

Estimation du retard en échantillonnage périodique non uniforme - Application aux CAN entrelacés désynchronisés

Jean-Adrien VERNHES^{1,2,3,4}, Marie CHABERT¹, Bernard LACAZE², Guy LESTHIEVENT³,
Roland BAUDIN⁴ et Marie-Laure BOUCHERET¹

¹Université de Toulouse, INP-ENSEEIH/IRIT, 2 rue Camichel, BP 7122, 31071 Toulouse Cedex 7, France

²TéSA, 7 Boulevard de la Gare, 31500 Toulouse, France

³CNES, 18 Av. Edouard Belin, 31041 Toulouse, France

⁴Thales Alenia Space, 26 Av. Jean-François Champollion, 31037 Toulouse Cedex 1, France

jean-adrien.vernhes@tesa.prd.fr, marie.chabert@enseeiht.fr,
guy.lesthievent@cnes.fr, roland.baudin@thalesaleniaspace.com

Résumé – Augmenter la fréquence d'échantillonnage des Convertisseurs Analogique Numérique (CAN) constitue actuellement un défi dans de nombreux domaines et en particulier dans les télécommunications. Les CAN entrelacés constituent une solution technique pour l'échantillonnage à haute fréquence. Ils sont obtenus par entrelacement temporel et multiplexage de plusieurs CAN fonctionnant à faible fréquence. Toutefois, l'opération inverse de CNA étant basée sur l'hypothèse d'un échantillonnage global uniforme, la synchronisation entre les CAN doit être parfaite. Toute désynchronisation doit être corrigée en amont ce qui nécessite une calibration et des reconfigurations coûteuses au niveau des circuits. Dans cet article, nous considérons un modèle alternatif et plus flexible pour les CAN entrelacés, basé sur l'utilisation d'un schéma d'échantillonnage non uniforme périodique. L'intérêt de ce schéma est de permettre une reconstruction exacte du signal en présence de désynchronisation lorsque celle-ci est connue. Les étapes de calibration et de reconfiguration matérielles ne sont plus alors nécessaires. La principale contribution de cet article est de proposer deux méthodes pour l'estimation de la désynchronisation l'une fonctionnant par auto-calibration du système et l'autre de manière aveugle. Les performances de ces méthodes sont évaluées en termes d'erreur de reconstruction du signal.

Abstract – Increasing the sampling rate of Analog-to-Digital Converters (ADC) is a main challenge in many fields and especially in telecommunications. Time-Interleaved ADCs (TI-ADC) were introduced as a technical solution to reach high sampling rates by time-interleaving several low-rate ADCs at the price of a perfect synchronization. Indeed, as the inverse operation of DAC is derived under the assumption of uniform sampling, the desynchronization must be compensated upstream with expensive hardware corrections of the sampling device. In this paper, we propose an alternative framework for TI-ADCs based on a more flexible sampling scheme, known as Periodic Non-uniform Sampling (PNS), that takes into account the desynchronization at the reconstruction stage when the induced delay is known, thus avoiding hardware corrections. The main contribution of this paper is to propose two different strategies for desynchronization estimation, one based on auto-calibration, the other on blind estimation. The proposed method performance is evaluated in terms of signal reconstruction error.

1 Introduction

L'évolution rapide des systèmes de communications s'accompagne d'une augmentation des bandes de fréquences utilisées, nécessitant une adaptation des dispositifs d'échantillonnage. Dans ce contexte, la conception des Convertisseurs Analogique Numérique (CAN) opérant à très haute fréquence est un défi à la fois économique et technologique. Une solution technique consiste à entrelacer temporellement et à multiplexer plusieurs CAN moins coûteux fonctionnant à basse fréquence [1,2]. L'opération d'échantillonnage est partagée entre les CAN élémentaires, ce qui permet d'atteindre à faible coût une fréquence d'échantillonnage globale élevée. Cependant, le système étant destiné à effectuer une opération d'échantillonnage uniforme, les CAN élémentaires doivent posséder les mêmes propriétés intrinsèques et doivent être parfaitement synchronisés [3,4]. Plusieurs méthodes ont été développées pour l'estimation et la correction de la désynchronisation entre CAN [5–7]. Néanmoins, les méthodes citées s'appliquent à des signaux en bande de base, ce qui permet des simplifications mais n'est pas réaliste dans un contexte de télécommunications. Elles requièrent une calibration matérielle et des corrections lourdes pour imposer un échantillonnage uniforme. Malheureusement,

ces opérations entraînent une augmentation de la complexité et donc de la consommation du circuit et nécessitent généralement une déconnexion du système. Cet article propose un modèle alternatif et flexible pour les CAN entrelacés : le schéma d'Echantillonnage Non Uniforme Périodique (Periodic Non uniform Sampling ou PNS) [8–11]. Ce modèle permet de prendre en compte la désynchronisation, une fois estimée, par le biais de formules de reconstruction généralisées. Ceci permet d'éviter des opérations matérielles coûteuses. La principale contribution de cet article est de proposer des méthodes d'estimation de la désynchronisation. Dans le but d'une application aux télécommunications, le signal est modélisé comme un processus aléatoire stationnaire passe-bande. La désynchronisation estimée est directement utilisée dans les formules de reconstruction, sans aucune correction matérielle, suivant le principe de la « *Dirty RF* » [12] : s'accommoder de circuits analogiques imparfaits en corrigeant leurs imperfections au niveau numérique. L'article est organisé de la manière suivante. La section 2 formule le problème et présente les modèles de signal et d'échantillonnage utilisés. La section 3 présente les méthodes d'estimation. Une analyse de performance est effectuée dans la section 4. La section 5 conclut l'article et propose des pistes pour les travaux futurs.

2 Généralités

2.1 Désynchronisation entre les CAN entrelacés

Les CAN entrelacés sont composés de L CAN élémentaires chacun opérant à la fréquence d'échantillonnage f_s et entrelacés temporellement. Si le retard entre deux CAN consécutifs est constant et égal à $\frac{1}{Lf_s}$, le CAN entrelacé effectue globalement une opération d'échantillonnage uniforme à la fréquence Lf_s . Cependant, en pratique, les disparités entre composants et les imperfections de conception donnent lieu à des erreurs de gain, d'offset et de désynchronisation (retard différent de $\frac{1}{Lf_s}$). Ces dernières sont considérées comme les plus préjudiciables pour le système [3]. Ces erreurs provoquent des distorsions non linéaires au niveau du signal reconstruit et de nombreuses études ont à ce jour été dédiées à leur caractérisation et à leur correction [4–6]. Dans cet article, nous proposons de remplacer les coûteuses corrections matérielles généralement préconisées par une estimation numérique du retard et son utilisation dans l'étape de reconstruction. La complexité est ainsi déplacée de la partie analogique vers la partie numérique.

2.2 Modèle de signal

Nous considérons un modèle de signal adapté aux télécommunications. Le signal est modélisé comme un processus aléatoire réel stationnaire au sens large noté $\mathbf{X} = \{X(t), t \in \mathbb{R}\}$. Ce processus est supposé à moyenne nulle, à variance finie et de densité spectrale de puissance $s_X(f)$ définie par :

$$s_X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2i\pi f\tau} R_X(\tau) d\tau \quad (1)$$

où $R_X(\tau) = E[X(t)X^*(t-\tau)]$ est l'auto-corrélation de \mathbf{X} . De plus, le signal est supposé passe-bande, son spectre étant inclus dans la k^{th} bande de Nyquist notée en fréquence normalisée :

$$\mathcal{B}_N(k) = \left(-k + \frac{1}{2}, -k - \frac{1}{2}\right) \cup \left(k - \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}\right). \quad (2)$$

2.3 Échantillonnage PNS2

Le PNSL est un schéma d'échantillonnage composé de L séquences uniformes $\mathbf{X}_{\delta_i} = \{X(nT_s + \delta_i), n \in \mathbb{Z}\}$, $i = 0, \dots, L-1$ mais entrelacées temporellement de manière non uniforme. On note $T_s = \frac{1}{f_s}$ la période d'échantillonnage et δ_i le retard de chaque séquence. Nous fixons $\delta_i \neq \frac{iT_s}{L}$ (sauf $\delta_0 = 0$ par convention) et $\delta_i - \delta_{i-1} \neq \frac{T_s}{L}$, modélisant ainsi la désynchronisation, les échantillons étant répartis de manière non uniforme dans une période d'échantillonnage donnée. Dans la suite nous considérons une fréquence d'échantillonnage normalisée pour simplifier, $f_s = 1$. Nous proposons le PNSL comme un modèle théorique des CAN entrelacés désynchronisés. Sans perte de généralité, nous nous concentrons sur le cas $L = 2$ dans la suite mais les résultats peuvent être étendus au cas général. En effet, en choisissant un CAN comme référence, le système peut être calibré en effectuant une estimation successive entre la référence et les autres CAN dans un schéma $L = 2$.

Le PNS2 a été précédemment étudié pour ses propriétés anti-repliement [8, 10, 13] et pour ses contraintes plus faibles en termes

de fréquence d'échantillonnage dans le cadre des signaux passe-bande [9, 11]. Les échantillons sont distribués selon deux séquences uniformes $\mathbf{X}_0 = \{X(n), n \in \mathbb{Z}\}$ et $\mathbf{X}_\delta = \{X(n + \delta), n \in \mathbb{Z}\}$ avec $\delta \in]0, 1[$. La fréquence d'échantillonnage totale est donc $f_{\text{ech}} = 2$, ce qui est en accord avec la bande totale du signal réel composé de deux intervalles unitaires dans la représentation bilatérale (2). Sous la condition $2k\delta \notin \mathbb{Z}$ qui relie δ à la position de la bande, la reconstruction exacte du signal est possible à partir d'un nombre infini d'échantillons [14] :

$$\begin{cases} X(t) = \frac{A_0(t) \sin[2\pi k(\delta - t)] + A_\delta(t) \sin[2\pi kt]}{\sin[2\pi k\delta]}, \\ A_\lambda(t) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \frac{\sin[\pi(t - n - \lambda)]}{\pi(t - n - \lambda)} X(n + \lambda). \end{cases} \quad (3)$$

où $\lambda \in \{0, \delta\}$. Dans des travaux antérieurs, les auteurs ont proposé des formules de reconstruction exactes [15, 16], dont le taux de convergence peut être amélioré par des filtres appropriés [14] et permettant d'effectuer conjointement une reconstruction et une annulation d'interférences ou une construction directe du signal analytique [17].

Cependant, ces formules de reconstruction supposent que le retard δ est connu *a priori*. Pour une modélisation réaliste des CAN entrelacés, le retard doit être considéré comme inconnu et potentiellement variable au cours du temps. Néanmoins, ces variations, principalement dues à des contraintes thermiques, peuvent être supposées lentes par rapport au temps nécessaire à l'estimation. En conséquence, la méthode proposée considère une valeur du retard δ fixe au cours de l'observation. La partie suivante présente deux stratégies pour l'estimation de δ , via l'utilisation d'une séquence connue ou de manière aveugle.

3 Méthodes proposées

3.1 Estimation par séquence d'apprentissage

3.1.1 Principe

La première méthode utilise une séquence d'apprentissage en bande de base constituée par un signal de spectre connu *a priori*. Cette méthode requiert donc une déconnexion du système. Travailler en bande de base permet de bénéficier d'un suréchantillonnage étant donné que le système est configuré pour des signaux passe-bande avec une fréquence d'échantillonnage $f_{\text{ech}} = 2$.

Le système échantillonne avec un retard δ (les séquences d'échantillons sont \mathbf{X}_δ et \mathbf{X}_0). Lorsque ce retard est inconnu, nous utilisons pour la reconstruction un paramètre $\tilde{\delta} \in [0, 1[$ tel que $\tilde{\delta} \neq \delta$. Considérons le critère quadratique suivant permettant d'évaluer l'erreur sur le retard :

$$\sigma_{\tilde{\delta}}^2 = E[|\mathbf{X}_\delta - \mathbf{X}_{\tilde{\delta}}|^2] = E[|X(n + \delta) - X(n + \tilde{\delta})|^2]. \quad (4)$$

Grâce à l'isométrie fondamentale (voir [18] pour plus de détails), ce critère peut également s'exprimer :

$$\sigma_{\tilde{\delta}}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |e^{2i\pi f\delta} - e^{2i\pi f\tilde{\delta}}|^2 s_X(f) df. \quad (5)$$

Notons que ce critère est nul pour $\tilde{\delta} = \delta$. La séquence d'apprentissage étant en bande de base, $s_X(f) = 0$ pour $f \notin$

$(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$. L'équation (5) se simplifie donc :

$$\sigma_{\tilde{\delta}}^2 = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \left| e^{2i\pi f(\tilde{\delta}-\delta)} - 1 \right|^2 s_X(f) df. \quad (6)$$

En parallèle, grâce au suréchantillonnage, nous pouvons calculer $X(n + \tilde{\delta})$ à partir des échantillons de la séquence \mathbf{X}_0 selon la formule classique de Shannon :

$$X(n + \tilde{\delta}) = \sum_k \frac{\sin[\pi(\tilde{\delta} - k)]}{\pi(\tilde{\delta} - k)} X(n + k) \quad (7)$$

Nous pouvons ainsi obtenir $\sigma_{\tilde{\delta}}^2$ expérimentalement via (4). En le comparant à σ_{δ}^2 obtenu par le calcul (6), nous pouvons en déduire une estimation de δ , puisque $s_X(f)$ est supposé connu pour une séquence d'apprentissage donnée. Notons qu'une approche itérative pourrait permettre de n'utiliser que (4), au prix d'une estimation plus longue.

3.1.2 Exemples

Signal sinusoïdal : Pour un signal sinusoïdal à la fréquence f_0 , le spectre s'écrit : $s_X(f) = \frac{1}{2}(\delta(f-f_0) + \delta(f+f_0))$, $-\frac{1}{2} < f_0 < \frac{1}{2}$ avec $\delta(f)$ représentant la fonction de Dirac. Ainsi, l'équation (6) se simplifie :

$$\sigma_{\tilde{\delta}}^2 = 4 \sin^2 \left[\pi f_0 (\tilde{\delta} - \delta) \right] \quad (8)$$

En estimant $\hat{\sigma}_{\tilde{\delta}}^2$ via (4) et $\tilde{\delta}$ étant un paramètre, nous estimons :

$$\hat{\delta} = \tilde{\delta} - \frac{1}{2\pi f_0} \arccos \left[1 - \frac{\hat{\sigma}_{\tilde{\delta}}^2}{2} \right]. \quad (9)$$

A partir d'un faible nombre d'échantillons en entrée, il est possible d'obtenir des résultats satisfaisants avec cette séquence. Par exemple, avec une dizaine d'échantillons sur chaque voie, l'estimation $\hat{\delta}$ permet une reconstruction quasiment sans erreur.

Bruit à bande limitée : Dans le cas d'un bruit à bande limitée caractérisé par $s_X(f) = 1$ sur $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ et $s_X(f) = 0$, l'équation (6) se simplifie :

$$\begin{aligned} \sigma_{\tilde{\delta}}^2 &\approx \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \left| e^{2i\pi f(\tilde{\delta}-\delta)} - 1 \right|^2 df \\ &\approx 2 \left(1 - \text{sinc}[\tilde{\delta} - \delta] \right) \end{aligned} \quad (10)$$

avec $\text{sinc}[x] = \frac{\sin[\pi x]}{\pi x}$. En estimant $\hat{\sigma}_{\tilde{\delta}}^2$ via (4), nous avons :

$$\text{sinc}[\tilde{\delta} - \delta] = 1 - \frac{\hat{\sigma}_{\tilde{\delta}}^2}{2} \quad (11)$$

qui peut être résolu à l'aide d'une table de calcul de la fonction sinus cardinal. Une erreur d'approximation est introduite en considérant l'hypothèse sur la forme de spectre. Néanmoins, la mise en œuvre d'un simple algorithme itératif permet de converger vers une estimation de δ satisfaisante.

3.2 Estimation aveugle

Nous proposons également une méthode aveugle d'estimation du retard, ne nécessitant pas de séquences d'apprentissage et utilisant uniquement la propriété de stationnarité du signal.

Soit $\mathbf{X}^{(\tilde{\delta})} = \{X^{(\tilde{\delta})}(t), t \in \mathbb{R}\}$ le signal reconstruit avec $\tilde{\delta}$ au lieu de la vraie valeur du retard δ dans (3) :

$$X^{(\tilde{\delta})}(t) = \frac{A_0(t) \sin[2\pi k(\tilde{\delta} - t)] + A_{\delta}(t + \delta - \tilde{\delta}) \sin[2\pi k t]}{\sin[2\pi k \tilde{\delta}]} \quad (12)$$

La stratégie proposée ici pour l'estimation de δ est basée sur la propriété selon laquelle le signal $\mathbf{X}^{(\tilde{\delta})}$ n'est stationnaire qu'en l'absence de désynchronisation (étudiée également dans [19]). La comparaison entre les puissances estimées à différents instants permet de déterminer si le signal reconstruit est stationnaire au second ordre. En premier lieu, la formule (12) est utilisée pour reconstruire le signal à des temps uniformes discrets $t_m = n + \frac{m}{M+1}$, $m = 1, \dots, M$ and $n \in \mathbb{Z}$. Soit $P_m^{(\tilde{\delta})}$ la puissance du signal reconstruit aux instants t_m définie comme :

$$P_m^{(\tilde{\delta})} = \mathbb{E} \left[\left| X^{(\tilde{\delta})}(t_m) \right|^2 \right] \quad (13)$$

Si $\tilde{\delta} = \delta$, la propriété de stationnarité implique que :

$$P_{m_1}^{(\tilde{\delta})} = P_{m_2}^{(\tilde{\delta})} \quad \forall (m_1, m_2) \in [1, M] \quad (14)$$

Dans le cas contraire, si $\tilde{\delta} \neq \delta$, l'égalité (14) n'est plus vérifiée. Le principe de notre méthode est d'identifier la valeur qui respecte (14) et qui sera donc l'estimation de δ notée $\hat{\delta}$. En pratique, nous reconstruisons le signal à l'aide d'une fenêtre glissante de N échantillons pour chaque séquence donnant une version tronquée de (12) :

$$\begin{cases} A_0(t) = \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} \frac{\sin[\pi(t-n)]}{\pi(t-n)} X(n) \\ A_{\delta}(t + \delta - \tilde{\delta}) = \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} \frac{\sin[\pi(t-n-\tilde{\delta})]}{\pi(t-n-\tilde{\delta})} X(n + \delta) \end{cases} \quad (15)$$

Nous estimons la puissance moyenne selon N pour $m = 1, \dots, M$:

$$\hat{P}_m^{(\tilde{\delta})} = \frac{1}{N} \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} \left| X^{(\tilde{\delta})} \left(n + \frac{m}{M+1} \right) \right|^2 \quad (16)$$

La partie suivante étudie les performances de nos méthodes.

4 Analyse des performances

La Fig. 1 présente les résultats obtenus dans le cas où la séquence d'apprentissage est un bruit à bande limitée. L'estimation a été effectuée à partir d'une fenêtre de $N = 100$ échantillons et avec une mise en œuvre itérative. La Fig. 1 montre l'estimation $\hat{\delta}$ à la première itération, à la seconde, ainsi que le résultat final obtenu pour environ 20 itérations (et donc environ $20 \cdot N = 2000$ échantillons en entrée). Nous obtenons une précision de l'estimation en dessous de 10^{-5} , permettant de retrouver en sortie une reconstruction pratiquement sans erreur.

La Fig. 2 trace les courbes de puissance estimée pour un processus passe-bande dans $\mathcal{B}_{\mathcal{N}}(7)$ ($k = 7$ dans (2)). Nous avons fixé aléatoirement $\delta = 0.011$ et choisi $M = 14$ et $N = 500$. Les courbes se croisent toutes autour de $\tilde{\delta} = \delta$, les puissances étant donc égales au voisinage de ce point et le signal reconstruit stationnaire (de puissance indépendante du temps). Néanmoins, à cause du nombre fini d'échantillons, le voisinage n'est pas réduit à un seul point et nous devons donc déterminer le point où les courbes sont les plus proches les unes des autres

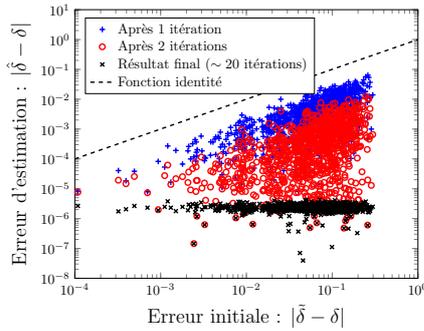


FIGURE 1 – Méthode par apprentissage : Erreur d'estimation en fonction de l'erreur initiale, pour $N = 100$ échantillons

en estimant la variance de la puissance estimée en fonction de $\tilde{\delta}$:

$$\hat{\delta} = \min_{\tilde{\delta}} \left[\text{var} \left(\hat{P}_m^{(\tilde{\delta})} \right) \right] \quad (17)$$

Le signal est ensuite reconstruit en utilisant cette valeur $\hat{\delta}$. La Fig. 3 trace le Rapport Signal à Erreur (RSE) moyen en dB en fonction de N pour $N_{\text{ite}} = 1000$ itérations.

$$\text{RSE}_{\text{dB}} = 10 \log_{10} \left[\frac{P_{\text{signal}}}{P_{\text{erreur}}} \right] = 10 \log_{10} \left[\frac{E[|X(t)|^2]}{E[|X(t) - X^{(\hat{\delta})}(t)|^2]} \right] \quad (18)$$

En l'absence de cette procédure d'estimation et de compensation numérique du retard, $\text{RSE} \approx 2.4\text{dB}$. La méthode proposée permet de compenser la désynchronisation et d'obtenir une reconstruction satisfaisante avec $\text{RSE} > 40\text{dB}$.

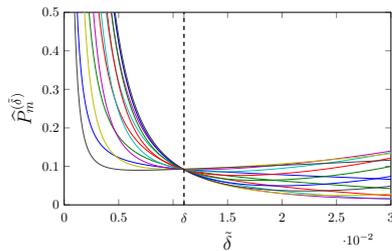


FIGURE 2 – Méthode aveugle : Courbes de puissance estimée pour $M = 14$

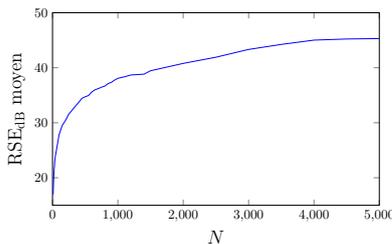


FIGURE 3 – Méthode aveugle : RSE moyen de reconstruction en dB en fonction du nombre d'échantillons, pour $N_{\text{ite}} = 1000$

5 Conclusion et perspectives

Cet article considère un modèle d'échantillonnage adapté aux CAN entrelacés désynchronisés. Deux méthodes d'estimation de la désynchronisation ont été proposées. La première est basée sur l'utilisation de séquences d'apprentissage. Elle nécessite donc une déconnexion du système mais possède l'avantage d'être simple et de converger en un nombre très réduit

d'itérations. La deuxième méthode est aveugle, ne nécessite pas de déconnexion et exploite uniquement la propriété, classique en télécommunications, de stationnarité du signal. Sa précision est liée à celle de l'estimation de la puissance du signal reconstruit et donc du nombre d'échantillons qu'il est possible de prendre en compte sous des contraintes de taille mémoire et de complexité calculatoire. Il paraît intéressant d'optimiser son fonctionnement en axant les travaux futurs sur la mise en oeuvre adaptative de l'estimation aveugle pour réduire la complexité calculatoire et prendre en compte une éventuelle évolution temporelle de la désynchronisation. Par ailleurs, de futurs travaux seront consacrés à l'étude de la qualité de l'estimateur, du point de vue de la variance de son erreur notamment, ainsi qu'à l'étude de l'impact du non respect des propriétés de stationnarité (en se limitant à une propriété de cyclostationnarité de l'enveloppe du signal par exemple).

Références

- [1] W. C. Black Jr. and D. A. Hodges, "Time interleaved converter arrays," *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 15, no. 6, pp. 1022–1029, 1980.
- [2] R. Khoini-Poorfard and D. A. Johns, "Time-interleaved oversampling converters," *Electronics Letters*, vol. 29, no. 19, pp. 1673–1674, 1993.
- [3] J. Elbornsson, "Analysis, estimation and compensation of mismatch effects in A/D converters." Ph.D. dissertation, Linköpings Universitet, Department of Electrical Engineering, Linköping, 2003.
- [4] B. Razavi, "Problem of timing mismatch in interleaved ADCs," in *IEEE Custom Integrated Circuits Conference (CICC)*, 2012, pp. 1–8.
- [5] J. Elbornsson, F. Gustafsson, and J.-E. Eklund, "Blind equalization of time errors in a time-interleaved ADC system," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 53, no. 4, pp. 1413–1424, 2005.
- [6] S. M. Jamal, D. Fu, M. P. Singh, P. J. Hurst, and S. H. Lewis, "Calibration of sample-time error in a two-channel time-interleaved analog-to-digital converter," *IEEE Trans. on Circuits and Systems I : Regular Papers*, vol. 51, no. 1, pp. 130–139, 2004.
- [7] K. Dyer, D. Fu, S. Lewis, and P. Hurst, "An analog background calibration technique for time-interleaved analog-to-digital converters," *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 33, no. 12, pp. 1912–1919, 1998.
- [8] A. Kohlenberg, "Exact interpolation of band-limited functions," *Journal of Applied Physics*, vol. 24, no. 12, pp. 1432–1436, 1953.
- [9] Y.-P. Lin and P. P. Vaidyanathan, "Periodically nonuniform sampling of bandpass signals," *IEEE Trans. on Circuits and Systems II : Analog and Digital Signal Processing*, vol. 45, no. 3, pp. 340–351, 1998.
- [10] J. L. Yen, "On nonuniform sampling of bandwidth-limited signals," *IRE Transactions on Circuit Theory*, vol. 3, no. 4, pp. 251–257, 1956.
- [11] H. Johansson and P. Löwenborg, "Reconstruction of nonuniformly sampled bandlimited signals by means of digital fractional delay filters," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 50, no. 11, pp. 2757–2767, 2002.
- [12] G. Fettweis, M. Löhning, D. Petrovic, M. Windisch, P. Zillmann, and W. Rave, "Dirty RF : a new paradigm," *International Journal of Wireless Information Networks*, vol. 14, no. 2, pp. 133–148, 2007.
- [13] J. R. Higgins, "Some gap sampling series for multiband signals," *Signal Processing*, vol. 12, no. 3, pp. 313–319, 1987.
- [14] M. Chabert and B. Lacaze, "Fast convergence reconstruction formulas for periodic nonuniform sampling of order 2," in *2012 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, 2012, pp. 3793–3796.
- [15] B. Lacaze, "Equivalent circuits for the PNS2 sampling scheme," *IEEE Transactions on Circuits and Systems I : Regular Papers*, vol. 57, no. 11, pp. 2904–2914, Nov. 2010.
- [16] —, "Filtering from PNS2 sampling," *Sampling Theory in Signal and Image Processing*, vol. 11, no. 1, pp. 43–53, 2012.
- [17] J.-A. Vernhes, M. Chabert, B. Lacaze, G. Lesthievant, and R. Baudin, "Selective analytic signal construction from a non-uniformly sampled bandpass signal," in *2014 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, 2014, pp. 4978–4982.
- [18] B. Lacaze, "A theoretical exposition of stationary processes sampling," *Sampling Theory in Signal and Image Processing*, vol. 4, no. 3, 2005.
- [19] M. Seo, M. Rodwell, and U. Madhow, "Generalized blind mismatch correction for two-channel time-interleaved a-to-d converters," in *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, vol. 3, 2007, pp. III–1505.