.1.5) pour effectuer l'étape de synchronisation grossière et atteindre les performances requises.

Nous avons aussi montré dans le chapitre 2 que pour limiter les dégradations de performances à moins de 0.2dB, l'erreur de phase horloge doit être inférieure à 0, 2% de la durée du symbole OFDM en QPSK et à 0, 05% de la durée du symbole OFDM en 16QAM.



FIG. 3.25 – Performances des estimateurs de phase horloge à efficacité spectrale équivalente,  $\beta = 1, 2.10^{-4}$ .

Or, la gigue minimale en sortie de la boucle de phase horloge est de 1% de la durée du symbole OFDM en QPSK et de 0,3% en 16QAM (voir paragraphe 3.1.2.5), la présence d'un intervalle de garde est donc indispensable pour éviter l'apparition d'interférence qui dégradent les performances de système au delà de



FIG. 3.26 – Performances des estimateurs de phase horloge à efficacité spectrale équivalente,  $\beta = 6.10^{-5}$ .

0,2dB.

L'algorithme utilisant un intervalle de garde de petite durée est donc retenu pour l'étape de synchronisation grossière. Les performances en termes d'efficac-



FIG. 3.27 – Performances des estimateurs de fréquence porteuse à efficacité spectrale équivalente,  $\beta = 1, 2.10^{-4}$ .

ité spectrale du système seront évaluées et comparées avec celles d'un système monoporteuse dans le chapitre 5.



FIG. 3.28 – Performances des estimateurs de fréquence porteuse à efficacité spectrale équivalente,  $\beta = 6.10^{-5}$ .

# 3.3 Conclusion et mise en œuvre

La synchronisation de phase horloge et de fréquence porteuse se fait en deux étapes. La première étape de synchronisation grossière utilise l'intervalle de garde afin d'assurer la convergence de l'étape de synchronisation plus fine. Cette étape assure aussi la levée de l'ambiguïté sur la fréquence porteuse en utilisant un symbole pilote.

L'étape de synchronisation fine de phase horloge et de fréquence porteuse utilise des boucles de type NDA pour corriger de façon plus fine les erreurs de synchronisation.

La mise en place de cette structure de synchronisation nécessite l'utilisation de deux interrupteurs afin de séparer les différentes tâches. Son schéma synoptique est donné par la figure 3.29.

Au démarrage de la procédure, les interrupteurs I1 et I2 sont respectivement placés sur les positions (1) et (3) afin de permettre la correction des erreurs de phase horloge et de fréquence porteuse. La détection du symbole pilote est activée.

Une fois le symbole pilote détecté, l'interrupteur I2 passe en position (4) pour permettre la levée de l'ambiguïté sur la fréquence porteuse.

Les interrupteurs I1 et I2 sont ensuite ramenés sur les positions (2) et (5) afin de permettre la correction fine des erreurs de phase horloge et de fréquence porteuse par l'intermédiaire des boucles de type NDA.



FIG. 3.29 – Mise en œuvre de la structure de synchronisation de phase horloge et de fréquence porteuse.

# Chapitre 4

# Boucle de phase porteuse

Ce chapitre est consacré à l'étude de la boucle de phase porteuse qui se trouve en aval des boucles imbriquées de phase horloge et de fréquence porteuse.

Nous y présentons tout d'abord le détecteur utilisé. Puis, nous introduisons une technique de compensation de phase nécessaire pour éviter les sauts de phase porteuse dus aux corrections de la phase horloge. Nous montrons ensuite que les performances de la boucle de phase porteuse en présence de l'erreur résiduelle de fréquence porteuse sont mauvaises à cause du bruit de phase introduit par cette dernière. Nous proposons donc une autre compensation de phase due à l'erreur de fréquence porteuse afin d'améliorer les performances de la boucle. Enfin, les performances de la boucle en présence du bruit de phase sont évaluées. Trois modèles différents du bruit de phase sont considérés.

# 4.1 Détecteur de phase porteuse

Dans le paragraphe 2.2.4, différents détecteurs d'erreur de phase porteuse ont été présentés. Nous avons sélectionné le détecteur proposé dans [68] pour cette étude.

Le schéma synoptique de la boucle de phase porteuse est illustré sur la figure 4.1.

 $Y_{i,n}$  y désigne le symbole présent sur la  $n^{i \grave{e} m e}$  porteuse du  $i^{i \grave{e} m e}$  symbole OFDM en sortie de la FFT de réception,  $Z_{i,n}$  est le symbole après correction de phase,  $\epsilon$  représente le signal d'erreur du détecteur de phase porteuse et  $\hat{\phi}$  la phase porteuse estimée.

Le détecteur a besoin de l'estimée  $\widehat{z_{i,n}}$  du symbole  $z_{i,n}$ . Pour cela, la décision est prise de manière classique dans le cas de la modulation QPSK. Notons cependant que concernant la modulation 16QAM, la fonction de décision est modifiée (voir paragraphe 2.2.4).

La sortie du détecteur est définie par :



FIG. 4.1 – Schéma synoptique de la boucle de phase porteuse.

$$\epsilon = sgn[\Im(Z_{i,n})] \left[ \Re(\widehat{Z_{i,n}}) - \Re(Z_{i,n}) \right] - sgn[\Re(Z_{i,n})] \left[ \Im(\widehat{Z_{i,n}}) - \Im(Z_{i,n}) \right]$$
(4.1)

où sgn(x) est la fonction signe de x et  $\Re(.)$  et  $\Im(.)$  représentent, respectivement, les parties réelles et imaginaires.

# 4.1.1 Caractéristique du détecteur

L'expression théorique de la courbe caractéristique de ce détecteur peut être calculée. En posant :  $Z_{i,n} = a_{i,n} + jb_{i,n} + n_{i,n}^r + jn_{i,n}^i$  et  $\widehat{Z_{i,n}} = \widehat{a_{i,n}} + j\widehat{b_{i,n}}$ , cette expression est donnée pour une modulation QAM, en fonction de l'erreur de phase en entrée de la boucle ouverte  $\varphi$ , par [68] :

$$\epsilon(\varphi) = \frac{1}{M} \sum_{a_{i,n}, b_{i,n}} \{1 - 2Q[(a_{i,n}sin(\varphi) + b_{i,n}cos(\varphi))\Delta]\}$$

$$\cdot \{E_r(\widehat{a_{i,n}} \mid a_{i,n}) - a_{i,n}cos(\varphi) + b_{i,n}sin(\varphi)\}$$

$$-\{1 - 2Q[(a_{i,n}cos(\varphi) - b_{i,n}sin(\varphi))\Delta]\}$$

$$\cdot \{E_i(\widehat{b_{i,n}} \mid b_{i,n}) - a_{i,n}sin(\varphi) - b_{i,n}cos(\varphi)\}$$

$$(4.2)$$

où :

 $M = 2^m$  est l'ordre de la modulation,  $a_{i,n}, b_{i,n}, \widehat{a_{i,n}}, \widehat{b_{i,n}} = \{\pm 1, ..., \pm \sqrt{M} - 1\}$  pour une modulation M-QAM,

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-\frac{y^2}{2}} dy,$$
  
$$\Delta = \frac{\sqrt{2}}{\sigma} \text{ avec } \sigma^2 = \frac{M-1}{3\log_2(\sqrt{M})(E_b/N_0)}$$

et où l'on reprend les notations de  $E_r(\widehat{a_{i,n}} \mid a_{i,n})$  et  $E_i(\widehat{b_{i,n}} \mid b_{i,n})$  utilisées dans [68].

# 4.1.2 Plage de fonctionnement

La caractéristique du détecteur de phase porteuse est tracée sur la figure 4.2 pour une modulation QPSK sur chaque porteuse et sur la figure 4.3 pour une modulation 16QAM sur chaque porteuse. Plusieurs valeurs de  $E_b/N_0$  sont considérées.



FIG. 4.2 – Caractéristique du détecteur de phase porteuse, modulation QPSK.

On constate que la plage de fonctionnement de la boucle de phase porteuse est indépendante du rapport  $E_b/N_0$  et est comprise entre  $-\pi$  et  $\pi$ , avec une ambiguïté de  $\frac{\pi}{2}$ .

Notons cependant que le gain du détecteur et donc le dimensionnement de la boucle de phase porteuse dépend de  $E_b/N_0$ . Cette propriété doit être prise en compte dans l'évaluation des performances de la boucle.



FIG. 4.3 – Caractéristique du détecteur de phase porteuse, modulation 16QAM.

# 4.2 Compensation du déphasage introduit par la correction de phase horloge

Dans le paragraphe 2.1.1, il a été montré qu'une erreur de phase horloge incluse dans l'intervalle de garde générait une rotation de phase en sortie de la FFT de réception dépendant du numéro de la porteuse. La correction de la phase horloge étant quantifiée (K échantillons tous les B symboles OFDM, B dépendant de la valeur de l'erreur de fréquence horloge  $\beta$ ), elle introduit un saut de phase sur chaque porteuse égal à  $\frac{2\pi Kn}{N}$  (équation 3.2), n étant le numéro de la porteuse qui est comprise entre -N/2 et N/2 - 1.

Afin de pouvoir garantir et maintenir l'accrochage de la boucle de phase porteuse, il est nécessaire de compenser les sauts périodiques de phase porteuse dus à la correction de phase horloge.Pour cela, on ajoute une rotation de  $\frac{2\pi Kn}{N}$  sur la porteuse numéro n en sortie de la FFT, en entrée de la boucle de phase porteuse (figure 4.4).

La figure 4.5(a) trace un exemple d'évolution de la phase horloge après correction en fonction de l'indice du symbole OFDM pour une erreur de fréquence horloge  $\beta = 6.10^{-5}$  et un nombre de porteuse N = 256. On corrige la phase horloge tous les B=60 symboles OFDM et on peut constater les sauts de phase porteuse engendrés sur la figure 4.5(b), que représente l'évolution de la phase por-



FIG. 4.4 – Compensation de phase porteuse dûe à la correction de phase horloge.

teuse sur la porteuse d'indice -108 (valeur des sauts égal à environ -150 degré).

Après compensation, on peut constater sur la figure 4.5(c) la continuïté de la phase porteuse à l'entrée de la boucle de phase porteuse.

# 4.3 Impact de l'erreur résiduelle de fréquence porteuse sur la boucle de phase porteuse

# 4.3.1 Performances de la boucle de phase porteuse en présence d'une erreur résiduelle de fréquence porteuse

Nous évaluons les performances de la boucle de phase porteuse en présence de la boucle de fréquence porteuse afin d'étudier l'impact de l'erreur résiduelle de fréquence porteuse sur la boucle de phase porteuse.

Pour cela, nous considérons N = 256, une modulation QPSK sur chaque porteuse,  $E_b/N_0 = 10dB$  et  $E_b/N_0 = 5dB$ . La figure 4.6 donne l'écart-type de l'erreur résiduelle de phase porteuse en fonction de la bande de bruit de la boucle de phase porteuse, pour deux valeurs de la bande de bruit de la boucle de fréquence porteuse :  $B_lT = 10^{-2}$  et  $B_lT = 10^{-3}$ .

Après correction de la fréquence porteuse, une erreur résiduelle subsiste. Elle se traduit par un bruit de fréquence en entrée de la FFT et par un bruit de phase en sortie de la FFT, soit en entrée de la boucle de phase pour chaque porteuse.

Pour n'importe quelle boucle de phase, la gigue en sortie due au bruit thermique augmente avec la bande de bruit, tandis que celle due au bruit de phase diminue avec la bande de bruit [70]. Il existe donc une valeur optimale de la bande



FIG. 4.5 – Phase porteuse avant et après compensation, porteuse numéro -108.

de bruit de la boucle. C'est également le cas ici (figure 4.6), même si le bruit de phase à l'entrée de la boucle est d $\hat{u}$  à l'erreur résiduelle de fréquence porteuse.

Comme on le constate sur la figure 4.6, le bruit de phase due à l'erreur résidu-



FIG. 4.6 – Performances de la boucle de phase porteuse.

elle de fréquence porteuse est très pénalisant. L'écart-type de l'erreur résiduelle de phase porteuse est égal à près de 8° pour un rapport  $E_b/N_0 = 5dB$ . Il est donc indispensable de limiter autant que possible le bruit de phase dû à la correction de fréquence porteuse afin d'améliorer les performances du système. Cela fait l'objet du paragraphe suivant.

# 4.3.2 Compensation du bruit de phase dû à l'erreur résiduelle de fréquence porteuse

L'erreur résiduelle de fréquence porteuse  $\delta f = \Delta f - \widehat{\Delta f}$  (figure 4.7) apparaît comme un bruit de phase à la sortie de la FFT et donc à l'entrée de la boucle de phase porteuse. Afin de supprimer ce bruit de phase, nous proposons de compenser la rotation de phase associée à  $\widehat{\Delta f}$  avant d'entrer dans la boucle de phase porteuse (figure 4.7).

La figure 4.8 donne l'écart-type de l'erreur résiduelle de phase porteuse sans et avec compensation de phase, en fonction de la bande de bruit de la boucle de phase porteuse. Le rapport  $E_b/N_0$  est égal à 5dB, N = 256, une modulation QPSK sur chaque porteuse est considérée et la bande de bruit de la boucle de



FIG. 4.7 – Compensation de phase porteuse due à la correction de fréquence porteuse.



FIG. 4.8 – Performances de la boucle de phase porteuse après amélioration.

fréquence porteuse est fixée à  $10^{-3}$ .

Nous constatons que le bruit de phase dû à la correction de fréquence porteuse

est supprimé : la gigue de phase augmente avec la bande de bruit, ce qui est le cas lorsqu'il n'y a que du bruit thermique. Les performances de la boucle de phase porteuse sont nettement améliorées, même s'il existe une dégradation par rapport au cas où l'erreur de fréquence porteuse est absente due à l'interférence générée par  $\delta f$  après la FFT.

# 4.4 Temps d'accrochage

La rotation de phase due à la correction de fréquence porteuse et de phase horloge est compensée en aval des boucles imbriquées. La rotation de phase subsistant en sortie de cette compensation, c'est à dire en entrée de la boucle de phase porteuse est exprimée par (voir équation 3.2) :

$$\theta_{i,n} = \phi + \pi \Delta f T + 2\pi n \tau + 2\pi i (\Delta f T + n\beta)$$
(4.3)

où  $\Delta f$  représente l'erreur de fréquence porteuse,  $\beta$  l'erreur de fréquence horloge,  $\tau$  l'erreur de phase horloge,  $\phi$  l'erreur de phase porteuse et T la durée du symbole OFDM.

L'évolution de la phase porteuse en fonction de l'indice des symboles OFDM est, pour chaque porteuse, une droite de pente  $p_n = 2\pi (\Delta fT + n\beta)$ .

Cette pente (équivalente à un écart de fréquence) ainsi que la valeur de la bande de bruit influencent fortement le temps d'accrochage de la boucle de phase porteuse. Dans [71], une approximation du temps d'accrochage de la boucle de phase porteuse est donnée par :

$$T_{ac} \approx T \frac{M^2 \pi^2 (4\varsigma^2 + 1)}{256\varsigma^4} \frac{p_n^2}{B_l T^3}$$
(4.4)

où M est l'ordre de la modulation et  $\varsigma$  est le facteur d'amortissement de la boucle. Dans nos simulations, nous considérons  $\varsigma = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

Notons que  $p_n$  est différent sur chaque porteuse et donc que le temps d'accrochage est différent sur chaque porteuse. Le temps d'accrochage des porteuses centrales est inférieur à celui des porteuses qui se trouvent sur les bords.

En considérant, par exemple, les paramètres suivants :

- N = 256,

- Modulation QPSK (M=4) sur chaque porteuse,

- Erreur de fréquence porteuse :  $\Delta f = 1\%$  de  $\Delta f_p$ ,
- Erreur de fréquence horloge :  $\beta = 6.10^{-5}$  de T,

le tableau 4.1 donne les temps d'accrochage  $T_{ac}$  pour les porteuses 0 (porteuse centrale) et 128 (porteuse du bord) en fonction de la bande de bruit de la boucle de phase porteuse.

$B_lT$	$T_{ac}$ porteuse 0	$T_{ac}$ porteuse 128
$10^{-2}$	$3.10^{4}T$	$9, 4.10^4 T$
$5.10^{-3}$	$2, 4.10^5 T$	$7, 5.10^{5}T$
$2.10^{-3}$	$3, 7.10^{6}T$	$1, 1.10^{7}T$
$10^{-3}$	$3.10^{7}T$	$9, 4.10^7 T$

TAB. 4.1 – Temps d'accrochage de la boucle de phase porteuse.

Si l'on suppose une transmission à 25Mbauds et N = 256, la durée d'un symbole OFDM est :  $T = \frac{256}{25.10^6} \approx 10^{-5}$  (s). Si  $B_l T = 10^{-2}$ , il faut alors une durée d'environ 0, 3 seconde pour que la boucle de phase porteuse s'accroche.

# 4.5 Performances de la boucle de phase porteuse

Cette partie est consacrée à l'étude des performances de la boucle de phase porteuse. Tout d'abord, nous évaluons les performances de la boucle en l'absence de bruit de phase. Puis nous étudions l'impact du bruit de phase en considérant les trois modèles définis dans le chapitre 1.

Dans le paragraphe 4.4, il a été montré que la phase porteuse varie de façon linéaire sur chaque porteuse. Nous utilisont alors des boucles d'ordre 2, capables de suivre une dérive de phase constante.

# 4.5.1 Bornes de Cramer-Rao

La variance de l'erreur d'estimation d'un paramètre est bornée inférieurement par la borne de Cramer-Rao (BCR) [72]. La BCR sur la variance de l'erreur résiduelle de phase porteuse est difficile à établir analytiquement. C'est pourquoi des expressions plus simples sont généralement données. Dans [73], M. Moeneclaey a proposé une borne inférieure de la gigue pour l'estimation de la phase porteuse et du rythme symbole. Puis, Andrea et al. ont proposé une autre borne dite "borne de Cramer-Rao modifiée" (BCRM) [74]. Ces propositions sont toujours inférieures à une "véritable" borne de Cramer-Rao. Pour une boucle de phase porteuse, la BCRM s'exprime de façon simple en fonction de la bande de bruit de la boucle  $B_lT$  et de  $E_s/N_0$ :

$$BCRM_{\phi} = \frac{B_l T}{E_s/N_0} \tag{4.5}$$

Par la suite, la variance de l'erreur résiduelle de phase porteuse est évaluée en fonction de la bande de bruit de la boucle  $B_lT$  et du rapport signal sur bruit par

bit  $E_b/N_0$  pour être comparée à la BCRM définie ci-dessus.

# 4.5.2 Performances en l'absence de bruit de phase

#### 4.5.2.1 Performances en fonction de $E_b/N_0$

La variance de l'erreur résiduelle de phase porteuse est tracée en fonction de  $E_b/N_0$  pour plusieurs valeurs de  $B_lT$  sur la figure 4.9, dans le cas d'une modulation QPSK sur chaque porteuse et sur la figure 4.10 dans le cas d'une modulation 16QAM sur chaque porteuse.

Nous notons que les performances de la boucle de phase porteuse tendent vers la BCRM. Ces résultats coïncident avec les conclusions obtenues dans [75].

Notons aussi que la variance de l'erreur résiduelle de phase porteuse est proportionnelle au rapport signal sur bruit  $E_b/N_0$ , et donc à  $E_s/N_0$ .



FIG. 4.9 – Performances de la boucle de phase porteuse en fonction de  $E_b/N_0$ , modulation QPSK.

#### 4.5.2.2 Performances en fonction de la bande de bruit

La variance de l'erreur résiduelle de phase porteuse est évaluée en fonction de la bande de bruit de la boucle  $B_lT$  pour plusieurs valeurs de  $E_b/N_0$  sur la



FIG. 4.10 – Performances de la boucle de phase porteuse en fonction de  $E_b/N_0$ , modulation 16QAM.



FIG. 4.11 – Performances de la boucle de phase porteuse en fonction de  $B_lT$ , modulation QPSK.



FIG. 4.12 – Performances de la boucle de phase porteuse en fonction de  $B_lT$ , modulation 16QAM.

figure 4.11 pour une modulation QPSK et sur la figure 4.12 pour une modulation 16QAM.

Nous retrouvons un résultat classique sur les performances de la boucle de phase porteuse. La variance de l'erreur résiduelle de phase porteuse est proportionnelle à la bande de bruit  $B_lT$ .

# 4.5.3 Performances en présence du bruit de phase

## 4.5.3.1 Bruit de phase du DVB-S2

Le gabarit du bruit de phase spécifié dans la norme DVB-S2, ainsi que sa modélisation, sont décrits dans le paragraphe 1.3.3.2.

En présence de bruit thermique, pour  $E_b/N_0 = 0dB$ , la boucle de phase porteuse ne peut fonctionner que si  $B_lT < 10^{-2}$ . D'autre part, nous avons montré dans le paragraphe 1.3.3.5 que l'écart-type maximum tolérable pour l'erreur résiduelle de phase porteuse était de 8° dans le cas où une modulation QPSK était transportée sur chaque porteuse.

La figure 4.13 trace l'écart-type de l'erreur résiduelle de phase porteuse en fonction de la bande de bruit de la boucle, pour une modulation QPSK sur chaque porteuse en présence du bruit de phase spécifié dans le DVB-S2 et en l'absence de bruit thermique.



FIG. 4.13 – Performances de la boucle de phase porteuse en présence du bruit de phase du DVB-S2, sans bruit thermique.

On constate que la valeur de l'écart-type de l'erreur résiduelle de phase porteuse augmente lorsque  $B_lT$  diminue et qu'il atteint la valeur de 10,5° pour  $B_lT = 10^{-2}$ , alors même qu'il n'y a pas de bruit thermique.

Il est donc impossible que la boucle de phase porteuse proposée puisse fonctionner en présence du bruit de phase dont le gabarit est spécifié dans le standard DVB-S2. Ceci peut s'expliquer par le fait que le bruit de phase est N fois plus rapide par rapport au rythme symbole sur une porteuse donnée en OFDM qu'en monoporteuse [76].

#### 4.5.3.2 Bruit de phase du DVB-SH

Le gabarit du bruit de phase spécifié dans la norme DVB-SH ainsi que sa modélisation sont décrits dans le paragraphe 1.3.3.3.

Les performances de la boucle de phase porteuse sont données en fonction de la bande de bruit dans la figure 4.14 pour plusieurs valeurs de  $E_b/N_0$ , une modulation QPSK transportée sur chaque porteuse et un nombre de porteuses N = 256.

Nous retrouvons le compromis classique sur l'écart-type de l'erreur résiduelle de phase porteuse en fonction de la bande de bruit. L'écart-type de l'erreur résiduelle de phase porteuse due au bruit de phase diminue avec  $B_lT$  alors que l'écart-type de l'erreur résiduelle de phase porteuse due au bruit thermique augmente avec  $B_lT$ .


FIG. 4.14 – Performances de la boucle de phase porteuse en présence du bruit de phase du DVB-SH, modulation QPSK.

Il existe donc une valeur optimale de la bande de bruit pour laquelle l'écarttype de l'erreur résiduelle de la phase porteuse atteint un minimum.

Par exemple à partir des résultats présentés sur la figure 4.14, nous obtenons le minimum souhaité de 8 degré pour  $E_b/N_0 = -3,7dB$  dans le cas d'une modulation QPSK sur chaque porteuse et pour N = 256. Les résultats complets de la structure de synchronisation proposée seront présentés dans le chapitre 5.

#### 4.5.3.3 Bruit de phase de Wiener

La modélisation d'un bruit de phase de Wiener est décrite dans le paragraphe 1.3.3.4.

L'écart-type de l'erreur résiduelle de la boucle de phase porteuse est évalué en fonction de la bande de bruit  $B_lT$  pour plusieurs valeurs de la puissance du bruit de phase de Wiener ( $\sigma_w^2$ ). Il est donné sur la figure 4.15 pour une modulation QPSK sur chaque porteuse et un nombre de porteuses N = 256. Le rapport signal sur bruit  $E_b/N_0$  est fixé à 0dB.

Ces résultats nous permettent de définir la puissance maximale  $\sigma_w^2$  du bruit de phase Wiener admissible par la boucle de phase porteuse pour un point de fonctionnement donné.



FIG. 4.15 – Performances de la boucle de phase porteuse en présence du bruit de phase de Wiener, modulation QPSK.

Par exemple, afin d'atteindre un écart-type inférieure à 8° (voir paragraphe 1.3.3.5) pour une modulation QPSK, pour N = 256 et à  $E_b/N_0 = 0dB$ , il faut un bruit de phase de Wiener de puissance inférieure ou égale à  $5.10^{-7}$ .

En conclusion, la structure proposée dans cette étude fonctionne avec le modèle de bruit de phase spécifié dans la norme DVB-SH et celui de Wierner d'une certaine puissance. Mais elle ne fonctionne pas en présence de celui spécifié dans la norme DVB-S2. Nous considérons alors le modèle de bruit de phase spécifié dans la norme DVB-SH et celui de Wierner afin d'évaluer les performances de la structure proposée. Ces résultats sont présentés dans le chapitre 5.

# Chapitre 5

# Structure proposée : performances et complexité

Ce chapitre évalue les performances de la structure de synchronisation proposée et les compare à celles d'un système monoporteuse en termes d'efficacité spectrale. Une discussion sur la complexité du système proposé est également présentée.

### 5.1 Schéma synoptique et mise en œuvre

La schéma synoptique de la structure de synchronisation proposée est donné par la figure 5.1.

La mise en œuvre de la partie récupération de phase horloge et de fréquence porteuse est décrite dans le chapitre 3. La variation de phase porteuse qui subsiste en sortie est différente sur chaque porteuse et une boucle de phase distincte est donc utilisée sur chacune d'elle (chapitre 4).

### 5.2 Performances de la structure proposée

Nous avons vu dans le paragraphe 4.5.3.1 que la boucle de phase porteuse ne fonctionne pas en présence du gabarit de bruit de phase spécifié dans la norme DVB-S2. Cette partie sera donc consacrée à l'évaluation des performances de la structure globale proposée en présence du bruit de phase spécifié dans la norme DVB-SH et celui modélisé selon un processus de Wiener.

Elles sont présentées en fonction de la bande de bruit de la boucle de phase porteuse et du rapport signal sur bruit  $E_b/N_0$ .



FIG. 5.1 – Schéma synoptique de la structure proposée.

#### 5.2.1 Performances en présence du bruit de phase de Wiener

#### 5.2.1.1 Performances aux points de fonctionnement considérés

La figure 5.2 présente l'écart-type de l'erreur résiduelle de phase porteuse en sortie de la structure proposée en fonction de la bande de bruit de la boucle de phase porteuse pour plusieurs valeurs de la puissance du bruit de phase de Wiener  $(\sigma_w^2)$ , en considérant un nombre de porteuses N = 256 modulés en QPSK. Un rapport signal bit sur bruit  $E_b/N_0$  au point de fonctionnement spécifié dans le paragraphe 1.5.3, c'est à dire à 0dB, est considéré.



FIG. 5.2 – Performances de la boucle de phase porteuse en présence du bruit de phase de Wiener.

La gigue de phase due au bruit thermique diminue avec la bande de bruit tandis que la gigue de phase due au bruit de phase augmente avec la bande de bruit, c'est pourquoi il existe un écart-type minimal, noté  $\varphi_{min}$ , et une bande de bruit optimale, notée  $B_l T_{opt}$ , pour chaque valeur de la puissance du bruit de phase. Le tableau 5.1 regroupe les valeurs de  $\varphi_{min}$  et de  $B_l T_{opt}$  pour une modulation QPSK, en fonction de N et de  $\sigma_w^2$ .

Ν	$\sigma_w^2$	$= 10^{-8}$	$\sigma_w^2$ :	$= 10^{-7}$	$\sigma_w^2$ =	$= 10^{-6}$
	$\varphi_{min}$	$B_l T_{opt}$	$\varphi_{min}$	$B_l T_{opt}$	$\varphi_{min}$	$B_l T_{opt}$
16	$1, 4^{\circ}$	$10^{-4}$	$2, 2^{\circ}$	$3.10^{-4}$	$4,5^{\circ}$	$8.10^{-4}$
32	$1,6^{\circ}$	$2.10^{-4}$	$2,6^{\circ}$	$5.10^{-4}$	$5,3^{\circ}$	$1, 5.10^{-3}$
64	$1,9^{\circ}$	$3.10^{-4}$	$3,35^{\circ}$	$8.10^{-4}$	$6^{\circ}$	$2.10^{-3}$
128	$2, 1^{\circ}$	$3, 5.10^{-4}$	4°	$10^{-3}$	8°	$3.10^{-3}$
256	$2, 4^{\circ}$	$4.10^{-4}$	$5^{\circ}$	$1, 5.10^{-3}$	$9,8^{\circ}$	$5.10^{-3}$
512	$2,9^{\circ}$	$6.10^{-4}$	$5,8^{\circ}$	$2.10^{-3}$	$> 10^{\circ}$	-
1024	$3,7^{\circ}$	$8.10^{-4}$	$7^{\circ}$	$2, 5.10^{-3}$	$> 10^{\circ}$	-

TAB. 5.1 - Valeurs minimales de l'écart-type de l'erreur de phase porteuse et bandes de bruit optimales de la boucle de phase porteuse, modulation QPSK sur chaque porteuse pour obtenir un écart-type inférieur à 8°.

Nous notons que plus N augmente, plus les performances de la structure complète diminue.

De la même façon, on évalue les performances de la structure de synchronisation proposée pour une modulation 16QAM transportée sur chaque porteuse. Le rapport  $E_b/N_0 = 6dB$  est considéré (voir paragraphe 1.5.3). La figure 5.3 présente l'écart-type de l'erreur résiduelle de phase porteuse en sortie de la structure proposée en fonction de la bande de bruit de la boucle de phase porteuse pour plusieurs valeurs de  $\sigma_w^2$ , en considérant N = 256.

Comme le cas précédent pour chaque valeur de N et de  $\sigma_w^2$ , on obtient une valeur minimale de  $\varphi$ , noté  $\varphi_{min}$ , et une valeur optimale correspondante de  $B_lT$ , notée  $B_lT_{opt}$ . Le tableau 5.2 regroupe les résultats obtenus pour différentes valeurs de N et de  $\sigma_w^2$ .

En considérant un codeur/décodeur en sortie de l'étape de synchronisation, ces résultats nous permettent d'en déduire les dégradations sur les performances du système.

# 5.2.1.2 Performances avec le critère de performances sur la gigue de phase

Maintenant, considérons les gigues de phase définies dans le paragraphe 1.3.3.5 afin de garantir une dégradation de performances du système à moins de 0.2dBen sortie du décodage canal, nous évaluons la puissance maximale admissible du bruit de phase de Wiener afin de satisfaire ces conditions, en fonction de N et pour différentes valeurs de  $E_b/N_0$ .

Les performances de la structure proposée sont présentées par la figure 5.4 pour différentes valeurs de la puissance du bruit de phase de Wiener  $(\sigma_w^2)$ , en



FIG. 5.3 – Performances de la boucle de phase porteuse en présence du bruit de phase de Wiener.

Ν	$\sigma_w^2$ :	$= 10^{-8}$	$\sigma_w^2 =$	$10^{-7}$	$\sigma_w^2$ =	$= 10^{-6}$
	$\varphi_{min}$	$B_l T_{opt}$	$\varphi_{min}$	$B_l T_{opt}$	$\varphi_{min}$	$B_l T_{opt}$
16	1°	$2.10^{-4}$	$1,7^{\circ}$	$5.10^{-4}$	3°	$2.10^{-3}$
32	$1, 1^{\circ}$	$3.10^{-4}$	$2^{\circ}$	$7.10^{-4}$	$3,6^{\circ}$	$3.10^{-3}$
64	$1,25^{\circ}$	$4.10^{-4}$	$2,45^{\circ}$	$9.10^{-4}$	$4, 4^{\circ}$	$4.10^{-3}$
128	$1,5^{\circ}$	$6.10^{-4}$	$2,85^{\circ}$	$2.10^{-3}$	$5, 4^{\circ}$	$6.10^{-3}$
256	$1,9^{\circ}$	$8.10^{-4}$	$3,4^{\circ}$	$3.10^{-3}$	$> 6^{\circ}$	-
512	$2, 2^{\circ}$	$10^{-3}$	$3,9^{\circ}$	$4.10^{-3}$	$> 6^{\circ}$	-
1024	$2,55^{\circ}$	$1, 5.10^{-3}$	$4,7^{\circ}$	$5.10^{-3}$	$> 6^{\circ}$	-

TAB. 5.2 – Valeurs minimales de l'écart-type de l'erreur de phase porteuse et bandes de bruit optimales de la boucle de phase porteuse, modulation 16QAM sur chaque porteuse pour obtenir un écart-type inférieur à 2,6°.



considérant une modulation QPSK,  $E_b/N_0 = 0dB$  et N = 256.

FIG. 5.4 – Performances de la boucle de phase porteuse en présence du bruit de phase de Wiener, modulation QPSK.

Pour chaque valeur de  $E_b/N_0$  et de N, on peut déduire la puissance du bruit de Wiener maximale admissible, notée  $\sigma_{max}^2$ , et la bande de bruit optimale  $B_l T_{opt}$ , afin d'obtenir un écart-type inférieur à 8° (voir paragraphe 1.3.3.5) pour une modulation QPSK transportée sur chaque porteuse.

Pour  $E_b/N_0 = 0dB$ , les résultats de la figure 5.4 montrent que la puissance du bruit de phase modélisé selon un processus de Wiener doit être inférieure à  $6.10^{-7}$  afin d'atteindre ces performances. La bande de bruit optimale normalisée de la boucle de phase porteuse correspondant à cette valeur est de  $3.10^{-3}$ .

Le tableau 5.3 donne la puissance maximale admissible du bruit de phase de Wiener,  $\sigma_{max}^2$ , et la bande de bruit optimale  $B_l T_{opt}$  de la boucle de phase porteuse correspondante en fonction de  $E_b/N_0$  et de N pour une modulation QPSK.

De la même façon, on évalue les performances de la structure de synchronisation proposée pour une modulation 16QAM transportée sur chaque porteuse. L'écart-type de l'erreur résiduelle de phase porteuse est tracée en fonction de la

N	$E_b/N_0$	= 0dB	$E_b/N_0$ =	= -1dB	$E_b/N_0$ =	= -2dB
	$\sigma^2_{max}$	$B_l T_{opt}$	$\sigma^2_{max}$	$B_l T_{opt}$	$\sigma^2_{max}$	$B_l T_{opt}$
16	$9, 4.10^{-6}$	$2, 8.10^{-3}$	$5, 1.10^{-6}$	$1, 2.10^{-3}$	$2.10^{-6}$	$9.10^{-4}$
32	$4, 2.10^{-6}$	$2, 7.10^{-3}$	$2, 8.10^{-6}$	$1, 6.10^{-3}$	$9.10^{-7}$	$1, 1.10^{-3}$
64	$2.10^{-6}$	$3.10^{-3}$	$1, 2.10^{-6}$	$1, 5.10^{-3}$	$6.10^{-7}$	$10^{-3}$
128	$1, 1.10^{-6}$	$2, 8.10^{-3}$	$7.10^{-7}$	$1, 6.10^{-3}$	$3, 5.10^{-7}$	$9, 5.10^{-4}$
256	$6.10^{-7}$	$3.10^{-3}$	$3, 5.10^{-7}$	$1, 5.10^{-3}$	$1, 5.10^{-7}$	$8.10^{-4}$
512	$2, 8.10^{-7}$	$3, 2.10^{-3}$	$1, 4.10^{-7}$	$1, 4.10^{-3}$	$7.10^{-8}$	$9.10^{-4}$
1024	$1, 2.10^{-7}$	$2, 9.10^{-3}$	$8.10^{-8}$	$1, 3.10^{-3}$	$4.10^{-8}$	$8.10^{-4}$

5.2. Performances de la structure proposée

TAB. 5.3 – Valeurs des variances maximales du bruit de phase de Wiener et bandes de bruit optimales de la boucle de phase porteuse, modulation QPSK sur chaque porteuse pour obtenir un écart-type inférieur à  $8^{\circ}$ .

bande de bruit de la boucle de phase porteuse sur la figure 5.5, pour  $E_b/N_0 = 4dB$ et un nombre de porteuses N = 256 modulées en 16QAM.

De la même manière que pour la modulation QPSK, pour chaque valeur de  $E_b/N_0$ , nous obtenons la puissance maximale admissible du bruit de phase Wiener et la bande de bruit optimale de la boucle de phase porteuse correspondant afin d'obtenir les performances spécifiées dans le paragraphe 1.3.3.5. Le tableau 5.4 regroupe les résultats obtenus pour différentes valeurs de  $E_b/N_0$  et de N.

N	$E_b/N_0$	= 6dB	$E_b/N_0$	= 5dB	$E_b/N_0$	=4dB
	$\sigma^2_{max}$	$B_l T_{opt}$	$\sigma^2_{max}$	$B_l T_{opt}$	$\sigma^2_{max}$	$B_l T_{opt}$
16	$5, 6.10^{-7}$	$1, 5.10^{-3}$	$3, 1.10^{-7}$	$8, 2.10^{-4}$	$2, 1.10^{-7}$	$5, 9.10^{-4}$
32	$2, 9.10^{-7}$	$1, 2.10^{-3}$	$1, 7.10^{-7}$	$7, 5.10^{-4}$	$10^{-7}$	$6, 1.10^{-4}$
64	$1, 6.10^{-7}$	$10^{-3}$	$10^{-7}$	$8, 1.10^{-4}$	$7.10^{-8}$	$6, 7.10^{-4}$
128	$6, 5.10^{-8}$	$1, 3.10^{-3}$	$7.10^{-7}$	$8, 4.10^{-4}$	$3, 3.10^{-8}$	$6, 4.10^{-4}$
256	$3, 2.10^{-8}$	$1, 4.10^{-3}$	$3, 5.10^{-7}$	$7, 9.10^{-4}$	$1, 5.10^{-8}$	$6.10^{-4}$
512	$1, 8.10^{-8}$	$1, 2.10^{-3}$	$1, 3.10^{-8}$	$8, 5.10^{-4}$	$9, 5.10^{-9}$	$5, 5.10^{-4}$
1024	$9.10^{-9}$	$1, 1.10^{-3}$	$6, 1.10^{-9}$	$8.10^{-4}$	$3, 5.10^{-9}$	$5.10^{-4}$

TAB. 5.4 – Valeurs des variances maximales du bruit de phase de Wiener et bandes de bruit optimales de la boucle de phase porteuse, modulation 16QAM sur chaque porteuse pour obtenir un écart-type inférieur à  $2,6^{\circ}$ .

Ces résultats nous permettent de spécifier la puissance du bruit de phase de Wiener maximale admissible en entrée du système afin de satisfaire le fonctionnement de la structure de réception proposée dans cette étude et ce, pour différentes valeurs de  $E_b/N_0$  et de N.



FIG. 5.5 – Performances de la boucle de phase porteuse en présence du bruit de phase du DVB-SH, modulation 16QAM.

### 5.2.2 Performances en présence d'un bruit de phase conforme au gabarit du DVB-SH

#### 5.2.2.1 Performances aux points de fonctionnement considérés

La figure 5.6 présente l'écart-type de l'erreur résiduelle de phase porteuse en sortie de la structure proposée en fonction de la bande de bruit de la boucle de phase porteuse pour plusieurs valeurs de  $E_b/N_0$  autour du point de fonctionnement à 0dB. N = 256 et une modulation QPSK sont considérés.

Nous retrouvons encore une fois le compromis sur la gigue de phase porteuse en présence du bruit de phase du DVB-SH. Pour chaque valeur de  $E_b/N_0$  et de N, il existe une valeur minimale de l'écart-type de l'erreur de phase porteuse, notée  $\varphi_{min}$ , et une valeur optimale de la bande de bruit, notée  $B_lT_{opt}$ , correspondant à cette minimisation.

Le tableau 5.5 donne les valeurs de  $\varphi_{min}$ , et de  $B_l T_{opt}$  pour différentes valeurs



FIG. 5.6 – Performances de la boucle de phase porteuse en présence du bruit de phase du DVB-SH, modulation QPSK.

Ν	$E_b/N$	$V_0 = 0dB$	$E_b/N_0$	D = -1dB	$E_b/N_0$	D = -2dB
	$\varphi_{min}$	$B_l T_{opt}$	$\varphi_{min}$	$B_l T_{opt}$	$\varphi_{min}$	$B_l T_{opt}$
16	$2,5^{\circ}$	$8.10^{-5}$	$2,6^{\circ}$	$6.10^{-5}$	$2.8^{\circ}$	$5.10^{-5}$
32	$2,7^{\circ}$	$9.10^{-5}$	$3, 2^{\circ}$	$7.10^{-5}$	$3, 6^{\circ}$	$5, 5.10^{-5}$
64	$3^{\circ}$	$10^{-4}$	$3,9^{\circ}$	$8.10^{-5}$	$4,5^{\circ}$	$6.10^{-5}$
128	3.3°	$1, 5.10^{-4}$	$4,6^{\circ}$	$10^{-4}$	$5,6^{\circ}$	$8.10^{-5}$
256	$3,5^{\circ}$	$2.10^{-4}$	$5,4^{\circ}$	$1, 5.10^{-4}$	$6, 6^{\circ}$	$9.10^{-5}$
512	$4, 2^{\circ}$	$3.10^{-4}$	6°	$2.10^{-4}$	$7, 4^{\circ}$	$10^{-4}$
1024	$5^{\circ}$	$4.10^{-4}$	$6, 9^{\circ}$	$2, 5.10^{-4}$	$8, 3^{\circ}$	$1, 2.10^{-4}$

de  $E_b/N_0$ , en fonction de  $E_b/N_0$  et de N.

TAB. 5.5 – Valeurs minimales de l'écart-type de l'erreur de phase porteuse et bandes de bruit optimales de la boucle de phase porteuse, modulation QPSK sur chaque porteuse.

De la même façon, nous obtenons les résultats similaires pour une modulation 16QAM modulée sur chaque porteuse. Ils sont présentés dans le tableau 5.6.

$E_b/N_0 = 8dB$		$E_b/N_0 = 7dB$		$E_b/N_0 = 6dB$		
	$\varphi_{min}$	$B_l T_{opt}$	$\varphi_{min}$	$B_l T_{opt}$	$\varphi_{min}$	$B_l T_{opt}$
	$2,36^{\circ}$	$10^{-3}$	$2,45^{\circ}$	$9.10^{-4}$	$2.56^{\circ}$	$7, 8.10^{-4}$
	$2,4^{\circ}$	$1, 2.10^{-3}$	$2,5^{\circ}$	$10^{-3}$	$2.63^{\circ}$	$8, 2.10^{-4}$
	$2,45^{\circ}$	$1, 5.10^{-4}$	$2,58^{\circ}$	$1, 2.10^{-3}$	$2,7^{\circ}$	$9.10^{-4}$

1, 2.10

1.5.10

 $2.10^{-3}$ 

 $2, 5.10^{-3}$ 

Ν

1632 64

128

256

512

1024

 $2,5^{\circ}$ 

 $2,57^{\circ}$ 

 $2.65^{\circ}$ 

 $2.75^{\circ}$ 

5.2. Performances de la structure proposée

 $\overline{2,76}$ 

 $2,86^{\circ}$ 

 $3^{\circ}$ 

 $3, 2^{\circ}$ 

101, 2.10

1, 6.10

 $2.10^{-1}$ 

TAB. 5.6 – Valeurs minimales de l'écart-type de l'erreur de phase porteuse et bandes de bruit optimales de la boucle de phase porteuse, modulation 16QAM sur chaque porteuse.

 $\overline{2,65}$ 

 $2.7^{\circ}$ 

 $2,85^{\circ}$ 

 $3^{\circ}$ 

 $2, 5.10^{-3}$ 

 $2, 5.10^{-3}$ 

 $3.10^{-3}$ 

 $2.10^{-1}$ 

Ces résultats permettent d'en déduire les dégradations sur les performances du système en sortie du décodeur de réception, en présence du bruit de phase spécifié dans la norme DVB-SH.

#### 5.2.2.2Performances avec le critère de performances sur la gigue de phase

Maintenant, nous considérons les gigues de phase tolérées par la norme DVB-S2, définies dans le paragraphe 1.3.3.5.

La figure 5.7 présente l'écart-type de l'erreur résiduelle de phase porteuse en sortie de la structure complète en fonction de la bande de bruit de la boucle de phase porteuse pour plusieurs valeurs de  $E_b/N_0$ . N = 256 et une modulation QPSK sont considérés. Pour chaque valeur de  $E_b/N_0$ , il existe une valeur minimale de l'écart-type de l'erreur de phase porteuse.

Pour chaque valeur de N, il existe une valeur minimale de  $E_b/N_0$  pour laquelle la valeur minimale correspondante de l'écart-type de l'erreur résiduelle de phase porteuse est égale à 8° (modulation QPSK). Il existe également une valeur optimale de la bande de bruit correspondant à cette minimisation de l'écart-type de l'erreur résiduelle de phase porteuse.

Lorsque N = 256 les résultats présentés par la figure 5.7 montrent qu'une valeur minimale de  $E_b/N_0$  d'environ -3dB permet d'atteindre les performances demandées. La bande de bruit optimale correspondante est égale à  $6.10^{-5}$ .

Le tableau 5.7 donne la valeur minimale de  $E_b/N_0$ , notée  $E_b/N_{0_{min}}$  et la valeur optimale correspondant de la bande de bruit,  $B_l T_{opt}$ , en fonction de N.

De la même façon, nous évaluons les performances du système pour la modulation 16QAM transportée sur chaque porteuse. La figure 5.8 présente l'écart-type



FIG. 5.7 – Performances de la boucle de phase porteuse en présence du bruit de phase du DVB-SH, modulation QPSK.

Ν	$E_b/N_{0_{min}}$ (dB)	$B_l T_{opt}$
16	-4,1	$2, 5.10^{-5}$
32	-3,8	$3.10^{-5}$
64	-3,6	$3, 8.10^{-5}$
128	-3,3	$4, 8.10^{-5}$
256	-3	$6.10^{-5}$
512	-2,3	$9.10^{-5}$
1024	-1,8	$1, 5.10^{-4}$

TAB. 5.7 – Valeurs de  $E_b/N_0$  minimale et des bandes de bruit optimales de la boucle de phase porteuse, modulation QPSK sur chaque porteuse.

de l'erreur résiduelle de phase porteuse en sortie de la structure complète en fonction de la bande de bruit de la boucle de phase porteuse pour plusieurs valeurs de  $E_b/N_0$ . N = 256 et une modulation 16QAM sur chaque porteuse sont considérés.

Pour N=256, nous obtenons alors un écart-type de 2,6° (voir paragraphe 1.3.3.5) pour  $E_b/N_0 = 7,8dB$ . La bande de bruit optimale correspondante est égal à  $2.10^{-3}$ . Le tableau 5.8 regroupe les résultats obtenus pour différentes valeurs de



FIG. 5.8 – Performances de la boucle de phase porteuse en présence du bruit de phase du DVB-SH, modulation 16QAM.

7	١7	-
1	v	٠

Ν	$E_b/N_{0_{min}}$ (dB)	$B_l T_{opt}$
16	$^{5,7}$	$7, 5.10^{-4}$
32	6,2	$8, 5.10^{-4}$
64	6,8	$10^{-3}$
128	$^{7,3}$	$1, 5.10^{-3}$
256	$^{7,8}$	$2.10^{-3}$
512	8,2	$2, 5.10^{-3}$
1024	$^{8,5}$	$3, 2.10^{-3}$

TAB. 5.8 – Valeurs de  $E_b/N_0$  minimale et des bandes de bruit optimales de la boucle de phase porteuse, modulation 16QAM sur chaque porteuse.

Notons que plus N augmente, plus les performances du système diminuent. Cela est dû au fait que les dégradations de performances dues au bruit de phase augmentent avec N [76].

Ces résultats permettent de définir les points de fonctionnement de la structure

proposée en présence d'un bruit de phase conforme au gabarit défini dans le standard DVB-SH.

## 5.3 Comparaison de performances en termes d'efficacité spectrale

#### 5.3.1 Dimensionnement de l'intervalle de garde

Comme nous avons vu dans le chapitre 3, la taille de l'intervalle de garde dépend du nombre de porteuses N et de la valeur de l'erreur de fréquence horloge en entrée du récepteur. Les tableaux 5.9 et 5.10 rappellent les longueurs minimales, en nombre d'échantillons, qui ont été établies en fonction de N pour l'intervalle de garde.

Ν	$N_{g_{min}}$
16	2
32	2
64	3
128	3
256	4
512	5
1024	6

 $N_{\underline{g_{min}}}$ Ν 161 32 $\mathbf{2}$ 64212822563 4 51210245

TAB. 5.9 – Taille nécessaire de l'intervalle de garde,  $\beta = 1, 2.10^{-4}$ .

TAB. 5.10 – Taille nécessaire de l'intervalle de garde,  $\beta = 6.10^{-5}$ .

Ces résultats permettent d'évaluer les performances de la structure proposée en termes d'efficacité spectrale et de les comparer avec les systèmes monoporteuses. Cette étude fait l'objet du prochain paragraphe.

# 5.3.2 Comparaison de performances en termes d'efficacité spectrale

Afin de comparer les performances entre le système multiporteuse proposé dans cette étude et un système monoporteuse, nous considérons un même débit symbole utile noté  $R_s$ .

Dans la structure de synchronisation proposée, deux paramètres influent sur le débit total : la longueur de l'intervalle de garde  $N_{g_{min}}$  et le nombre de lobes secondaires considérés dans le spectre d'un signal OFDM. En prenant en compte 2 lobes secondaires de chaque côté du spectre et en négligeant la perte d'efficacité spectrale due à l'utilisation d'un symbole pilote par trame à des fins de synchronisation (levée d'ambiguïté sur la fréquence porteuse), la bande passante d'une transmission multiporteuse avec la structure proposée est approchée par :

$$B_m \approx \left(1 + \frac{N_{g_{min}}}{N}\right) \left(1 + \frac{5}{N}\right) R_s \tag{5.1}$$

En notant  $\alpha$  le facteur de roll-off du filtre en cosinus surélevé, la bande passante d'une transmission en monoporteuse est égale à :

$$B_s = (1+\alpha)R_s \tag{5.2}$$

 $\alpha$  est égal à 0,35 dans le cas du standard DVB-S et le  $\alpha$  minimal est de 0,2 dans le cas du standard DVB-S2.

Le gain en bande passante entre les systèmes multiporteuse et monoporteuse est défini par :

$$G = \frac{B_s - B_m}{B_s},\tag{5.3}$$

so<br/>it :

$$G = 1 - \frac{\left(1 + \frac{N_{g_{min}}}{N}\right)\left(1 + \frac{5}{N}\right)}{\left(1 + \alpha\right)} \tag{5.4}$$

Le gain en bande passante par rapport au standard DVB-S est donné par le tableau 5.11 et par le tableau 5.12 par rapport au standard DVB-S2.

Ν	$\beta = 1, 2.10^{-4}$	$\beta = 6.10^{-5}$
	G	G
16	-9,8%	$-3,\!3\%$
32	9%	9%
64	16,4%	$17,\!6\%$
128	21,2%	21,8%
256	23,3%	$23,\!6\%$
512	24,5%	$24,\!6\%$
1024	25,1%	25,2%

TAB. 5.11 – Gain en bande passante par rapport au standard DVB-S.

Ν	$\beta = 1, 2.10^{-4}$	$\beta = 6.10^{-5}$
	G	G
16	-23,1%	-16,2%
32	-2,4%	-2,4%
64	$5{,}9\%$	$7,\!6\%$
128	$11,\!4\%$	12,1%
256	13,7%	14%
512	15%	15,2%
1024	$15,\!8\%$	15,9%

TAB. 5.12 – Gain en bande passante par rapport au standard DVB-S2.

Avec la structure de synchronisation proposée, nous avons donc une perte d'efficacité spectrale par rapport à la norme DVB-S si N < 32 et par rapport à la norme DVB-S2 si N < 64. Dans les autres cas, nous obtenons un gain en efficacité spectrale par rapport à ces standards.

#### 5.3.3 Choix du paramètre N

Dans le paragraphe 5.2, nous avons vu que les performances du système en termes d'efficacité en puissance diminuent lorsque N augmente. Cela est dû au fait que les dégradations de performances dues au bruit de phase sont proportionnelles à N.

Dans le paragraphe 5.3.2, nous avons vu que les performances en termes d'efficacité spectrale augmentent avec N car plus N est grand, moins nous avons besoin de ressources pour effectuer l'opération de synchronisation.

Le choix de N dépendra donc de l'objectif visé : si l'on souhaite optimiser les performances du système en termes d'efficacité en puissance on travaillera avec un petit nombre de porteuses tandis que si l'on souhaite privilégier l'efficacité spectrale on en utilisera un nombre élevé.

## 5.4 Complexité du système

Ce paragraphe a pour but d'évaluer la complexité du système au niveau du récepteur. Cela consiste à évaluer le nombre d'additions et de multiplications nécessaires pour réaliser les opérations de synchronisation. Pour cela, la figure 5.9 détaille le schéma synoptique de la structure de synchronisation proposée. L'étape de synchronisation grossière n'est effectuée qu'une fois avant le déclenchement de l'étape de synchronisation fine. Elle n'est donc pas prise en compte dans le calcul de la complexité du système. Le bloc de quantification n'est également pas pris en compte.

Notons que les blocs 1 à 6 manipulent des nombres réels tandis que les autres blocs manipulent des nombres complexes. Notons également que les blocs (3), (6) et (10) travaillent au rythme symbole OFDM ( $R_{OFDM}$ ) tandis que les autres blocs travaillent à 2 fois le rythme symbole OFDM ( $2.R_{OFDM}$ ). Le tableau 5.13 récapitule le nombre d'opérations nécessaires pour chaque bloc ainsi que sa période de mise à jour (en nombre de symboles OFDM).

$\operatorname{bloc}$	Nombre	Nombre de	Période de mise à jour
	d'additions	$\operatorname{multiplications}$	$[en R_{OFDM}]$
1	1	0	2
2	1	0	2
3	1	0	1
4	2	2	2
5	2	2	2
6	2	2	1
7	13N	16N	2
8	10w	12w	2
9	$\frac{4N}{w}$	$\frac{4N}{w}$	2
10	3	2	1
11 [77]	$2Nlog_2(N)$	$2Nlog_2(N)$	1

TAB. 5.13 – Nombre d'opérations nécessaires pour chaque bloc.

En prenant en compte le fait que les calculs des blocs (3), (6) et (10) sont effectués pour chaque porteuse, le nombre total d'opérations pour la durée d'un symbole OFDM est :  $(2Nlog_2(N)+12, 5N+5w+\frac{2N}{w}+3)$  additions et  $(2Nlog_2(N)+12N+6w+\frac{2N}{w}+2)$  multiplications, où w est le paramètre de la boucle de phase horloge optimisé en fonction de l'erreur de fréquence horloge  $\beta$ .

Les nombres d'opérations nécessaires, pendant la durée d'un symbole OFDM, pour la structure proposée et pour l'opération de la FFT sont donnés pour comparaison par le tableau 5.14 pour  $\beta = 6.10^{-5}$  et par le tableau 5.15 pour  $\beta = 1, 2.10^{-4}$ .

Le nombre d'opérations nécessaire pour la structure proposée est donc égal à environ deux fois celui d'une FFT. Les calculs nécessaires pour la structure de synchronisation proposée sont équivalents à la mise en œuvre d'une FFT supplémentaire.



FIG. 5.9 – Schéma synoptique détaillé de la structure proposée.

Ν	W	Nombre d'additions		Nombre de multiplications	
		FFT	Structure proposée	FFT	Structure proposée
16	4	128	352	128	346
32	6	320	746	320	735
64	8	768	1585	768	1560
128	10	1792	3372	1792	3317
256	15	4096	7182	4096	7076
512	20	9216	15259	9216	15022
1024	30	20480	32314	20480	31822

TAB. 5.14 – Nombre de calculs nécessaires par symbole OFDM,  $\beta = 6.10^{-5}.$ 

Ν	W	Nombre d'additions		Nombre de multiplications	
		FFT	Structure proposée	FFT	Structure proposée
16	3	128	357	128	354
32	4	320	759	320	746
64	5	768	1623	768	1594
128	6	1792	3468	1792	3409
256	10	4096	7400	4096	7281
512	15	9216	15762	9216	15520
1024	$\overline{20}$	20480	33485	20480	32991

TAB. 5.15 – Nombre de calculs nécessaires par symbole OFDM,  $\beta = 1, 2.10^{-4}$ .

En supposons un débit symbole  $R_s = 25Mbauds$ , le nombre de calculs à effectuer par seconde est donné par le tableau 5.16 pour  $\beta = 6.10^{-5}$  et par le tableau 5.17 pour  $\beta = 1, 2.10^{-4}$ .  $N_{se}$  est le nombre de symboles OFDM par seconde.

Ν	W	$N_{se}$	Nombre d'additions	Nombre de multiplications
16	4	$1,56.10^{6}$	$5,57.10^{8}$	$5,48.10^{8}$
32	6	$7,81.10^{5}$	$5,93.10^{8}$	$5,83.10^{8}$
64	8	$3,91.10^{5}$	$6, 33.10^8$	$6,23.10^{8}$
128	10	$1,95.10^{5}$	$6,77.10^{8}$	$6,67.10^{8}$
256	15	$9,77.10^4$	$7,23.10^{8}$	$7, 11.10^8$
512	20	$2,88.10^4$	$7,70.10^{8}$	$7,58.10^{8}$
1024	30	$1,44.10^4$	$8, 18.10^{8}$	$8,06.10^8$

TAB. 5.16 – Nombre de calculs nécessaires par seconde,  $\beta = 6.10^{-5}$ .

Ν	W	$N_{se}$	Nombre d'additions	Nombre de multiplications
16	3	$1,56.10^{6}$	$5,61.10^{8}$	$5, 53.10^{8}$
32	4	$7,81.10^5$	$5,97.10^{8}$	$5,88.10^{8}$
64	5	$3,91.10^5$	$6, 36.10^8$	$6,26.10^8$
128	6	$1,95.10^{5}$	$6,78.10^{8}$	$6,67.10^{8}$
256	10	$9,77.10^4$	$7,23.10^{8}$	$7, 12.10^{8}$
512	15	$2,88.10^4$	$7,70.10^{8}$	$7,59.10^{8}$
1024	20	$1,44.10^4$	$8, 18.10^8$	$8,06.10^8$

TAB. 5.17 – Nombre de calculs nécessaires par seconde,  $\beta=1,2.10^{-4}.$ 

Notons que le nombre de calculs par seconde augmente avec N. Il est presque doublé entre N = 16 et N = 1024.

# **Conclusions et Perspectives**

#### Conclusions

Le travail mené dans cette thèse a permis d'évaluer le potentiel de l'utilisation des techniques multiporteuses OFDM dans le cadre de la mise en œuvre d'une structure de synchronisation pour une transmission de type diffusion par satellite.

La première partie de ce document a été consacrée à la description du contexte système, décrivant notamment les sources d'erreur de synchronisation et leur impact sur les performances du système. Cette étude a montré que cet impact est beaucoup plus important dans une transmission de type OFDM que dans un système monoporteuse. A titre d'exemple, pour une modulation QPSK transportée sur chaque porteuse, une erreur de phase horloge de 1% de la durée du symbole OFDM dégrade de 1.5dB les performances du système, tandis qu'une erreur de fréquence porteuse de 1% de l'espacement inter-porteuse les dégrade de 0.1dB. Pour une modulation 16QAM transportée sur chaque porteuse, une erreur de phase horloge de 0.5% de la durée du symbole OFDM dégrade de plus de 4dB les performances du système tandis qu'une erreur de fréquence porteuse du système tandis qu'une erreur de fréquence porteuse de 1% de la durée du symbole OFDM dégrade de 0.5% de la durée du symbole OFDM dégrade de 1.5dB les performances sur chaque porteuse, une erreur de phase horloge de 0.5% de la durée du symbole OFDM dégrade de 0.1dB. Pour une modulation 16QAM transportée sur chaque porteuse, une erreur de phase horloge de 0.5% de la durée du symbole OFDM dégrade de plus de 4dB les performances du système tandis qu'une erreur de fréquence porteuse de 1% de l'espacement inter-porteuse les dégrade d'environ 0.4dB. Il est donc absolument nécessaire de corriger ces différentes erreurs de synchronisation.

Dans la deuxième partie de ce document, une structure de synchronisation a été proposée et évaluée, l'un des objectifs étant d'optimiser l'efficacité spectrale du système. Elle comprend deux étapes : une étape de synchronisation grossière basée sur des estimateurs des erreurs de synchronisation, suivie d'une étape de synchronisation fine basée sur des boucles de correction des erreurs résiduelles.

Il a été montré que les performances de la structure proposée en termes d'efficacité en puissance diminuent avec le nombre de porteuses N en présence de bruit de phase. La structure proposée peut tolérer un bruit de phase de Wiener de puissance 9, 4.10<sup>-6</sup> pour N = 16 et 1, 2.10<sup>-7</sup> pour N = 1024, pour une modulation QPSK transportée sur chaque porteuse à  $E_b/N_0 = 0dB$ . Pour une modulation 16QAM transportée sur chaque porteuse à  $E_b/N_0 = 6dB$ , cette valeur est de 5, 6.10<sup>-7</sup> pour N = 16 et de 6.10<sup>-9</sup> pour N = 1024. En présence du bruit de phase tel qu'il est spécifié dans le standard DVB-SH, notre structure fonctionne jusqu'à un niveau de  $E_b/N_0$  égal à -4, 1dB pour N = 16 et à -1, 8dB pour N = 1024, lorsqu'on utilise une modulation QPSK sur chaque porteuse. Les niveaux de  $E_b/N_0$  minimum tolérés sont de 5,7dB pour N = 16 et de 8,5dBpour N = 1024, lorsqu'on utilise une modulation 16QAM sur chaque porteuse.

En termes d'efficacité spectrale, les performances de la structure proposée augmentent avec le nombre N de sous porteuses. Elle présente de meilleures performances que celles du standard DVB-S quand N est supérieur à 16 et que celles du standard DVB-S2 quand N est supérieur à 32.

Le choix de N dépendra donc de l'objectif visé : si l'on souhaite optimiser les performances du système en termes d'efficacité en puissance on travaillera avec un petit nombre de porteuses tandis que si l'on souhaite privilégier l'efficacité spectrale on en utilisera un nombre élevé.

Enfin, l'étude de la complexité du système a montré que les calculs nécessaires pour la structure de synchronisation proposée étaient équivalents à la mise en œuvre d'une FFT supplémentaire.

#### Perspectives

Plusieurs perspectives peuvent être envisagées suite aux travaux menés dans cette thèse.

En premier lieu, notons que les performances du système ont été évaluées avant le décodage canal et basées sur les résultats présentés dans [17] pour limiter à 0.2dB la dégradation sur les performances d'un récepteur DVB-S2. Les valeurs données dans [17] sont basées sur des simulations impliquant un algorithme de décodage particulier et ne conviennent pas nécessairement pour d'autres décodeurs. La mise en œuvre d'un système de codage et de décodage canal (par exemple un turbo-code) serait intéressante dans le but d'évaluer les performances d'un système complet en termes de taux d'erreur binaire. Cela permettrait également d'évaluer l'impact des erreurs résiduelles de synchronisation sur le TEB dans un système complet.

D'autre part, la comparaison de performances entre la structure proposée dans cette étude et les systèmes monoporteuses a été une simple comparaison en termes de bande passante. Plusieurs paramètres, dont le nombre de pilotes dans les standards, n'ont pas été pris en compte. Les prendre en compte, en plus de la mise en œuvre d'un codage/décodage canal permettrait de réaliser une étude complète du système proposé et d'effectuer une comparaison plus approfondie entre les systèmes multiporteuse et monoporteuse.

Une autre piste pourrait être d'étudier les performances des algorithmes permettant de réduire le bruit de phase que l'on trouve dans le littérature, afin de les appliquer, le cas échéant, à notre récepteur pour en améliorer les performances.

Enfin, nous avons évalué les performances du système proposé en considérant des modulations QPSK et 16QAM sur chaque porteuse, en supposant que la fluctuation d'enveloppe était essentiellement due à la modulation multiporteuse. Une étude de l'impact de la modulation transportée sur chaque porteuse sur la fluctuation d'enveloppe du signal émis serait intéressante à mener pour confirmer notre hypothèse.

Conclusions et Perspectives

# Annexe A

# Impact de l'erreur de phase horloge

Afin d'exprimer l'expression du symbole reçu et quantifier les dégradations dues à l'erreur de phase horloge, il faut revenir au schéma de base d'un récepteur de type OFDM. A la réception, le signal reçu avec une erreur de phase horloge  $\tau$  est ramené en bande de base sur chaque porteuse en utilisant le filtre adapté à la mise en forme. puis l'échantillonneur afin de retrouver les symboles émis. Pour mettre en évidence le déphasage du à  $\tau$ , il faut se baser sur la chaîne d'une transmission continue. Le principe de ce récepteur est illustré par la figure A.1 pour la  $n^{ième}$  sous-porteuse du  $i^{ième}$  symbole OFDM. Le filtre adapté à la mise en forme rectangulaire est un intégrateur.



FIG. A.1 – Principe du récepteur OFDM en présence de l'erreur de phase horloge.

En absence de bruit introduit par le canal, l'expression du signal reçu est exprimée par :

$$y(t) = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} X_{l,k} h(t - lT - T/2) e^{j2\pi f_k t}$$
(A.1)

Où h(t) est le filtre de mise en forme rectangulaire de durée T. En présence d'une erreur de phase horloge  $\tau$ , le signal reçu s'écrit comme suit :

$$y'(t) = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} X_{l,k} h(t - lT - T/2 + \tau) e^{j2\pi f_k(t+\tau)}$$
(A.2)

D'où :

$$y_n(t) = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} X_{l,k} h(t - lT - T/2 + \tau) e^{j2\pi f_k(t+\tau)} e^{-j2\pi f_n t}$$
(A.3)

Le filtre de mise en forme est rectangulaire, le signal à la sortie de l'intégrateur est alors exprimé par :

$$Y_{i,n} = \frac{1}{T} \int_{iT}^{(i+1)T} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} X_{l,k} h(t - lT - T/2 + \tau) e^{j2\pi f_k(t+\tau)} e^{-j2\pi f_n t} dt \quad (A.4)$$

Trois cas sont à considérer concernant l'erreur de phase horloge  $\tau$  par rapport à la fenêtre d'intégration :

- Le signal reçu est en avance.
- Le signal est en retard d'une durée inférieure à  $T_g$ .
- Le signal est en retard d'une durée supérieure à  $T_g$ .

### Cas 1 : Le signal reçu est en avance

Dans ce cas, la fenêtre FFT est en chevauchement entre le symbole considéré et le symbole suivant. La figure A.2 illustre ce chevauchement.

L'intégrale sur la durée T de la fenêtre FFT se fait alors sur une durée  $(T - \tau)$  du  $i^{i \grave{e} m e}$  symbole OFDM et sur une durée  $\tau$  du  $(i + 1)^{i \grave{e} m e}$  symbole OFDM. Dans ce cas, il y a non seulement de l'IES venant du symbole suivant mais également de l'IEP. Les symbole reçu est décomposé comme suit :

$$Y_{i,n} = \frac{1}{T} \int_{iT}^{(i+1)T-\tau} \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} X_{i,k} e^{j2\pi f_k(t+\tau)} e^{-j2\pi f_n t} dt + \frac{1}{T} \int_{(i+1)T-\tau}^{(i+1)T} \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} e^{j2\pi f_k(t+T+\tau)} X_{i+1,k} e^{-j2\pi f_n t} dt$$
(A.5)

Le symbole reçu est réécrit de façon suivante :



FIG. A.2 – Placement de la fenêtre FFT, cas 1.

$$Y_{i,n} = \frac{1}{T} \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} e^{j2\pi f_k \tau} X_{i,k} \int_{iT}^{(i+1)T-\tau} e^{j2\pi (f_k - f_n)t} dt + \frac{1}{T} \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} e^{j2\pi f_k \tau} X_{i+1,k} \int_{(i+1)T-\tau}^{(i+1)T} e^{j2\pi (f_k - f_n)t} dt$$
(A.6)

En simplifiant et en posant  $f_n = n/T$  (l'orthogonalité des porteuses) :

$$Y_{i,n} = e^{j2\pi n\frac{\tau}{T}} \left(1 - \frac{\tau}{T}\right) X_{i,n} + IEP_n + IES_n \tag{A.7}$$

Où  $IEP_n$  et  $IES_n$  sont les termes d'interférences qui sont définis par :

$$IEP_n = \frac{1}{T} \sum_{k=-N/2 \neq n}^{N/2-1} e^{j2\pi f_k \tau} X_{i,k} \int_{iT}^{(i+1)T-\tau} e^{j2\pi (f_k - f_n)t} dt$$
(A.8)

 $\operatorname{et}$ 

$$IES_n = \frac{1}{T} \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} e^{j2\pi f_k \tau} X_{i+1,k} \int_{(i+1)T-\tau}^{(i+1)T} e^{j2\pi (f_k - f_n)t} dt$$
(A.9)

Le calcul des intégrales nous donne :

$$\int_{iT}^{(i+1)T-\tau} e^{j2\pi(f_k - f_n)t} dt = \frac{e^{j2\pi(f_k - f_n)[(i+1)T-\tau]} - e^{j2\pi(f_k - f_n)iT}}{j2\pi(f_k - f_n)}$$
(A.10)  
$$= \frac{e^{j2\pi(f_k - f_n)[iT + \frac{T-\tau}{2}]}}{j2\pi(f_k - f_n)} \left[ e^{j2\pi(f_k - f_n)\frac{T-\tau}{2}} - e^{-j2\pi(f_k - f_n)\frac{T-\tau}{2}} \right]$$
(A.11)

$$=2j\frac{e^{j2\pi(f_k-f_n)[iT+\frac{T-\tau}{2}]}}{j2\pi(f_k-f_n)}sin[\pi(f_k-f_n)(T-\tau)]$$
(A.12)

En remplaçant  $f_n=n/T$  :

$$\int_{iT}^{(i+1)T-\tau} e^{j2\pi(f_k - f_n)t} dt = 2j \frac{e^{j2\pi\frac{k-n}{T}[iT + \frac{T-\tau}{2}]}}{j2\pi\frac{k-n}{T}} sin[\pi\frac{k-n}{T}(T-\tau)]$$
(A.13)

$$=\frac{e^{j\pi(k-n)[(2i+1)+\frac{-\tau}{T}]}}{\pi\frac{k-n}{T}}sin[\pi(k-n)(1-\frac{\tau}{T})]$$
(A.14)

$$=\frac{(-1)^{k-n}e^{-j\pi(k-n)\frac{\tau}{T}}}{\pi\frac{k-n}{T}}(-1)^{k-n}sin[-\pi(k-n)\frac{\tau}{T}] \quad (A.15)$$

$$= -\tau e^{-j\pi(k-n)\frac{\tau}{T}} sinc\left[\pi(k-n)\frac{\tau}{T}\right]$$
(A.16)

De même, nous avons :

$$\int_{(i+1)T-\tau}^{(i+1)T} e^{j2\pi(f_k - f_n)t} dt = \tau e^{-j\pi(k-n)\frac{\tau}{T}} sinc\left[\pi(k-n)\frac{\tau}{T}\right]$$
(A.17)

Ce qui donne la nouvelle expression de l'interférence totale :

$$I_{n} = IEP_{n} + IES_{n} = -\frac{\tau}{T} \sum_{k=-N/2\neq n}^{N/2-1} e^{j2\pi k\frac{\tau}{T}} e^{-j\pi(k-n)\frac{\tau}{T}} sinc\left[\pi(k-n)\frac{\tau}{T}\right] X_{i,k} + \frac{\tau}{T} \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} e^{j2\pi k\frac{\tau}{T}} e^{-j\pi(k-n)\frac{\tau}{T}} sinc\left[\pi(k-n)\frac{\tau}{T}\right] X_{i+1,k}$$
(A.18)

La puissance de l'interférence totale est donnée pour une valeur de  $\tau$  par :

$$P_n(\tau) = E[|I_n|^2] = E[I_n I_n^*]$$
(A.19)

En supposant que les symboles  $\{X_{i,k}\}$  et  $\{X_{i+1,k}\}$  sont indépendants. Nous avons :

$$E[X_{i1,k1}X_{i2,k2}^*] = E[X_{i1,k1}]E[X_{i2,k2}^*] = 0 , \forall \{i1,k1\} \neq \{i2,k2\}$$
(A.20)

La puissance de l'interférence est alors exprimée par :

$$P_{n}(\tau) = \frac{\tau^{2}}{T^{2}} \sum_{k=-N/2\neq n}^{N/2-1} sinc^{2} \left[ \pi(k-n)\frac{\tau}{T} \right] E\left[ |X_{i,k}|^{2} \right]$$

$$+ \frac{\tau^{2}}{T^{2}} \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} sinc^{2} \left[ \pi(k-n)\frac{\tau}{T} \right] E\left[ |X_{i+1,k}|^{2} \right]$$
(A.21)

En appelant  $E[|X_{i,k}|^2] = E[|X_{i+1,k}|^2] = E_s$ , nous avons :

$$P_n(\tau) = \frac{\tau^2}{T^2} E_s \left[ 1 + 2 \sum_{k=-N/2 \neq n}^{N/2-1} \operatorname{sinc}^2 \left( \pi (k-n) \frac{\tau}{T} \right) \right]$$
(A.22)

# Cas 2 : Le signal reçu est en retard d'une durée inférieure à $T_q$

Dans ce cas, l'instant d'échantillonnage du début du symbole OFDM est inclus dans l'intervalle de garde, il n'y a pas de chevauchement entre symboles OFDM. La figure A.3 illustre ce cas.

L'intégrale sur la durée T de la fenêtre FFT se fait entièrement dans le  $i^{i \grave{e} m e}$  symbole OFDM. Dans ce cas, l'interférence est éliminé. L'erreur de phase horloge correspond simplement à une rotation de phase porteuse et le signal reçu est exprimé par [20] :

$$Y_{i,n} = e^{-j2\pi n\frac{\tau}{T}} X_{i,n} \tag{A.23}$$

# Cas 3 : Le signal reçu est en retard d'une durée supérieure à $T_g$

Dans ce cas, la fenêtre FFT est en chevauchement entre le symbole considéré et le symbole précédent. Il y a non seulement de l'IES venant du symbole précédent mais également de l'IEP. La figure A.4 illustre ce chevauchement.

L'intégrale sur la durée T de la fenêtre FFT se fait alors sur le  $(i-1)^{i \hat{e}me}$ symbole OFDM sur  $(\tau - T_g)$  sur le  $i^{i \hat{e}me}$  symbole OFDM sur  $(1 - \tau + T_g)$ .



FIG. A.3 – Placement de la fenêtre FFT, cas 2.



FIG. A.4 – Placement de la fenêtre FFT, cas 3.

Les symbole reçu est décomposé comme suit :

$$Y_{i,n} = \frac{1}{T} \int_{iT}^{iT+\tau-T_g} \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} X_{i-1,k} e^{j2\pi(f_k+T_g+\tau)t} e^{-j2\pi f_n t} dt$$

$$+ \frac{1}{T} \int_{iT+\tau-T_g}^{iT+\tau} \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} X_{i,k} e^{j2\pi(f_k+T-\tau)t} e^{-j2\pi f_n t} dt$$

$$+ \frac{1}{T} \int_{iT+\tau}^{(i+1)T} \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} X_{i,k} e^{j2\pi(f_k-\tau)t} e^{-j2\pi f_n t} dt$$

$$= \frac{1}{T} \int_{iT}^{iT+\tau-T_g} \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} X_{i-1,k} e^{j2\pi(f_k+T_g-\tau)t} e^{-j2\pi f_n t} dt$$

$$+ \frac{1}{T} \int_{iT+\tau-T_g}^{(i+1)T} \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} X_{i,k} e^{j2\pi(f_k-\tau)t} e^{-j2\pi f_n t} dt$$

En simplifiant et en remplaçant  $f_n=n/T$  :

$$Y_{i,n} = \left(1 - \frac{\tau - T_g}{T}\right) e^{-j2\pi n\frac{\tau}{T}} X_{i,n} + IEP_n + IES_n \tag{A.25}$$

Le signal reçu est atténué et les termes d'interférences IEP et IES apparaissent, qui sont définis par :

$$IEP_{n} = \frac{1}{T} \int_{iT+\tau-T_{g}}^{(i+1)T} \sum_{k=-N/2 \neq n}^{N/2-1} X_{i,k} e^{j2\pi(f_{k}-\tau)t} e^{-j2\pi f_{n}t} dt$$
(A.26)

 $\operatorname{et}$ 

$$IES_n = \frac{1}{T} \int_{iT}^{iT+\tau-T_g} \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} X_{i-1,k} e^{j2\pi(f_k+T_g-\tau)t} e^{-j2\pi f_n t} dt$$
(A.27)

Même calcul que le cas  $\tau>0,$  la puis sance de l'interférence totale sur la sous-porteus e n est donnée par :

$$P_n(\tau) = \frac{(\tau - T_g)^2}{T^2} E_s \left[ 1 + 2\sum_{k=1 \neq n}^N sinc^2 \left( \pi (k - n) \frac{\tau - T_g}{T} \right) \right]$$
(A.28)

La puissance de l'interférence totale due à l'erreur de phase horloge est donc résumée ci-dessous :

$$P_n(\tau) = \begin{cases} \frac{\tau^2}{T^2} E_s \left[ 1 + 2 \sum_{k=-N/2 \neq n}^{N/2-1} \operatorname{sinc}^2 \left( \pi(k-n) \frac{\tau}{T} \right) \right] & \text{signal reçu en avance} \\ 0 & \text{signal reçu en retard } < T_g \\ \frac{(\tau - T_g)^2}{T^2} E_s \left[ 1 + 2 \sum_{k=1 \neq n}^{N} \operatorname{sinc}^2 \left( \pi(k-n) \frac{\tau - T_g}{T} \right) \right] & \text{signal reçu en retard } > T_g \end{cases}$$

### Vérification du caractère gaussien

Afin de vérifier le caractère gaussien de l'interférence, nous considérons :  $\tau = 0.78\%$  de la durée T du symbole OFDM (dans le cas où le signal reçu est en avance), N = 16 et une modulation BQSK (pour simplifier le calcul).



FIG. A.5 – Histogramme de l'interférence due à l'erreur de phase horloge.

La figure A.5 nous montre l'histogramme de l'interférence  $I_n$  de cette interférence ainsi que le gaussien de puissance  $P_n(\tau)$  correspondant. La similitude entre ces deux courbes nous permet de conclure que l'interférence due à l'erreur de phase horloge est gaussienne.

Les simulations montrent aussi que cette hypothèse est vraie dans le cas où le signal reçu est en retarde d'un durée supérieure à  $T_g$ . Nous pouvons donc considérer cette interférence comme un bruit AWGN.

## Calcul du TEB

Le TEB du système en présence d'un AWGN introduit par le canal de transmission, pour une modulation QAM avec un codage de Gray, est défini par :

$$TEB = 2 \frac{(\sqrt{M} - 1)}{\log_2(M)\sqrt{M}} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{3\log_2(M)E_b}{2(M - 1)N_0}}\right)$$
(A.29)

Où M est l'ordre de la modulation.

En présence de l'erreur de phase horloge, en assimilant l'interférence due à  $\tau$  à un bruit gaussien et en supposant que la rotation de la constellation est corrigée, nous pouvons évaluer le TES théorique du système sur la porteuse n comme suit :

$$TEB'_{n}(\tau) = \frac{2(\sqrt{M}-1)}{\log_{2}(M)\sqrt{M}} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{3\log_{2}(M)E'_{b}}{2(M-1)N'_{0}}}\right)$$
(A.30)

Ou encore :

$$TEB'_{n}(\tau) = \frac{2(\sqrt{M}-1)}{\log_{2}(M)\sqrt{M}} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{3\log_{2}(M)}{2(M-1)}}\sqrt{\frac{E'_{b}}{E_{b}}\frac{E_{b}}{N_{0}}\frac{N_{0}}{N'_{0}}}\right)$$
(A.31)

### Cas 1 : Le signal reçu est en avance

Nous avons :

$$E'_{b} = \left(1 - \frac{\tau}{T}\right)^{2} E_{b}; \text{ et} : N'_{0} = N_{0} + P_{n}(\tau)$$
(A.32)

Ce qui donne :

$$TEB'_{n}(\tau) = \frac{2(\sqrt{M}-1)}{\log_{2}(M)\sqrt{M}} \operatorname{erfc}\left[\sqrt{\left(\frac{3\log_{2}(M)}{2(M-1)}\frac{E_{b}}{N_{0}}\right)\left(1-\frac{\tau}{T}\right)^{2}\left(1+\frac{P_{n}(\tau)}{N_{0}}\right)^{-1}}\right]$$
(A.33)

Cas 3 : Le signal reçu est en retard d'une durée supérieure à  ${\cal T}_g$ 

Nous avons :

$$E'_{b} = \left(1 - \frac{\tau - T_{g}}{T}\right)^{2} E_{b}; \text{ et } : N'_{0} = N_{0} + P_{n}(\tau)$$
(A.34)

127

Ce qui donne :

$$TEB'_{n}(\tau) = \frac{2(\sqrt{M}-1)}{\log_{2}(M)\sqrt{M}} \operatorname{erfc}\left[\sqrt{\left(\frac{3\log_{2}(M)}{2(M-1)}\frac{E_{b}}{N_{0}}\right)\left(1-\frac{\tau-T_{g}}{T}\right)^{2}\left(1+\frac{P_{n}(\tau)}{N_{0}}\right)^{-1}}\right]$$
(A.35)
### Annexe B

# Impact de l'erreur de fréquence porteuse

Comme dans le cas de la phase horloge, il faut analyser l'impact de l'erreur de fréquence porteuse sur les performances su système. Nous allons pour cela utiliser le schéma de base d'un récepteur OFDM. Il est représenté sur la figure B.1 pour la  $n^{i \grave{e}me}$  porteuse du  $i^{i \grave{e}me}$  symbole OFDM dans le cas où le signal reçu est ramené en bande de base avec une erreur de fréquence  $\Delta f$ .



FIG. B.1 – Principe du récepteur OFDM en présence de l'erreur de fréquence porteuse  $\Delta f$ .

En absence de bruit introduit par le canal et en supposant qu'il n'y a pas d'erreur de synchronisation horloge, l'expression du signal reçu après suppression de l'intervalle de garde est donnée par :

$$y(t) = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} X_{l,k} h(t - lT - T/2) e^{j2\pi f_k t}$$
(B.1)

Où h(t) est le filtre de mise en forme rectangulaire.

Après avoir ramené en bande de base avec une erreur de fréquence  $\Delta f,$  il est exprimé par :

$$y_n(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} X_{i,k} h(t - iT - T/2) e^{j2\pi (f_k - f_n + \Delta f)t}$$
(B.2)

Le filtre adapté est un intégrateur sur la durée T du symbole OFDM :

$$Y_{i,n} = \frac{1}{T} \int_{iT}^{(i+1)T} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} X_{i,k} e^{j2\pi(f_k - f_n + \Delta f)t} dt$$
(B.3)

Ou encore :

$$Y_{i,n} = \frac{1}{T} \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} X_{i,k} \int_{iT}^{(i+1)T} e^{j2\pi(f_k - f_n + \Delta f)t} dt$$
(B.4)

Ce qui donne après calculs et en considérant  $fk=\frac{k}{T}$  :

$$Y_{i,n} = e^{j\pi(2i+1)\Delta fT} sinc(\pi\Delta fT) X_{i,n} + IEP_n$$
(B.5)

Où  $IEP_n$  est l'interférence interporteuse due à  $\Delta f$  qui est exprimée par :

$$IEP_n = \frac{1}{T} \sum_{k=-N/2 \neq n}^{N/2-1} X_{i,k} \int_{iT}^{(i+1)T} e^{j2\pi(f_k - f_n + \Delta f)t} dt$$
(B.6)

Le calcul de l'intégrale nous donne :

$$\int_{iT}^{(i+1)T} e^{j2\pi(f_k - f_n + \Delta f)t} dt = \frac{1}{j2\pi(f_k - f_n + \Delta f)} \begin{bmatrix} e^{j2\pi(f_k - f_n + \Delta f)(i+1)T} - e^{j2\pi(f_k - f_n + \Delta f)iT} \end{bmatrix}$$

$$= \frac{e^{j2\pi(f_k - f_n + \Delta f)(i+\frac{1}{2})T}}{j2\pi(f_k - f_n + \Delta f)} \begin{bmatrix} e^{j\pi(f_k - f_n + \Delta f)T} - e^{-j\pi(f_k - f_n + \Delta f)T} \end{bmatrix}$$
(B.8)
$$e^{j2\pi(f_k - f_n + \Delta f)(i+\frac{1}{2})T}$$

$$= 2j \frac{e^{j2\pi(f_k - f_n + \Delta f)(i + \frac{1}{2})T}}{j2\pi(f_k - f_n + \Delta f)} sin[\pi(f_k - f_n + \Delta f)T] \quad (B.9)$$

En remplaçant  $f_n$  par n/T :

$$\int_{iT}^{(i+1)T} e^{j2\pi(f_k - f_n + \Delta f)t} dt = \frac{e^{j2\pi(\frac{k-n}{T} + \Delta f)(i + \frac{1}{2})T}}{\pi(\frac{k-n}{T} + \Delta f)} sin[\pi(\frac{k-n}{T} + \Delta f)T] \quad (B.10)$$
$$= (-1)^{k-n} T e^{j2\pi(i + \frac{1}{2})\Delta fT} sinc\left[\pi(\frac{k-n}{T} + \Delta f)T\right] \quad (B.11)$$

L'expression de 'interférence est réécrite alors comme suit :

$$IEP_{n} = \sum_{k=-N/2 \neq n}^{N/2-1} (-1)^{k-n} T e^{j2\pi(i+\frac{1}{2})\Delta fT} sinc\left[\pi(\frac{k-n}{T} + \Delta f)T\right] X_{i,k}$$
(B.12)

La puissance de l'interférence est écrite comme suit :

$$P_n(\Delta f) = E[|IEP_n|^2] = E[IEP_n \times IEP_n^*]$$
(B.13)

En supposant que les symboles  $\{X_{i,k}\}$  sont indépendants. Nous avons :

$$E[X_{i,k1}X_{i,k2}^*] = E[X_{i,k1}]E[X_{i,k2}^*] = 0 , \forall k1 \neq k2$$
(B.14)

La puissance de l'interférence est alors exprimée par :

$$P_n(\Delta f) = \sum_{k=-N/2 \neq n}^{N/2-1} \operatorname{sinc}^2 \left[ \pi \left( \frac{k-n}{T} + \Delta f \right) T \right] E\left[ |X_{i,k}|^2 \right]$$
(B.15)

En appelant  $E[|X_{i,k}|^2] = E_s$ , nous avons :

$$P_n(\Delta f) = E_s \left( \sum_{k=-N/2 \neq n}^{N/2-1} \operatorname{sinc}^2 \left[ \pi \left( \frac{k-n}{T} + \Delta f \right) T \right] \right)$$
(B.16)

#### Vérification du caractère gaussien

Afin de vérifier le caractère gaussien de  $IEP_n$ , nous considérons une erreur de fréquence porteuse  $\Delta f = 5\%$  de l'espacement interporteuse, N = 16 et une modulation BQSK (pour simplifier le calcul).

La figure B.2 trace l'histogramme de l'interférence  $IEP_n$  et le bruit blanc gaussien de puissance  $P_n(\Delta f)$  correspondant. La similitude entre ces deux courbes nous permet de conclure que l'interférence dûe à  $\Delta f$  est gaussienne. Nous pouvons donc l'assimiler à un bruit de type AWGN.



FIG. B.2 – Critère gaussien de l'interférence due à l'erreur de phase horloge.

#### Calcul du TEB

Le TEB du système en présence d'un AWGN introduit par le canal de transmission, pour une modulation QAM, est défini par :

$$TEB = 2 \frac{(\sqrt{M} - 1)}{\log_2(M)\sqrt{M}} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{3\log_2(M)E_b}{2(M - 1)N_0}}\right)$$
(B.17)

En présence de l'erreur de fréquence porteuse  $\Delta f$ , en assimilant l'interférence dûe à  $\Delta f$  à un bruit gaussien et en supposant que la rotation de constellation est parfaitement corrigée, le TEB théorique du système sur la porteuse n est exprimé comme suit :

$$TEB'_{n}(\Delta f) = \frac{2(\sqrt{M} - 1)}{\log_{2}(M)\sqrt{M}} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{3\log_{2}(M)E'_{b}}{2(M - 1)N'_{0}}}\right)$$
(B.18)

Ou encore :

$$TEB'_{n}(\Delta f) = \frac{2(\sqrt{M} - 1)}{\log_{2}(M)\sqrt{M}} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{3\log_{2}(M)}{2(M - 1)}}\sqrt{\frac{E'_{b}}{E_{b}}\frac{E_{b}}{N_{0}}\frac{N_{0}}{N'_{0}}}\right)$$
(B.19)

Nous avons :

$$E'_{b} = sinc^{2}(\pi\Delta fT)E_{b}$$
 et  $N'_{0} = N_{0} + P_{n}$  (B.20)

Ce qui donne :

$$TEB'_{n}(\Delta f) = \frac{2(\sqrt{M}-1)}{\log_{2}(M)\sqrt{M}} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{3\log_{2}(M)E_{b}}{2(M-1)N_{0}}sinc^{2}\left(\pi\Delta fT\right)\left(1+\frac{P_{n}}{N_{0}}\right)^{-1}}\right)$$
(B.21)

### Annexe C

## Performance théorique de la boucle de fréquence porteuse

Le schéma détaillé de la boucle de correction de fréquence porteuse est donné sur la figure C.1.



FIG. C.1 – Schéma de la boucle de fréquence porteuse.

Après correction, l'erreur résiduelle de fréquence porteuse devient :

$$\delta f = \Delta f - \widehat{\Delta f} \tag{C.1}$$

Les symboles en sortie de la FFT, en présence de l'erreur de fréquence porteuse et en supposant que les autres erreurs de synchronisation sont parfaitement corrigées, sont exprimés par :

$$Y_{i-1,n} = X_{i-1,n} e^{j2\pi\delta f_{i-1}} + n_{i-1,n}$$

et:

$$Y_{i,n} = X_{i,n} e^{j2\pi\delta f_i} + n_{i,n}$$

Où  $\delta f_i$  désigne l'erreur résiduelle de fréquence porteuse après correction à l'instant *i* du symbole OFDM, normalisée par rapport à la durée *T* du symbole OFDM.

La fonction d'erreur  $\epsilon$  est donnée par :

$$\epsilon = \frac{1}{8\pi} \arg\left[A\right] \tag{C.2}$$

 $\operatorname{avec}$  :

$$A = \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} \left( Y_{i,n} Y_{i-1,n}^* \right)^4 \tag{C.3}$$

L'erreur résiduelle  $\delta f$  est petite, nous pouvons utiliser l'approximation suivante [?] :

$$var[\epsilon] = \frac{1}{64\pi^2} E\left[(arg(A))^2\right] \approx \frac{1}{64\pi^2} \frac{E\left[(\Im(A))^2\right]}{\left[E(\Re(A))\right]^2}$$
 (C.4)

En supposant que les symboles sont normalisés  $\left( E_{s}=1\right)$  :

$$E\left[\Re(A)\right] = E\left[\sum_{n=-N/2}^{N/2-1} \left(Y_{i,n}Y_{i-1,n}^*\right)^4\right] = \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} E\left[\left(Y_{i,n}Y_{i-1,n}^*\right)^4\right]$$

$$\approx \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} E\left[\left(X_{i,n}X_{i-1,n}^*\right)^4\right] = NE_s^4 = N$$
(C.5)

La variance de  $\epsilon$  devient :

$$var[\epsilon] = \frac{E\left[\Im^2(A)\right]}{64\pi^2 N^2} \tag{C.6}$$

Nous avons :

$$E\left[\Im^{2}(A)\right] = E\left[\Im^{2}\left(\sum_{n=-N/2}^{N/2-1} \left(Y_{i,n}Y_{i-1,n}^{*}\right)^{4}\right)\right]$$
(C.7)

$$= E\left[\left(\sum_{n=-N/2}^{N/2-1} \Im\left[(Y_{i,n}Y_{i-1,n}^{*})^{4}\right]\right)^{2}\right]$$
(C.8)

$$= \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} E\left(\Im^2\left[(Y_{i,n}Y_{i-1,n}^*)^4\right]\right)$$
(C.9)

+ 2 
$$\sum_{n_1 \neq n_2 = -N/2}^{N/2 - 1} E\left(\Im\left[(Y_{i,n_1}Y_{i-1,n_1}^*)^4\right]\right) E\left(\Im\left[(Y_{i,n_2}Y_{i-1,n_2}^*)^4\right]\right)$$
 (C.10)

Posons :  $X_{i,n} = X_{i,n}^R + jX_{i,n}^I$  et  $n_{i,n} = n_{i,n}^R + jn_{i,n}^I$  et appelons  $N_0$  la puissance du bruit BBGA introduit dans le canal, nous avons :

$$E(X_{i,n}^R) = E(X_{i,n}^I) = E(n_{i,n}^R) = E(n_{i,n}^I) = 0$$
(C.11)

et:

$$E\left[(X_{i,n}^{R})^{2}\right] = E\left[(X_{i,n}^{I})^{2}\right] = \frac{E_{s}}{2} = \frac{1}{2}$$
 (C.12)

$$E\left[(n_{i,n}^{R})^{2}\right] = E\left[(n_{i,n}^{I})^{2}\right] = \frac{N_{0}}{2}$$
 (C.13)

 $\delta f$  étant petite, nous avons :

$$Y_{i,n} \approx X_{i,n} + n_{i,n} = R_{i,n} + jI_{i,n} \tag{C.14}$$

avec :  $R_{i,n} = X_{i,n}^R + n_{i,n}^R$ , et :  $I_{i,n} = X_{i,n}^I + n_{i,n}^I$ . A partir des équations C.11, C.12 et C.13, nous avons :

$$E[(R_{i,n})^{2m+1}] = E[(I_{i,n})^{2m+1}] = 0 , \text{ pour tout m entier.}$$

$$E[(R_{i,n})^2] = E[(I_{i,n})^2] = \frac{E_s + N_0}{2}$$

$$E[(R_{i,n})^4] = E[(I_{i,n})^4] = \frac{E_s^2 + 6E_sN_0 + 3N_0^2}{4}$$

$$E[(R_{i,n})^6] = E[(I_{i,n})^6] = \frac{E_s^3 + 15E_s^2N_0 + 45E_sN_0^2 + 15N_o^3}{8}$$

$$E[(R_{i,n})^8] = E[(I_{i,n})^8] = \frac{E_s^4 + 28E_s^3N_0 + 210E_s^2N_0^2 + 420E_sN_o^3 + 105N_0^4}{16}$$
(C.15)

Dans ce cas, nous avons :

$$\Im\left[\left(Y_{i,n}Y_{i-1,n}^{*}\right)^{4}\right] = \Im\left[\left(R_{i,n} + jI_{i,n}\right)^{4}\left(R_{i-1,n} + jI_{i-1,n}\right)^{4}\right] \\ = \left(R_{i,n}^{4} - 6R_{i,n}^{2}I_{i,n}^{2} + I_{i,n}^{4}\right)\left(-4R_{i-1,n}^{3}I_{i-1,n} + 4R_{i-1,n}I_{i-1,n}^{3}\right) \\ + \left(4R_{i,n}^{3}I_{i,n} - 4R_{i,n}I_{i,n}^{3}\right)\left(R_{i-1,n}^{4} + 6R_{i-1,n}^{2}I_{i-1,n}^{2} + I_{i-1,n}^{4}\right)$$
(C.16)

Basée sur les équations données dans C.15 en supposant que  $R_{i,n}$  et  $I_{i,n}$  sont indépendants, nous avons :

$$E\left(\Im\left[\left(Y_{i,n}Y_{i-1,n}^{*}\right)^{4}\right]\right) = 0.$$
(C.17)

L'équation C.7 est alors simplifiée comme suit :

$$E\left[\Im^{2}(A)\right] = \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} E\left(\Im^{2}\left[(Y_{i,n}Y_{i-1,n}^{*})^{4}\right]\right)$$
(C.18)

$$E\left(\Im^{2}\left[(Y_{i,n}Y_{i-1,n}^{*})^{4}\right]\right) = E\left[16\left(-R_{i,n}^{4}R_{i-1,n}^{3}I_{i-1,n} + R_{i,n}^{4}R_{i-1,n}I_{i-1,n}^{3} + 6R_{i,n}^{2}I_{i,n}^{2}R_{i-1,n}I_{i-1,n}^{3} - I_{i,n}^{4}R_{i-1,n}^{3}I_{i-1,n} + I_{i,n}^{4}R_{i-1,n}I_{i-1,n}^{3} + R_{i-1,n}^{4}R_{i-1,n}^{3}I_{i-1,n} + I_{i,n}^{4}R_{i-1,n}I_{i-1,n}^{3} + R_{i-1,n}^{4}R_{i,n}^{3}I_{i,n} - 6R_{i-1,n}^{2}I_{i-1,n}^{2}R_{i,n}^{3}I_{i,n} - 6R_{i-1,n}^{2}I_{i-1,n}^{2}R_{i,n}^{3}I_{i,n} - I_{i-1,n}^{4}R_{i,n}I_{i,n}^{3} + I_{i-1,n}^{4}R_{i,n}^{3}I_{i,n} - I_{i-1,n}^{4}R_{i,n}I_{i,n}^{3}\right)^{2}\right]$$

$$(C.19)$$

En appliquant C.15 dans C.19 et en supposant que  $R_{i,n}$  et  $I_{i,n}$  sont indépendants, la plupart des termes croisés dans C.19 s'annule et C.19 est simplifiée comme suit :

$$E\left(\Im^{2}\left[\left(Y_{i,n}Y_{i-1,n}^{*}\right)^{4}\right]\right) = 16[8E(R_{i,n}^{8})E(R_{i-1,n}^{6})E(I_{i-1,n}^{2}) + 4 \times 36E(R_{i,n}^{4})E(I_{i,n}^{4})E(R_{i-1,n}^{6})E(I_{i-1,n}^{2}) - 8E(R_{i,n}^{8})E(R_{i-1,n}^{4})E(I_{i-1,n}^{4}) - 4 \times 36E(R_{i,n}^{4})E(I_{i,n}^{4})E(R_{i-1,n}^{4})E(I_{i-1,n}^{4})] = 16 \times 8[E(R_{i,n}^{8}) + 18E(R_{i,n}^{4})E(I_{i,n}^{4})][E(R_{i-1,n}^{6})E(I_{i-1,n}^{2}) - E(R_{i-1,n}^{4})E(I_{i-1,n}^{4})]$$
(C.20)

En remplaçant C.15 dans C.20, nous avons :

$$E\left(\Im^{2}\left[\left(Y_{i,n}Y_{i-1,n}^{*}\right)^{4}\right]\right) = 16 \times 8$$

$$\times \left[\frac{E_{s}^{4} + 28E_{s}^{3}N_{0} + 210E_{s}^{2}N_{0}^{2} + 420E_{s}N_{o}^{3} + 105N_{0}^{4}}{16} + 18\left(\frac{E_{s}^{2} + 6E_{s}N_{0} + 3N_{0}^{2}}{4}\right)^{2}\right]$$

$$\times \left[\frac{E_{s} + N_{0}}{2}\frac{E_{s}^{3} + 15E_{s}^{2}N_{0} + 45E_{s}N_{0}^{2} + 15N_{o}^{3}}{8} - \left(\frac{E_{s}^{2} + 6E_{s}N_{0} + 3N_{0}^{2}}{4}\right)^{2}\right]_{(C.21)}$$

En simplifiant pour  $E_s = 1$ , nous avons :

$$E\left(\Im^{2}\left[(Y_{i,n}Y_{i-1,n}^{*})^{4}\right]\right) = \frac{1}{E_{s}/N_{0}}\left(2 + \frac{9}{E_{s}/N_{0}} + \frac{12}{(E_{s}/N_{0})^{2}} + \frac{3}{(E_{s}/N_{0})^{3}}\right) \times \left(19 + \frac{244}{E_{s}/N_{0}} + \frac{966}{(E_{s}/N_{0})^{2}} + \frac{1068}{(E_{s}/N_{0})^{3}} + \frac{267}{(E_{s}/N_{0})^{4}}\right)$$
(C.22)

pour tout n = [-N/2, N/2 - 1]. Ce qui donne finalement :

$$var(\epsilon) = \frac{1}{64\pi^2 N(E_s/N_0)} \left( 2 + \frac{9}{E_s/N_0} + \frac{12}{(E_s/N_0)^2} + \frac{3}{(E_s/N_0)^3} \right) \times \left( 19 + \frac{244}{E_s/N_0} + \frac{966}{(E_s/N_0)^2} + \frac{1068}{(E_s/N_0)^3} + \frac{267}{(E_s/N_0)^4} \right)$$
(C.23)

Après le passage dans le filtre de boucle de bande de bruit  $B_lT$  et dans l'intégrateur, la variance de l'erreur résiduelle de fréquence porteuse est donnée par :

$$var[\delta f] \sim B_l T \times var[\epsilon]$$
 (C.24)

Une des approximations souvent données dans la littérature est [78], [45] :

$$var[\delta f] \approx 2B_l T \times var[\epsilon]$$
 (C.25)

 $\operatorname{O}\check{\mathrm{u}}$  encore :

$$var(\delta f) = \frac{B_l T}{32\pi^2 N(E_s/N_0)} \left( 2 + \frac{9}{E_s/N_0} + \frac{12}{(E_s/N_0)^2} + \frac{3}{(E_s/N_0)^3} \right) \times \left( 19 + \frac{244}{E_s/N_0} + \frac{966}{(E_s/N_0)^2} + \frac{1068}{(E_s/N_0)^3} + \frac{267}{(E_s/N_0)^4} \right)$$
(C.26)

#### Annexe D

## Performance théorique de la boucle de phase horloge

Le schéma détaillé de la boucle de correction de phase horloge est donné sur la figure D.1.



FIG. D.1 – Schéma de la boucle de phase horloge.

Après correction, l'erreur résiduelle de phase horloge devient :

$$\delta \tau = \tau - \hat{\tau} \tag{D.1}$$

Les symboles en sortie de la FFT, en présence de l'erreur de phase horloge et en supposant que les autres erreurs de synchronisation sont parfaitement corrigées, sont exprimés par :

$$Y_{i,n} = X_{i,n} e^{j2\pi n \frac{\delta\tau}{N}} + n_{i,n}$$

Où  $\delta\tau$  désigne l'erreur résiduelle de phase horloge. La fonction d'erreur est donnée par :

$$\epsilon = \frac{N}{8\pi w} \arg\left(\sum_{p=0}^{N/w-2} Q_{p+1} Q_p^*\right) \tag{D.2}$$

 $\operatorname{Ou}$  :

$$Q_p = \sum_{n=-N/2+pw}^{-N/2+(p+1)w-1} Y_{i,n}^4$$
(D.3)

L'erreur résiduelle de phase horloge est petite, nous avons l'approximation suivante [?] :

$$var[\epsilon] = \frac{N^2}{64\pi^2 w^2} E\left[ \left( arg\left(\sum_{p=0}^{N/w-2} Q_{p+1} Q_p^*\right) \right)^2 \right] \approx \frac{N^2}{64\pi^2 w^2} \frac{E\left[ \left( \Im\left(\sum_{p=0}^{N/w-2} Q_{p+1} Q_p^*\right) \right)^2 \right]}{\left[ E(\Re\left(\sum_{p=0}^{N/w-2} Q_{p+1} Q_p^*\right) \right) \right]^2}$$
(D.4)

En supposant  $E_s=1$  et pour  $\delta\tau$  petite, nous avons :

$$E(\Re(\sum_{p=0}^{N/w-2}Q_{p+1}Q_p^*)) = \sum_{p=0}^{N/w-2} E\left[\Re\left(\sum_{n=-N/2+(p+1)w}^{-N/2+(p+2)w-1} Y_{i,n}^4 \sum_{n=-N/2+pw}^{-N/2+(p+1)w-1} (Y_{i,n}^*)^4\right)\right]$$
$$\approx \sum_{p=0}^{N/w-2} E\left[\Re\left(\sum_{n=-N/2+(p+1)w}^{-N/2+(p+2)w-1} X_{i,n}^4 \sum_{n=-N/2+pw}^{-N/2+(p+1)w-1} (X_{i,n}^*)^4\right)\right] = (N/w-1)w^2$$
(D.5)

L'équation D.4 devient :

$$var[\epsilon] = \frac{N^2 \times E\left[(\Im(\sum_{p=0}^{N/w-2} Q_{p+1} Q_p^*))^2\right]}{64\pi^2 (N/w-1)^2 w^4}$$
(D.6)

Nous avons :

$$E\left[\left(\Im\left(\sum_{p=0}^{N/w-2} Q_{p+1}Q_{p}^{*}\right)\right)^{2}\right] = \sum_{p=0}^{N/w-2} E\left[\left(\Im\left(Q_{p+1}Q_{p}^{*}\right)\right)^{2}\right] + 2\sum_{p_{1}=0}^{N/w-2} \sum_{p_{2}=0\neq p_{1}}^{N/w-2} E\left[\Im\left(Q_{p_{1}+1}Q_{p_{1}}^{*}\right)\right] E\left[\Im\left(Q_{p_{2}+1}Q_{p_{2}}^{*}\right)\right]$$
(D.7)

De la même manière que dans l'annexe C, nous posons :  $X_{i,n} = X_{i,n}^R + jX_{i,n}^I$ ,  $n_{i,n} = n_{i,n}^R + jn_{i,n}^I$  et appelons  $N_0$  la puissance du bruit BBGA introduit dans le canal. Nous avons :

$$E(X_{i,n}^R) = E(X_{i,n}^I) = E(n_{i,n}^R) = E(n_{i,n}^I) = 0$$
(D.8)

$$E\left[(X_{i,n}^R)^2\right] = E\left[(X_{i,n}^I)^2\right] = \frac{E_s}{2} = \frac{1}{2}$$
 (D.9)

$$E\left[(n_{i,n}^{R})^{2}\right] = E\left[(n_{i,n}^{I})^{2}\right] = \frac{N_{0}}{2}$$
 (D.10)

 $\delta\tau$ étant petite, nous avons :

$$Y_{i,n} \approx X_{i,n} + n_{i,n} = R_{i,n} + jI_{i,n} \tag{D.11}$$

avec :  $R_{i,n} = X_{i,n}^R + n_{i,n}^R$ , et :  $I_{i,n} = X_{i,n}^I + n_{i,n}^I$ . A partir des équations D.8, D.9 et D.10, nous avons :

$$E[(R_{i,n})^{2m+1}] = E[(I_{i,n})^{2m+1}] = 0 , \text{ pour tout m entier.}$$

$$E[(R_{i,n})^2] = E[(I_{i,n})^2] = \frac{E_s + N_0}{2}$$

$$E[(R_{i,n})^4] = E[(I_{i,n})^4] = \frac{E_s^2 + 6E_sN_0 + 3N_0^2}{4}$$

$$E[(R_{i,n})^6] = E[(I_{i,n})^6] = \frac{E_s^3 + 15E_s^2N_0 + 45E_sN_0^2 + 15N_o^3}{8}$$

$$E[(R_{i,n})^8] = E[(I_{i,n})^8] = \frac{E_s^4 + 28E_s^3N_0 + 210E_s^2N_0^2 + 420E_sN_o^3 + 105N_0^4}{16}$$
(D.12)

Dans ce cas :

$$Q_p = \sum_{n=-N/2+pw}^{-N/2+(p+1)w-1} (R_{i,n} + jI_{i,n})^4$$
(D.13)

143

Ce qui donne :

Basée sur les équations D.12 en supposant que  $R_{i,n}$  et  $I_{i,n}$  sont indépendants, nous en déduisons :

$$E\left[\Im(Q_{p+1}Q_p^*)\right] = 0 \tag{D.15}$$

L'équation D.7 devient :

$$E\left[\left(\Im\left(\sum_{p=0}^{N/w-2} Q_{p+1} Q_p^*\right)\right)^2\right] = \sum_{p=0}^{N/w-2} E\left[\left(\Im\left(Q_{p+1} Q_p^*\right)\right)^2\right]$$
(D.16)

A partir des équations D.12, D.14 et de la même manière que dans l'annexe C, nous avons :

$$\begin{split} E\left[\Im(Q_{p+1}Q_{p}^{*})\right] &= 32[4w^{2}E(R_{i,n}^{8})E(I_{i,n}^{6})E(R_{i,n}^{2}) + 72w^{2}E(R_{i,n}^{4})E(I_{i,n}^{4})E(R_{i,n}^{6})E(I_{i,n}^{2}) \\ &- 4w^{2}E(R_{i,n}^{8})E(I_{i,n}^{4})E(R_{i,n}^{4}) - 72w^{2}E(R_{i,n}^{4})E(I_{i,n}^{4})E(R_{i,n}^{4})E(I_{i,n}^{4})] \\ &= 128w^{2}[E(I_{i,n}^{6})E(R_{i,n}^{2}) - E(R_{i,n}^{4})E(I_{i,n}^{4})][E(R_{i,n}^{8}) + 18E(R_{i,n}^{4})E(I_{i,n}^{4})] \\ &= 128w^{2}\left[\frac{E_{s} + N_{0}}{2}\frac{E_{s}^{3} + 15E_{s}^{2}N_{0} + 45E_{s}N_{0}^{2} + 15N_{o}^{3}}{8} - \left(\frac{E_{s}^{2} + 6E_{s}N_{0} + 3N_{0}^{2}}{4}\right)^{2}\right] \\ &\times \left[\frac{E_{s}^{4} + 28E_{s}^{3}N_{0} + 210E_{s}^{2}N_{0}^{2} + 420E_{s}N_{o}^{3} + 105N_{0}^{4}}{16} + 18\left(\frac{E_{s}^{2} + 6E_{s}N_{0} + 3N_{0}^{2}}{4}\right)^{2}\right] \\ &= \frac{w^{2}}{E_{s}/N_{0}}\left(2 + \frac{9}{E_{s}/N_{0}} + \frac{12}{(E_{s}/N_{0})^{2}} + \frac{3}{(E_{s}/N_{0})^{3}}\right) \\ &\times \left(19 + \frac{244}{E_{s}/N_{0}} + \frac{966}{(E_{s}/N_{0})^{2}} + \frac{1068}{(E_{s}/N_{0})^{3}} + \frac{267}{(E_{s}/N_{0})^{4}}\right) \end{split}$$
(D.17)

pour tout p = [0, N/w - 2]. Ce qui donne finalement :

$$var[\epsilon] = \frac{N^2(N/w - 1)w^2}{64\pi^2(N/w - 1)^2w^4(E_s/N_0)} \left(2 + \frac{9}{E_s/N_0} + \frac{12}{(E_s/N_0)^2} + \frac{3}{(E_s/N_0)^3}\right) \times \left(19 + \frac{244}{E_s/N_0} + \frac{966}{(E_s/N_0)^2} + \frac{1068}{(E_s/N_0)^3} + \frac{267}{(E_s/N_0)^4}\right)$$
(D.18)

Après le passage dans le filtre de boucle de bande de bruit  $B_lT$  et dans l'intégrateur, la variance de l'erreur résiduelle de phase horloge est donnée par :

$$var(\delta \tau) \sim B_l T \times var[\epsilon]$$
 (D.19)

Une des approximations souvent données dans la littérature est [78], [45] :

$$var(\delta \tau) \approx 2B_l T \times var[\epsilon]$$
 (D.20)

 $\operatorname{Ou}$  encore :

$$var(\delta\tau) = \frac{N^2(B_lT)}{32\pi^2(N-w)w(E_s/N_0)} \left(2 + \frac{9}{E_s/N_0} + \frac{12}{(E_s/N_0)^2} + \frac{3}{(E_s/N_0)^3}\right) \times \left(19 + \frac{244}{E_s/N_0} + \frac{966}{(E_s/N_0)^2} + \frac{1068}{(E_s/N_0)^3} + \frac{267}{(E_s/N_0)^4}\right)$$
(D.21)

#### Bibliographie

- [1] Le site web de Tooway, le service de l'Internet haut débit par satellite en Europe (proposé par Eutelsat et Viasat) : http://www.tooway.fr.
- [2] Le site web d'Eutelsat : http ://www.eutelsat.org.
- [3] Le site web d'Ipstar http://www.ipstar.com.
- [4] Digital Video Broadcasting (DVB) : Framing structure, channel coding and modulation for 11/12 GHz satellite services - Ref. ETSI EN 300 421 v1.1.2, Aug. 1997.
- [5] Digital Video Broadcasting (DVB) : Second generation framing structure, channel coding and modulation systems for Broadcasting, Interactive Services, News Gathering and other broadband satellite applications - Ref. ETSI EN 302 307 v1.1.1, June 2004.
- [6] Digital Video Broadcasting (DVB): User guiderlines for the second generation system for Broadcasting, Interactive Services, News Gathering and other broadband satellite applications (DVB-S2) - Ref. ETSI TR 102 376 v1.1.1, Feb. 2005.
- [7] Digital Video Broadcasting (DVB); Framing structure, channel coding and modulation for Satellite Services to Handheld devices (SH) below 3 GHz -Ref ETSI EN 302 583 v1.1.0, Jan. 2008.
- [8] DVB-SH Implementation Guidelines, May 2008.
- [9] D. FARNESE : Techniques for Peak Power Reduction in OFDM Systems. Thèse de doctorat, Chalmers university of technology, Suède, 1998.
- [10] W. HENKEL et B. WAGNER : Another application for trellis shaping : Par reduction for dmt (ofdm). *IEEE Trans. on Communications*, 48(9):1471– 1476, Sept. 2000.
- [11] D. WULICH et L. GOLDFELD : Reduction of peak factor in orthogonal multicarrier modulation by amplitude limiting and coding. *IEEE Trans. on Communications*, 47(1):18–21, Jan. 1999.
- [12] B. AI et AL : On the synchronization techniques for wireless ofdm systems. *IEEE Trans. on Broadcasting*, 52(2):236 – 244, June 2006.

- [13] M. MORELLI, C.-C.J. KUO et M.-O. PUN : Synchronization techniques for orthogonal frequency division multiple access (ofdma) : A tutorial review. *Proceedings of the IEEE*, 95(7):1394–1427, July 2007.
- [14] S. BOUGEARD : Modélisation du bruit de phase des oscillateurs hyperfréquence. Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Rennes, 2001.
- [15] L. BENVENUTI et AL. : Code-aware carrier phase noise compensation on turbo-coded spectrally-efficient high-order modulations. International Workshop on Signal Processing for Space Communications (SPSC), pages 177– 184, Catania, Italy, Sept. 2003.
- [16] M. DERVIN : Synchronisation de porteuse à très faible rapport signal à bruit pour applications satellite large-bande. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications, 2005.
- [17] A. Ginesi et AL. : Process for pilot-aided carrier phase synchronization. Rapport technique, ESA, Sept. 2003.
- [18] A. PAPOULIS : Probability, Random Variables, and Stochastic Processes. McGraw-Hill, 1965.
- [19] R. W. CHANG: Synthesis of band-limited orthogonal signals for multichannel data transmission. *Bell System Technical Journal*, volume 46, pages 1775– 1796, Dec. 1966.
- [20] B. YANG et AL. : Timing recovery for ofdm transmission. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 18(11):2278-2291, Nov. 2000.
- [21] J. M. ARENAS : Procédés de synchronisation adaptés aux systèmes à porteuses multiples orthogonales. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications, 1998.
- [22] J. E. HAAKEGAARD : Récepteurs numériques pour canaux à évanouissements non sélectifs en fréquence. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications, 1997.
- [23] S.-H. CHEN et AL. : Mode detection, synchronization and channel estimation for dvb-t ofdm receiver. volume 5, pages 2416–2420, San Francisco, USA, Dec. 2003.
- [24] E. G. LARSSON et AL. : Joint symbol timing and channel estimation for ofdm based wlans. *IEEE Communications Letters*, 5(8):325–327, Aug. 2001.
- [25] H.-K. SONG et AL. : Frequency-offset synchronization and channel estimation for ofdm-based transmission. *IEEE Communications Letters*, 4(3):95–97, March 2000.
- [26] A. PELED et A. RUI : Frequency domain data transmission using reduced computational complexity algorithms. *IEEE International Conference on*

Acoustic, Speech and Signal Processing (ICASSP), volume 5, pages 964–967, Denver, USA, April 1980.

- [27] J. J. Van de BEEK, M. SANDELLAND et P. O. BORJESSON : Ml estimation of time and frequency offset in ofdm systems. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 45(7):1800–1805, July 1997.
- [28] J. J. Van de BEEK et AL. : A time and frequency synchronization scheme for multiuser ofdm. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 17(11):1900-1914, Nov. 1999.
- [29] M. H. HSIEH et C. H. WEI : A low-complexity frame synchronization and frequency offset compensation scheme for ofdm systems over fading channels. *IEEE Trans. on Vehicular Technology*, 48(5):1596-1609, Sept. 1999.
- [30] N. LASHKARIAN et S. KIAEI : Class of cyclic-based estimators for frequencyoffset estimation of ofdm systems. *IEEE Trans. on Communications*, 48(12): 2139–2149, Dec. 2000.
- [31] S. ROSATI et AL. : Joint symbol timing and carrier frequency recovery for dvb-sh system. International Workshop on Satellite and Space Communications, volume 1, pages 79–83, Salzburg, Austria, Sept. 2007.
- [32] M. SPETH, F. CLASSEN et H. MEYR : Frame synchronization of ofdm systems in frequency selective fading channels. *IEEE Vehicular Technology Conference (VTC)*, volume 3, pages 1807–1811, Phoenix, USA, May 1997.
- [33] H. ZHENG et AL. : A robust and low complexity implementation of synchronization for dvb-t receiver. *International Conference on ASIC (ASICON)*, volume 1, pages 332–335, Shanghai, China, Oct. 2005.
- [34] M. Julia Fernández-Getino GARCIA et AL. : Frequency offset correction for coherent ofdm in wireless systems. *IEEE Trans. on Consumer Electronics*, 47(1):187–193, Aug. 2001.
- [35] P. H. MOOSE : A technique for orthogonal frequency-division multiplexing frequency offset correction. *IEEE Trans. on Communications*, 42(10):2908– 2914, Oct. 1994.
- [36] H. MINN, V. K. BHARGAVA et K. B. LETAIEF : A robust timing and frequency synchronization for ofdm systems. *IEEE Trans. on Wireless Communications*, 2(4):822–839, July 2003.
- [37] M. MORELLI et U. MENGALI : An improved frequency offset estimator for ofdm applications. *IEEE Communications Letters*, 3(3):75–77, March 1999.
- [38] M. SCHMIDL et D. C. COX : Robust frequency and timing synchronization for ofdm. *IEEE Trans. on Communications*, 45(12):1613–1621, Dec. 1997.
- [39] K. SHI et E. SERPEDIN : Coarse frame and carrier synchrnization of ofdm systems : A new metric and comparison. *IEEE Trans. on Wireless Commu*nications, 3(4):1271–1284, July 2004.

- [40] S. GAULT : Conception et optimisation de systèmes de communications à porteuses multiples. Thèse de doctorat, Université Paris XI Orsay, 2005.
- [41] F. DAFFARA et A. CHOULY : Maximum likelihood frequency detectors for orthogonal multicarrier systems. *IEEE International Conference on Communications (ICC)*, volume 2, pages 766–771, Geneva, Switzerland, May 1993.
- [42] F. DAFFARA et O. ADAMI : A new frequency detector for orthogonal multi-carrier transmission technique. *IEEE Vehicular Technology Confer*ence (VTC), volume 2, pages 804–809, Chicago, USA, July 1995.
- [43] V. LOTTICI, A.N. D'ANDREA et U. MENGALI : A new frequency loop for ofdm systems. *IEEE Trans. on Consumer Electronics*, 46(4):970–979, Nov. 2000.
- [44] M. MORELLI, A. N. D'ANDREA et U. MENGALI : Feedback frequency synchronization for ofdm applications. *IEEE Communications Letters*, 5(1):28– 30, Jan. 2001.
- [45] H. ROH et K. CHEUN : Non-data-aided spectral-line method for fine carrier frequency synchronization in ofdm receivers. *Journal of Communications* and Networks, 6(2):112–122, June 2004.
- [46] L. KUANG et AL. : A time-frequency decision-feedback loop for carrier frequency offset tracking in ofdm systems. *IEEE Trans. on Wireless Communications*, 4(2):367–373, March 2005.
- [47] F. CLASSEN, H. MEYR et P. SEHIER : Maximum likelihood open loop carrier synchronizer for digital radio. *IEEE International Conference on Communications (ICC)*, volume 1, pages 493–497, Geneva, Switzerland, May 1993.
- [48] F. CLASSEN et H. MEYR : Frequency synchronization algorithms for ofdm systems suitable for communication over frequency selective fading channel. *IEEE Vehicular Technology Conference (VTC)*, volume 3, pages 1655–1659, Stockholm, Sweden, June 1994.
- [49] S. A. FECHTEL : Ofdm carrier and sampling frequency synchronization and its performance on stationary and mobile channels. *IEEE Trans. on Consumer Electronics*, 46(3):438–441, Aug. 2000.
- [50] K. SHI, E. SERPEDIN et P. CIBLAT : Decision-directed fine synchronization in ofdm systems. *IEEE Trans. on Communications*, 53(3):408–412, March 2005.
- [51] D. LEE et K. CHEUN : A new symbol timing recovery algorithm for ofdm systems. *IEEE Trans. on Consumer Electronics*, 43(3):767–775, June 1997.
- [52] A. J. AL-DWEIK : A novel non-data-aided symbol timing recovery technique for ofdm systems. *IEEE Trans. on Communications*, 54(1):37–40, Jan. 2006.

- [53] A. J. AL-DWEIK et R. EL-KHAZALI : A modified early-late gate for blind symbol timing recovery of ofdm systems. *Institute of Electronics, Information and Communication Engineers*, 89(1):11–18, Jan. 2006.
- [54] H. ZHENG, J. TANG et B. SHEN : Low-complexity joint synchronization of symbol timing and carrier frequency for ofdm system. *IEEE Trans. on Consumer Electronics*, 51(3):783-789, Aug. 2005.
- [55] W. C. LINDSEY et M. K. SIMON : Carrier synchronization and detection of polyphase signals. *IEEE Trans. on Communications*, 20(3):441 – 454, June 1972.
- [56] M. K. SIMON et L. G. SMITH : Carrier synchronization and detection of qask signal sets. *IEEE Trans. on Communications*, 22(2):98–106, Feb. 1974.
- [57] K. MIYAUCHI, S. SEKI et H. ISHIO : New technique for generating and detecting multilevel signal formats. *IEEE Trans. on Communications*, 24(2): 263–267, Feb. 1976.
- [58] G. GAGNON et AL. : A simple and fast carrier recovery algorithm for highorder qam. *IEEE Communications Letters*, 9(10):918–920, Oct. 2005.
- [59] I. HORIKAWA, T. MURASE et Y. SAITO : Design and performances of a 200 mbit/s 16 qam digital radio system. *IEEE Trans. on Communications*, 27(12):1953-1958, Dec. 1979.
- [60] M. WASHIO et AL. : 1.6-gb/s 16-level superposed apsk modem with baseband signal-processing coherent demodulator. *IEEE Trans. on Microwave Theory* and Techniques, 26(12):945–951, Dec. 1978.
- [61] A. LECLERT et P. VANDAMME : Universal carrier recovery loop for qask and psk signals sets. *IEEE Trans. on Communications*, 31(1):130–136, Jan. 1983.
- [62] S. MORIDI et H. SARI : Analysis of four decision-feedback carrier recovery loops in the presence of intersymbol interference. *IEEE Trans. on Communications*, 33(6):543–550, June 1985.
- [63] D. MOTTIER : Association des fonctions d'égalisation, de synchronisation et de décodage canal pour les transmissions numériques à grande efficacité spectrale. Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Rennes, 1997.
- [64] G. KARAM et AL. : All-digital implementation of the carrier recovery loop in digital radio systems. *IEEE International Conference on Communications* (*ICC*), volume 1, pages 175–179, Denver, USA, June 1991.
- [65] K.-Y. KIM et H.-J. CHOI: Design of carrier recovery algorithm for high-order qam with large frequency acquisition range. *IEEE International Conference* on Communications (ICC), volume 4, pages 1016–1020, Helsinki, Finland, June 2001.

- [66] Y. OUYANG et C.-L. WANG : A new recovery loop for high-order quadrature amplitude modulation. Institute of Electronics, Information and Communication Engineers, 88(11):4250-4258, 2005.
- [67] H. SARI et S. MORIDI : New phase and frequency detectors for carrier recovery in psk and qam systems. *IEEE Trans. on Communications*, 36(9): 1035–1043, Sept. 1988.
- [68] A. METREF, D. Le GUENNEC et J. PALICOT : Optimized decision-directed carrier recovery loop for 16-qam constellations. *IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM)*, pages 3112–3117, Washington, USA, Nov. 2007.
- [69] M. SPETH, D. DAECKE et H. MEYER : Minimum overhead burst synchronization for ofdm based broadband transmission. *IEEE Global Commu*nications Conference (GLOBECOM), volume 5, pages 2777–2782, Sydney, Australia, Nov. 1998.
- [70] C. MORLET : Démodulateur embarqué multiporteuses pour services multimédia par satellites. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications, 2000.
- [71] H. MEYR, M. MOENECLAEY et S. A. FECHTEL : Digital communication receivers : Synchronization, Channel estimation and Signal Processing. Wiley, 1998.
- [72] S M KAY : Fundamentals of statistical signal processing : Estimation Theory. Prentice Hall, 1993.
- [73] M. MOENECLAEY : A fundamental lower bound on the performance of practical joint carrier and bit synchronizers. *IEEE Trans. on Communications*, 32(9):1007–1012, Sept. 1984.
- [74] A. N. ANDREA, U. MENGALI et R. REGGIANNINI : The modified cramerrao bound and its application to synchronization problems. *IEEE Trans. on Communications*, 42(234):1391–1399, April 1994.
- [75] M. MOENECLAEY : On the true and the modified cramer-rao bounds for the estimation of a scalar parameter in the presence of nuisance parameters. *IEEE Trans. on Communications*, 46(11):1536–1544, Nov. 1998.
- [76] T. POLLET, M. Van BLADEL et M. MOENECLAEY : Ber sensitivity of ofdm systems to carrier frequency offset and wiener phase noise. *IEEE Trans. on Communications*, 43:191–193, 1995.
- [77] S. G. JOHNSON et M. FRIGO: A modified split-radix fft with fewer arithmetic operations. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 55(1):111–119, Jan. 2007.
- [78] W. C. LINDSEY et C. M. CHIE : A survey of digital phase-locked loops. Proceedings of the IEEE, 69(4):410-431, April 1981.

- [79] X. DEPLANCQ : Etude de l'applicabilité de l'OFDM pour les transmissions par satellite. Alcatel Alenia Space, Toulouse, France, Sept. 2004.
- [80] A. T. Ho et AL. : Applications des techniques multiporteuses de type OFDM pour les futurs systèmes de télécommunications par satellite. Journée CNES des jeunes chercheurs, Centre National d'études Spatiales (CNES), Toulouse, France, Oct. 2007.
- [81] W. GAPPMAIR et AL. : Extended gardner detector for improved symboltiming recovery of m-psk signals. *IEEE Trans. on Communications*, 54(11): 1923–1927, Nov. 2006.
- [82] T. KELLER et AL. : Orthogonal frequency multiplex synchronization techniques for frequency-selective fading channels. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 19(6):999–1008, Aug. 1998.
- [83] D. K. KIM et AL. : A new joint algorithm of symbol timing recovery and sampling clock adjustment for ofdm systems. *IEEE Trans. on Consumer Electronics*, 44(3):1142–1149, Aug. 1998.
- [84] S.-Y. LIU et J.-W. CHONG : A study of joint tracking algorithms of carrier frequency offset and sampling clock offset for ofdm-based wlans. International Conference on Communications, Circuits and Systems and West Sino Expositions (ICCCAS - WeSino Expo), volume 1, pages 109–113, Xi'an, China, July 2002.
- [85] H. LIU et AL. : A novel ofdm synchronization algorithm. IEEE International Conference on Information Technology and Applications (ICITA), volume 2, pages 249–254, July 2005.
- [86] D. MATIC et AL. : Ofdm synchronization based on the phase rotation of subcarriers. *IEEE Vehicular Technology Conference (VTC)*, volume 2, pages 1260–1264, Tokyo, Japan, May 2000.
- [87] M. MORELLI et U. MENGALI : Carrier-frequency estimation for transmission over selective channels. *IEEE Trans. on Communications*, 48(9):1580–1589, Sept. 2000.
- [88] Y. MOSTOFI et D. C. COX : Mathematical analysis of the impact of timing synchronization errors on the performance of an ofdm system. *IEEE Trans.* on Communications, 54(2):226-, Feb. 2006.
- [89] S. NANDULA et K. GIRIDHAR : Robust timing synchronization for ofdm based wireless lan system. *IEEE Conference on Convergent Technologies for Asia-Pacific Region (TENCOM)*, volume 4, pages 1558–1561, Bangalore, India, Oct. 2003.
- [90] B. PARK et AL. : A blind ofdm synchronisation algorithm based on cyclic correlation. *IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM)*, volume 5, pages 3116–3119, San Antonio, USA, Nov. 2001.

- [91] T. POLLET, P. SPUYT et M. MOENECLAEY : The ber performance of ofdm systems using nonsynchronized sampling. 1:253–257, Nov. 1994.
- [92] H. ROH, K. CHEUN et J. PARK : An mmse fine carrier frequency synchronization algorithm for ofdm systems. *IEEE Trans. on Consumer Electronics*, 43(3):761–766, Aug. 1997.
- [93] M. TANDA : Blind symbol timing and frequency offset estimation in ofdm systems with real data symbols. *IEEE Trans. on Communications*, 52(10): 1609–1612, Oct. 2004.
- [94] J. WANG et J. ZHU : A novel time and frequency synchronization approach for ofdm systems. *IEEE International Conference on Information Technology* and Applications (ICITA), volume 2, pages 311–315, Sydney, Australia, July 2005.
- [95] W. XIANG et T. PRATT : A simple cascade carrier frequency and sampling clock offsets estimation method for ofdm systems. *IEEE Communications* and Networking Conference (CCNC), pages 718–720, Las Vegas, USA, Jan. 2004.
- [96] M. ZHAO et AL. : All digital tracking loop for ofdm symbol timing. IEEE Vehicular Technology Conference (VTC), volume 4, pages 2435–2439, Orlando, USA, Oct. 2003.