



# Introduction aux non-linéarités sans mémoire et au bruit d'intermodulation

Jacques Sombrin  
TéSA et Sigma-Lim

Journée CCT du 6 juillet 2015  
Compensation des non linéarités dans les  
chaînes de transmission

# Plan de la présentation

- Introduction
- Les filtres et les non-linéarités
- Les non-linéarités sans mémoire à bande passante limitée
- Les zones, les harmoniques 0, 1 et 2
- Les modèles les plus utilisés
- Au-delà de Taylor, les modèles discontinus
- Mesures de performances et optimisation
- Linéarisation, pré-distorsion, post-distorsion
- Conclusion

# Introduction

- La plupart des équipements ont une réponse non-linéaire, même s'ils sont passifs
- Les non-linéarités génèrent des signaux à des fréquences qui n'existent pas dans le spectre des signaux d'entrée
- Certaines de ces non-linéarités sont utiles, par exemples celles qui permettent de changer la fréquence des signaux dans un mélangeur, de réaliser un modulateur de phase, de redresser une tension ou d'obtenir la puissance d'un signal
- D'autres sont très gênantes lorsqu'elles ajoutent des distorsions au signal amplifié ou qu'elles augmentent le bruit dans les bandes adjacentes ou dans un récepteur
- Pas seulement en RF, problèmes sur les fibres optiques commencent à apparaître avec l'augmentation de la capacité

# Les fonctions de base des filtres

- Les filtres sont des opérateurs linéaires indépendants du temps
- Tous les systèmes linéaires d'équation différentielles
- Leurs fonctions de base sont des exponentielles complexes
- Les valeurs propres des opérateurs filtres dépendent du coefficient du temps dans l'exponentielle complexe : la fréquence ou pulsation (complexe)
- La réponse du filtre est fonction uniquement de cette fréquence ou pulsation (complexe)

$$\begin{aligned}x(t) &= \exp(s_0 + st) = \\ & \exp[\alpha + j\beta + (\sigma + j\omega)t] = \\ & (A + jB)\exp[(\sigma + j\omega)t]\end{aligned}$$

$$s = \sigma + j\omega$$

$$H(s) = H(\sigma + j\omega)$$

# Les produits des fonctions de base

- Le produit de deux exponentielles complexes est une exponentielle complexe ce qui va simplifier les calculs des réponses des non-linéarités.
- Lorsque le spectre du signal d'entrée est composé de raies en fréquence, on peut calculer le signal de sortie sous forme de raies à des fréquences sommes et différences des fréquences d'entrée
- L'ordre du produit est la somme des modules des coefficients dans la fréquence de sortie
- La zone ou nombre harmonique est le module de la somme des coefficients signés

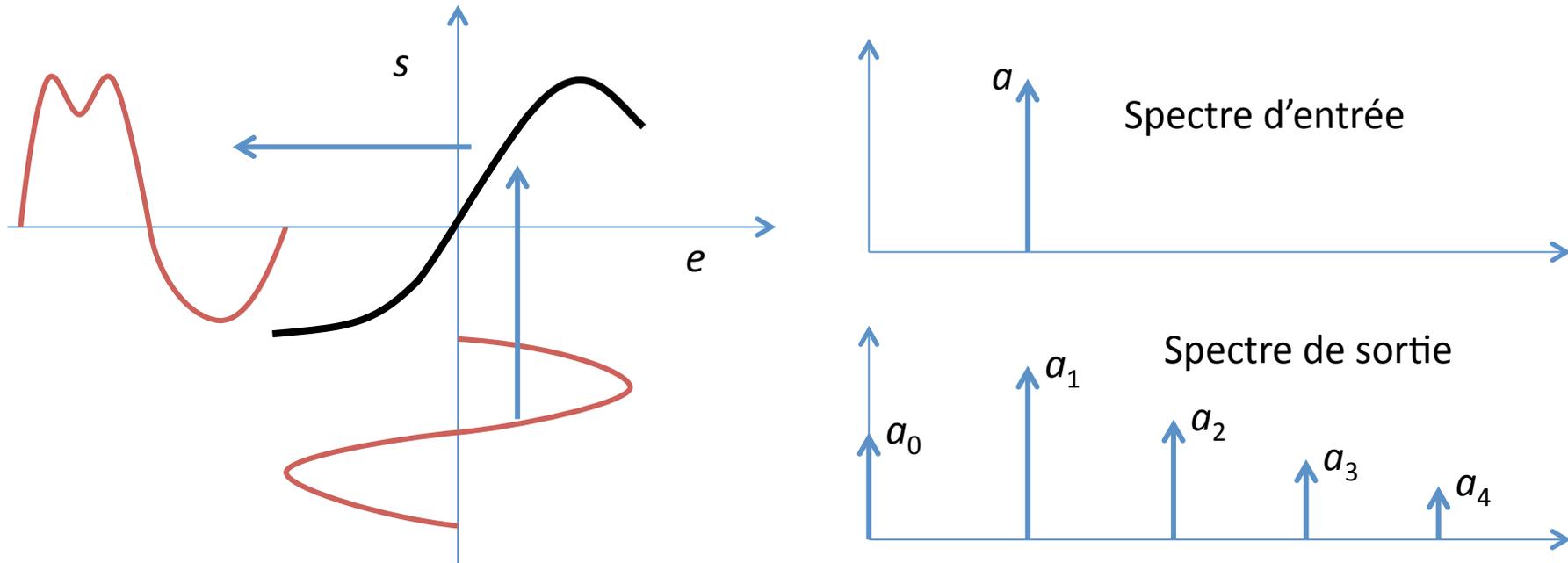
$$\begin{aligned}x(t) \cdot y(t) &= \\ \exp(s_0 + st) \cdot \exp(u_0 + ut) &= \\ = \exp[s_0 + u_0 + (s + u)t] &= \\ = \exp[v_0 + vt] &= \end{aligned}$$

$$\text{fréquence} = \left| \sum_{k=1}^K m_k f_k \right|$$

$$\text{ordre} = \sum_{k=1}^K |m_k|$$

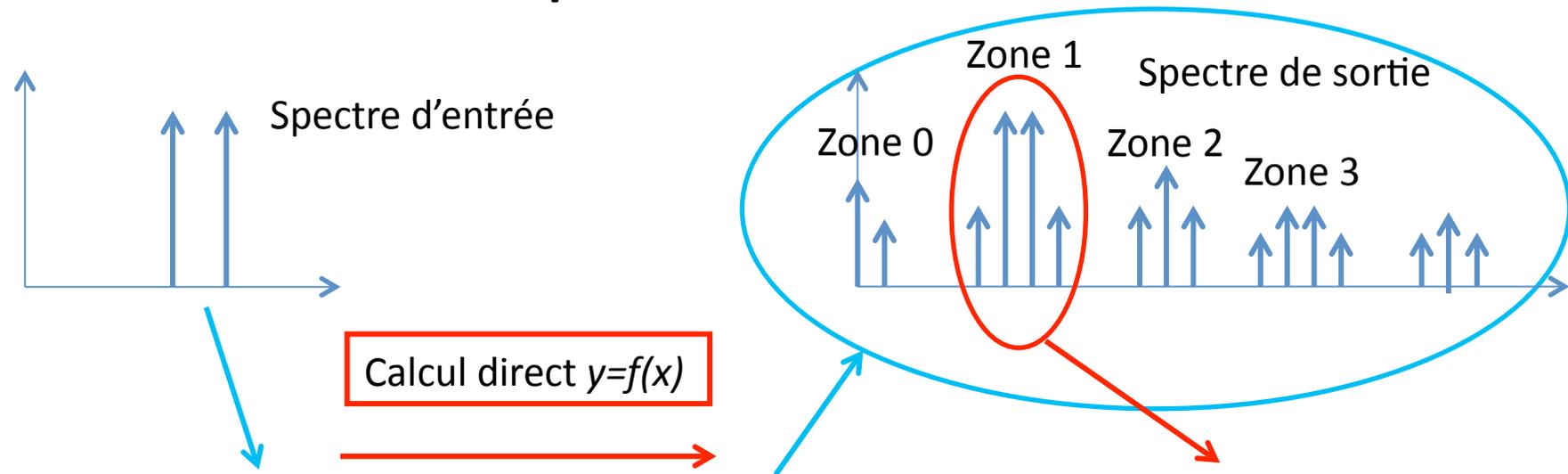
$$\text{nombre harmonique} = \left| \sum_{k=1}^K m_k \right|$$

# Non-linéarités en bande de base



- $s = f(e)$   $f$  est une fonction non linéaire quelconque (au sens mathématique, pour toute valeur d'entrée il y a une et une seule valeur de sortie)
- $e = a \cos(\omega t)$  on met à l'entrée une sinusoïde d'amplitude fixe  $a$
- $s = a_0 + a_1 \cos(\omega t) + a_2 \cos(2\omega t) + a_3 \cos(3\omega t) + \dots + a_n \cos(n\omega t) + \dots$
- La sortie comporte les harmoniques de l'entrée y compris le continu et le fondamental
- Les coefficients  $a_i$  dépendent uniquement de la fonction non linéaire  $f$  et de  $a$ , ce sont des fonctions non linéaires réelles de  $a$

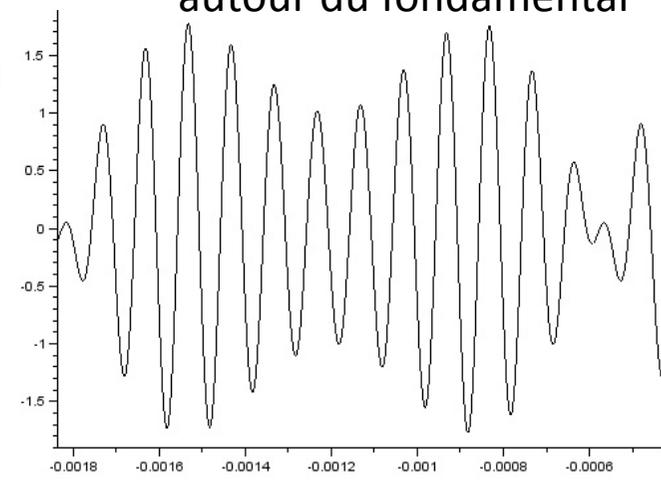
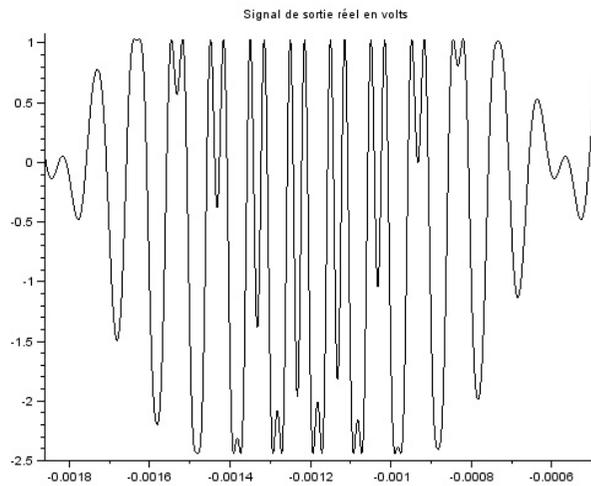
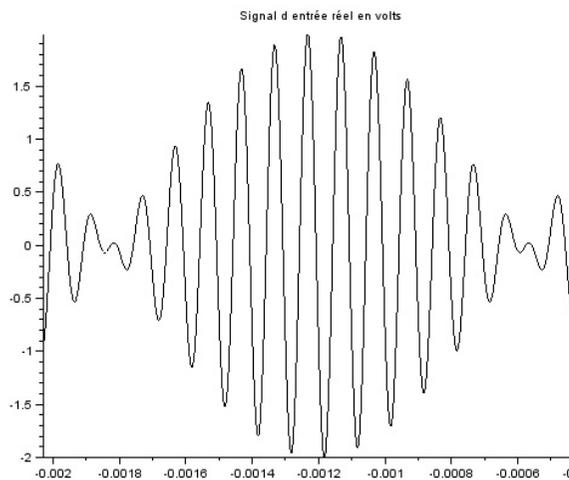
# Calcul direct par transformée de Fourier



Signal d'entrée

Signal de sortie complet

Signal de sortie filtré  
autour du fondamental



# La transformée de Tchébycheff

- Les fonctions non linéaires qui donnent les amplitudes des harmoniques en fonction de l'amplitude de l'entrée sont les transformées de Tchébycheff d'ordre  $m$  de la fonction  $f$ , notées  $f_m$

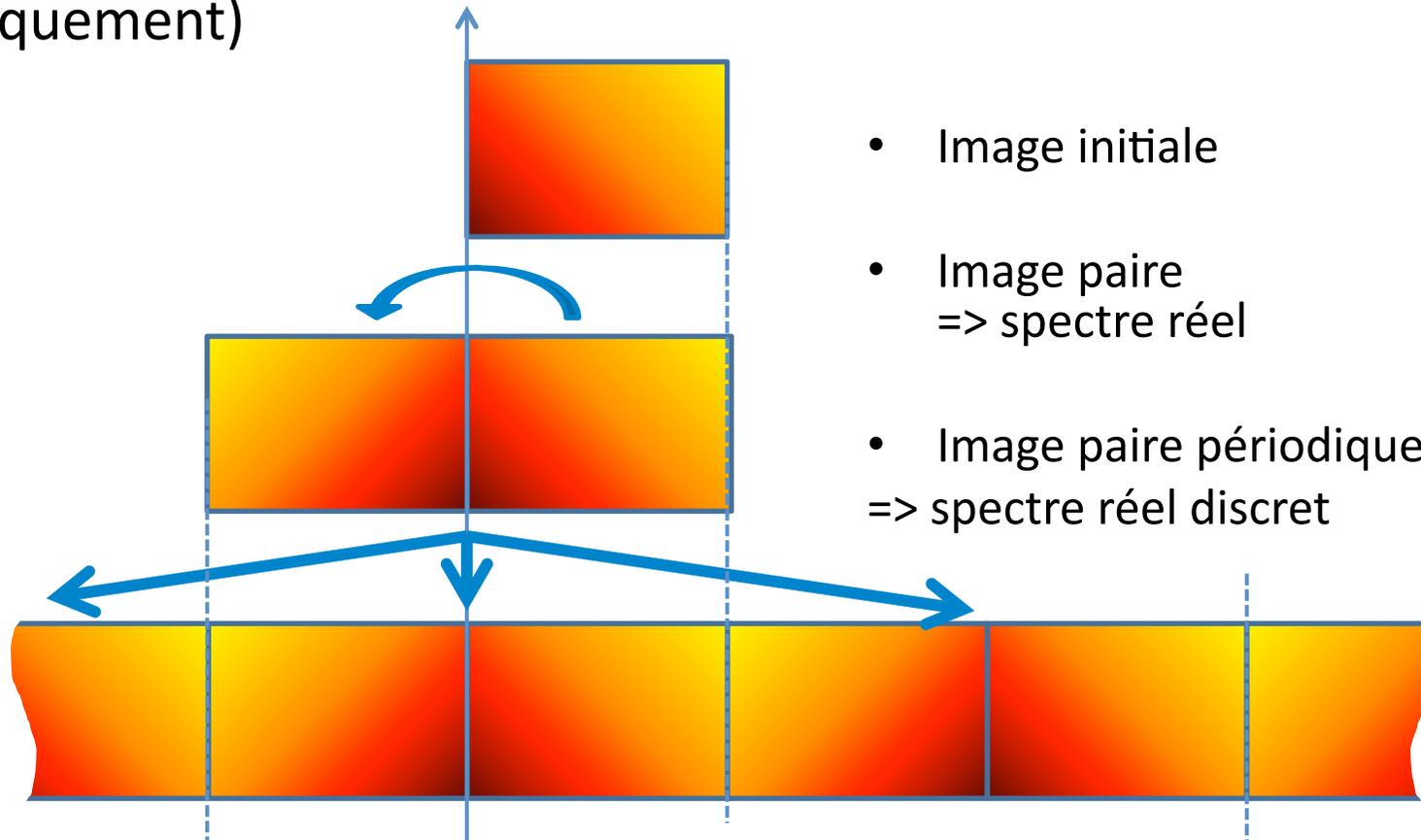
$$f(a \cos(\theta)) = \frac{1}{2} f_0(a) + f_1(a) \cos(\theta) + f_2(a) \cos(2\theta) + \dots + f_m(a) \cos(m\theta) + \dots$$

$$f_m(a) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(a \cos(\theta)) \cos(m\theta) d\theta = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(a \cos(\theta)) \cos(m\theta) d\theta$$

- Une fonction  $f$  paire (symétrique) n'a que des transformées d'ordre pair
- Une fonction  $f$  impaire (antisymétrique) n'a que des transformées d'ordre impair
- La transformée d'ordre 1 (fondamental) est la courbe AM/AM
- C'est un cas particulier de la transformée de Fourier, la transformée en cosinus discrète (DCT) très utilisée en traitement d'images

# Transformée en cosinus discrète : DCT

Après avoir rendu la fonction (ou l'image) paire et périodique, par utilisation du cosinus qui est pair et périodique, on calcule sa transformée de Fourier discrète qui est réelle (cosinus uniquement)

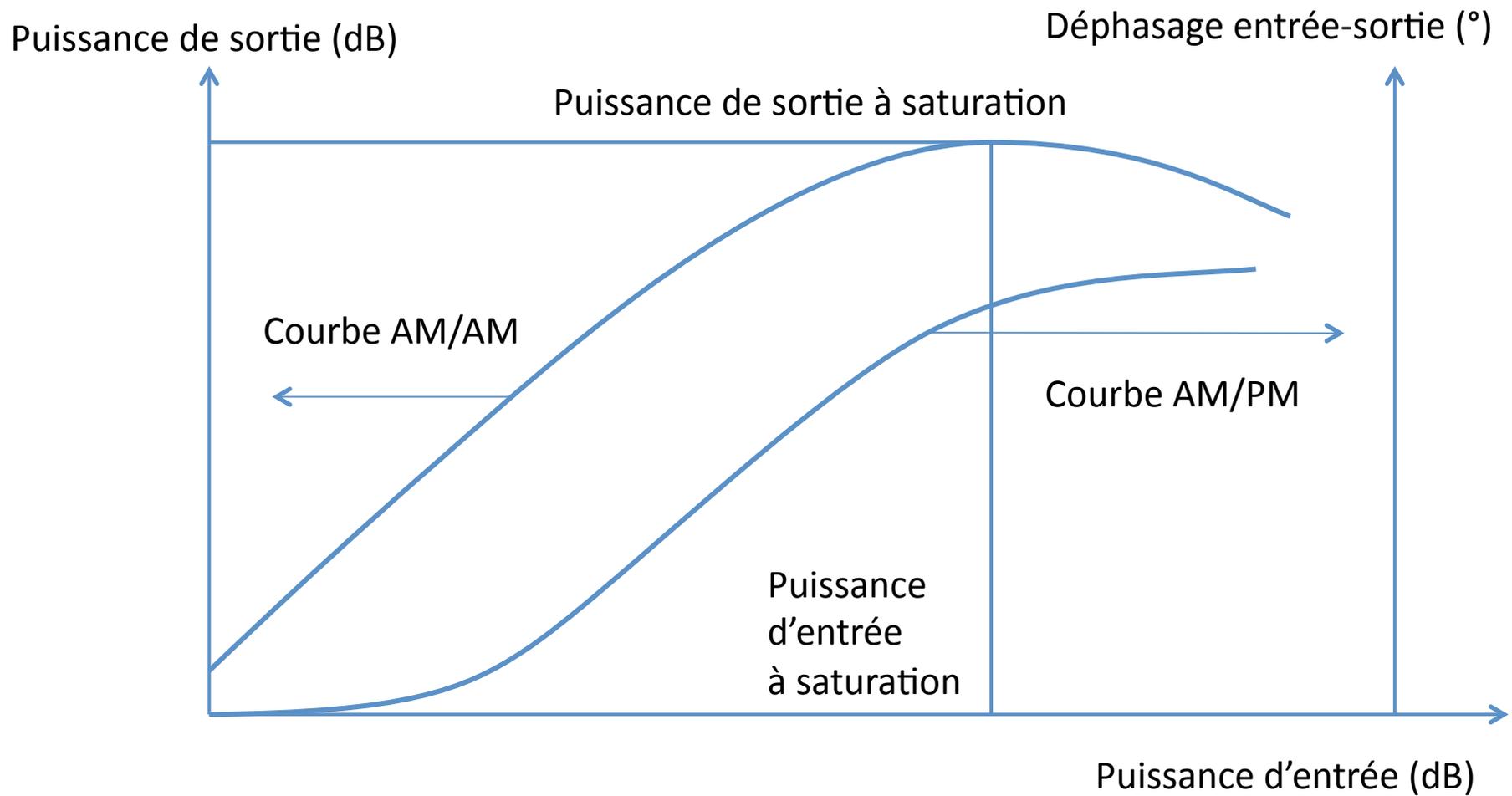


- Image initiale
- Image paire  
=> spectre réel
- Image paire périodique  
=> spectre réel discret

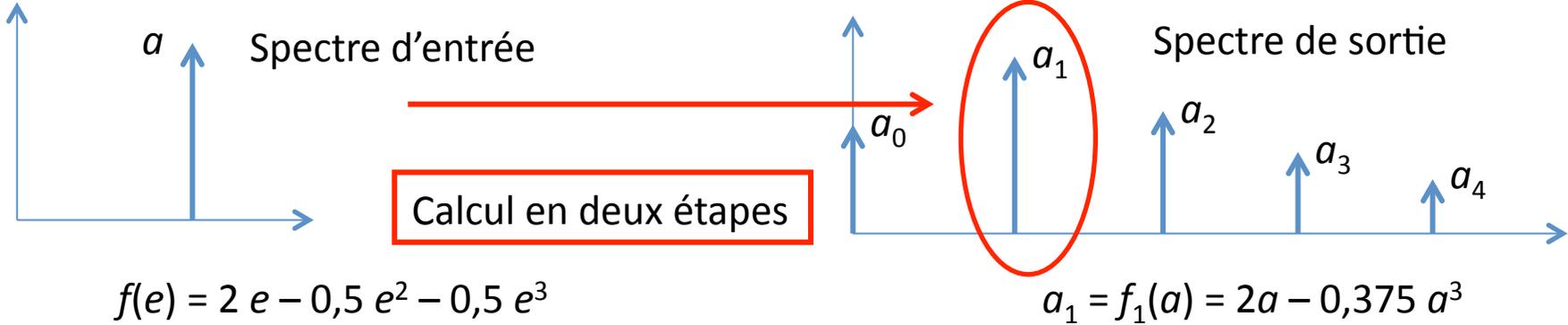
# Non-linéarités à bande passante limitée

- Si on ne considère que le résultat de la transformée de Tchébycheff d'ordre 1 (soit les raies de la zone 1) on obtient une non-linéarité à bande passante limitée
- Si la bande passante est étroite, ceci est équivalent à un filtrage passe-bande ajouté avant et après la non-linéarité
- En identifiant les mémoires courtes (retard très inférieur à la période de la fréquence porteuse) à des déphasages, on peut étendre la définition des non-linéarités sans mémoire à une représentation complexe donnée par les courbes AM/AM et AM/PM
- En pratique on remplace les coefficients réels des polynômes par des coefficients complexes
- Il n'est pas possible de revenir à une non-linéarité sans mémoire en bande de base (réelle) à partir de la non-linéarité sans mémoire à bande passante limitée complexe (AM/AM et AM/PM). On peut proposer un schéma équivalent en bande étroite où le déphasage de  $90^\circ$  est représenté par un retard d'un quart de période à la fréquence centrale

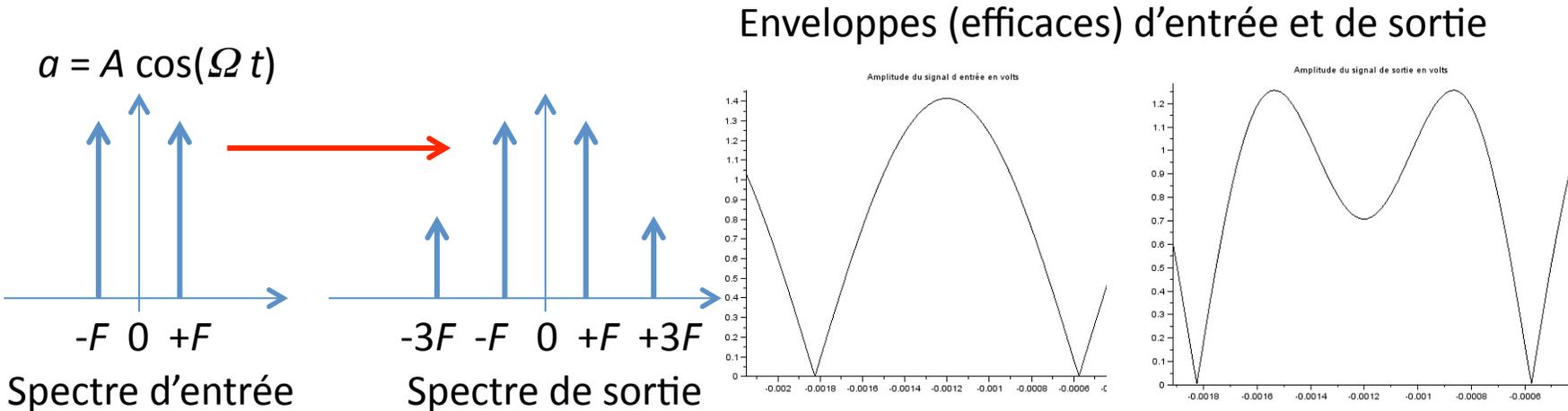
# Courbes AM/AM et AM/PM



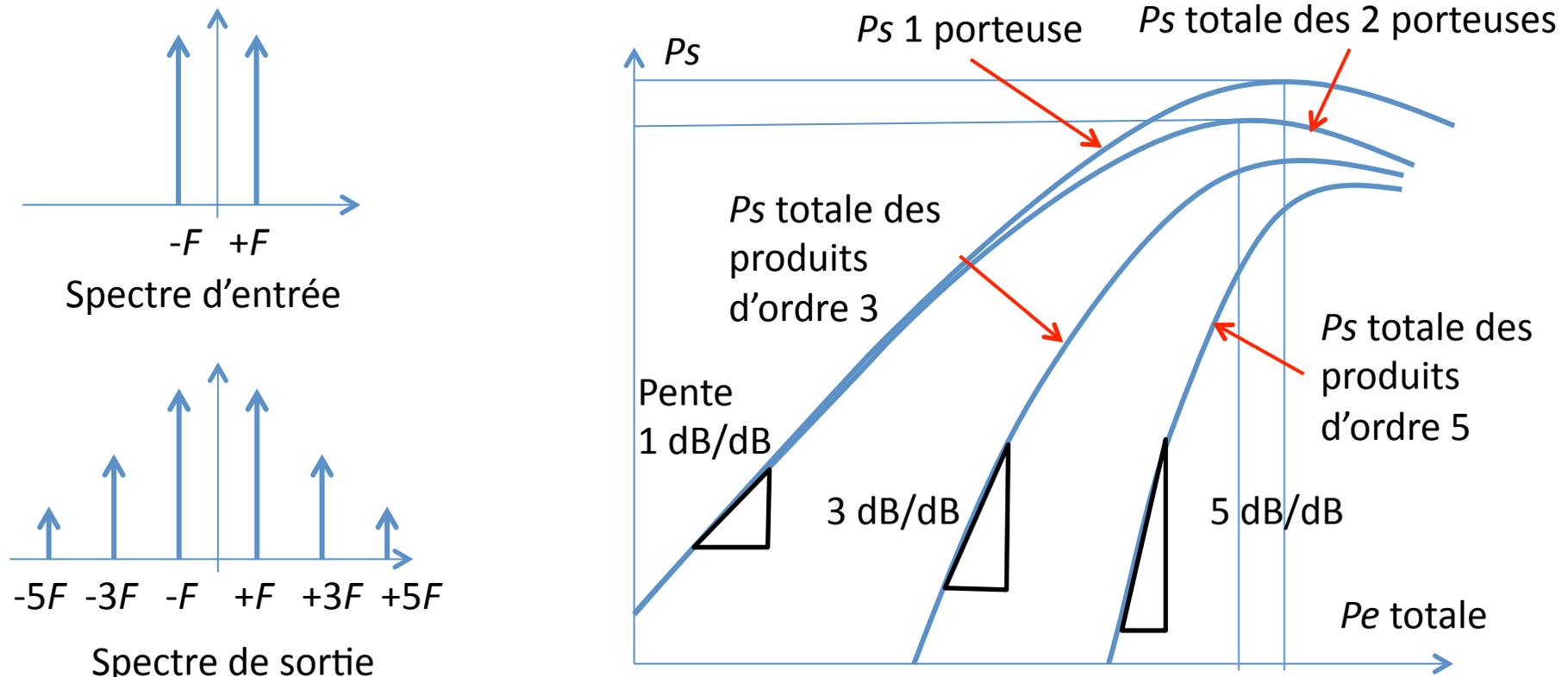
# Itérations de la transformée de Tchébycheff



On utilise la fonction  $f_1$  et on applique à nouveau la transformation de Tchébycheff pour obtenir l'enveloppe de la réponse autour du fondamental pour deux porteuses au lieu de calculer directement le spectre de sortie pour deux porteuses égales



# Courbes C/I à deux porteuses



- Pour une fonction non linéaire  $f$  de type analytique ou polynômiale avec des termes de degrés 1, 3 et 5 au moins

# Calcul de la transformée de Tchébycheff pour un monôme de degré $n$

$$[a \cdot \cos(\theta)]^n = \left(\frac{a}{2}\right)^n \cdot \{e^{j\theta} + e^{-j\theta}\}^n = \left(\frac{a}{2}\right)^n \cdot \sum_{k=0}^n e^{j(n-2k)\theta}.$$

Si  $n$  est pair :  $[a \cdot \cos(\theta)]^n = 2 \left(\frac{a}{2}\right)^n \cdot \sum_{k=0}^{\frac{n}{2}-1} \frac{n!}{k!(n-k)!} \cos\{(n-2k)\theta\} + \left(\frac{a}{2}\right)^n \frac{n!}{\left(\frac{n}{2}\right)!\left(\frac{n}{2}\right)!}$

Si  $n$  est impair :  $[a \cdot \cos(\theta)]^n = 2 \left(\frac{a}{2}\right)^n \cdot \sum_{k=0}^{\frac{n-1}{2}} \frac{n!}{k!(n-k)!} \{\cos(n-2k)\theta\}$

$$f_m(a) = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi f(a \cos(\theta)) \cos(m\theta) d\theta = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi [a \cos(\theta)]^n \cos(m\theta) d\theta$$


L'intégrale est nulle pour tous les termes sauf si  $m=n-2k$

$(m-n)$  est pair donc  $m$  et  $n$  sont de même parité

$$\text{On a : } k=(n+m)/2 \quad \text{et} \quad n-k=(n-m)/2$$

# Calcul de la transformée de Tchébycheff pour un monôme de degré $n$

$$s = f(e) = e^n \qquad f_m(a) = 2 \left( \frac{a}{2} \right)^n \frac{n!}{\left( \frac{n+m}{2} \right)! \left( \frac{n-m}{2} \right)!}$$


- Dénominateur infini donc terme nul si  $n < m$  avec  $(n-m)/2$  entier
  - Donc pour  $n$  donné, seuls termes non nuls :  
 $m = n, n-2, n-4, \dots$  ;  $m$  positif ou nul
- Le rang  $m$  des harmoniques ou l'ordre des produits est
  - de même parité que l'exposant  $n$
  - inférieur ou égal à l'exposant  $n$ , donc au degré du polynôme utilisé
- Le gain  $g_1$  est une fonction de  $e^2$  seulement donc un polynôme ou une fonction analytique de  $Pe$ , la puissance d'entrée. Le gain au fondamental ne peut dépendre du signe ou de la phase absolue du signal d'entrée

$$f_1(e) = e \cdot g_1(|e|^2)$$

# Prise en compte des harmoniques 0 et 2

- Les harmoniques 0 et 2 (éventuellement 3) ont un effet important à l'intérieur d'une non-linéarité même s'ils sont filtrés et ont une amplitude très faible ou nulle en sortie
- L'harmonique 0 (près du continu) va moduler le courant consommé donc la puissance consommée, modifier la tension d'alimentation en fonction de son impédance, éventuellement créer de la mémoire basse fréquence.
- Il va aussi moduler la puissance dissipée et la température instantanée des composants avec une mémoire basse ou très basse fréquence
- Les harmoniques 2 et 3 peuvent être utilisés pour améliorer le rendement de l'amplificateur en les renvoyant sur le composant actif avec les phases adaptées (classe F ou F inverse)
- Les harmoniques 2 peuvent empiéter sur les bandes utiles autour du fondamental, par exemple la bande de réception si celle-ci est comprise entre le fondamental et l'harmonique 2

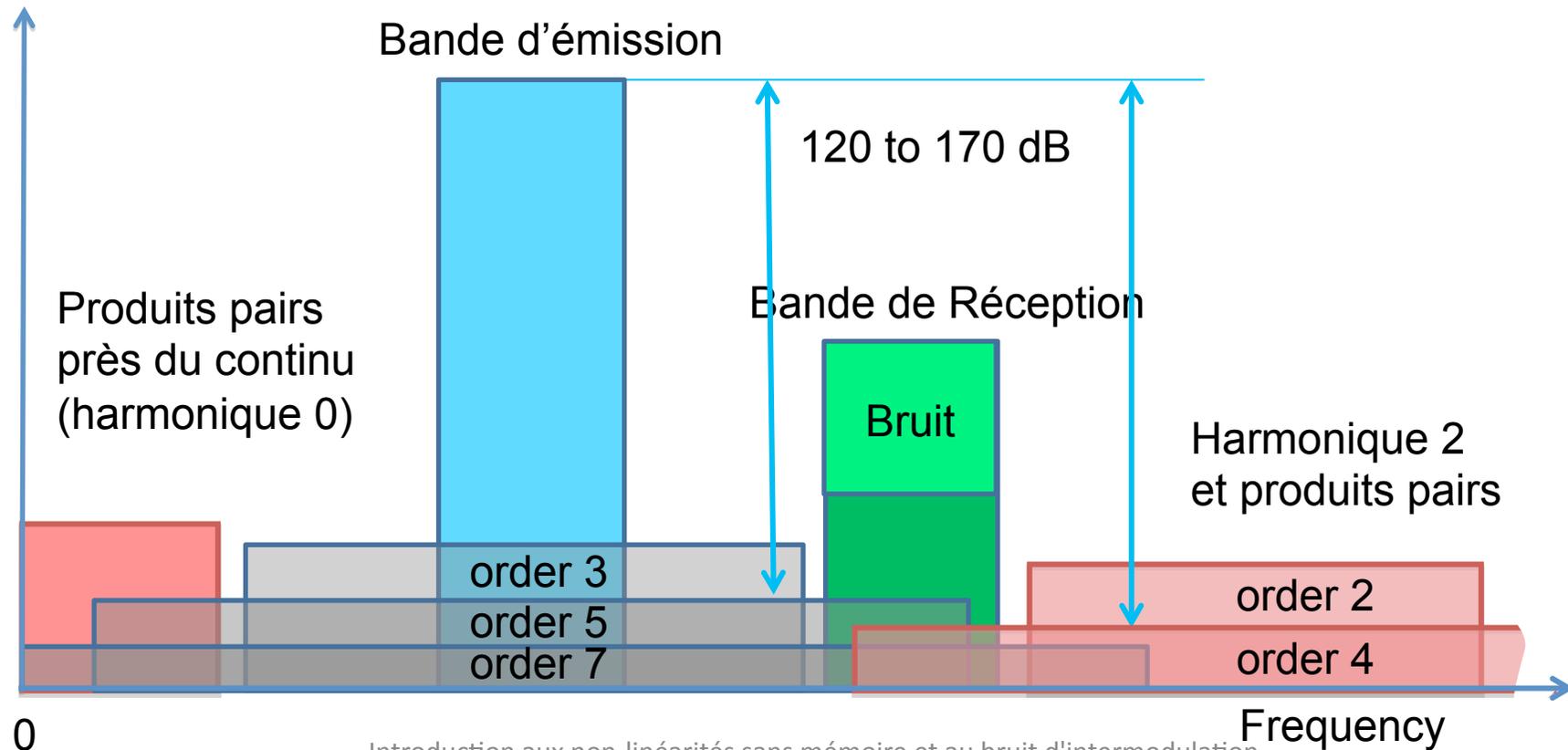
# Prise en compte des harmoniques 0 et 2

Bande passante d'émission comparable à la séparation Tx/Rx :

Problème avec les produits d'intermodulation d'ordre plus faible

Séparation Tx/Rx comparable à la fréquence centrale :

Problème avec les produits d'intermodulation pairs d'ordre faible



0

6 juillet 2015

# Simulation des signaux harmoniques

- Les signaux de la zone  $m$  proviennent de la transformée de Tchébycheff d'ordre  $m$
- Pour le fondamental, zone 1, on peut utiliser la transformée de Tchébycheff d'ordre 1 directement mais il est plus simple de la mettre sous la forme d'un gain complexe qui ne dépend que du carré du module de l'enveloppe complexe du signal d'entrée.
- Ce gain s'applique à l'enveloppe complexe du signal d'entrée
- La zone 0 ne dépend que du module au carré de l'enveloppe complexe du signal d'entrée
- Les zones 2, 3, ... peuvent aussi être mise sous forme de gain multipliés par des puissances de l'enveloppe du signal d'entrée

$$f_1(x) = x \cdot g_1(|x|^2)$$

$$f_0(x) = g_0(|x|^2)$$

$$f_2(x) = x^2 \cdot g_2(|x|^2)$$

$$f_m(x) = x^m \cdot g_m(|x|^2)$$

# Modèles analytiques les plus utilisés

- Les monômes sont des éléments invariants de la transformée de Tchébycheff
  - Blachman 1971 « Detectors, Bandpass Nonlinearities, and Their Optimization: Inversion of the Chebyshev Transform »
- Ce qui donne des formules simples pour les polynômes
  - Wass 1948 “A table of intermodulation products”
  - Westcott 1967, “Investigation of multiple f.m./f.d.m. carriers through a satellite t.w.t. operating near to saturation”
- Et par extension pour toutes les fonctions analytiques qui sont par définition partout aussi proches que l’on veut de leur développement de Taylor, donc que l’on peut remplacer par un polynôme ou une série entière autour de 0 (attention peut diverger plus loin)

# Modèles analytiques les plus utilisés

- D'autres fonctions analytiques de la puissance d'entrée  $P_e$  sont utilisées fréquemment pour le gain, par exemple :
  - les fonctions rationnelles sans pôle réel positif ou nul
  - exemple simple, le modèle de Saleh, 1981, "Frequency-Independent and Frequency-Dependent Nonlinear Models of TWT Amplifiers"
- Pour la fonction non linéaire elle-même, des fonctions impaires de l'entrée
  - Les fonctions trigonométriques
  - les séries de Fourier (sinus ou cosinus)
  - L'arc tangente ou la tangente hyperbolique
  - Les réseaux neuronaux,
  - ...

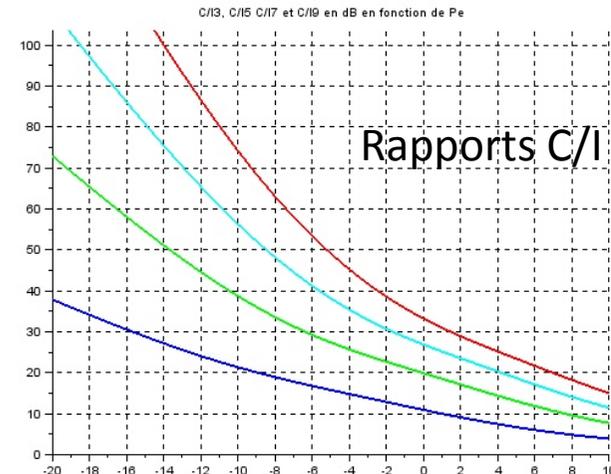
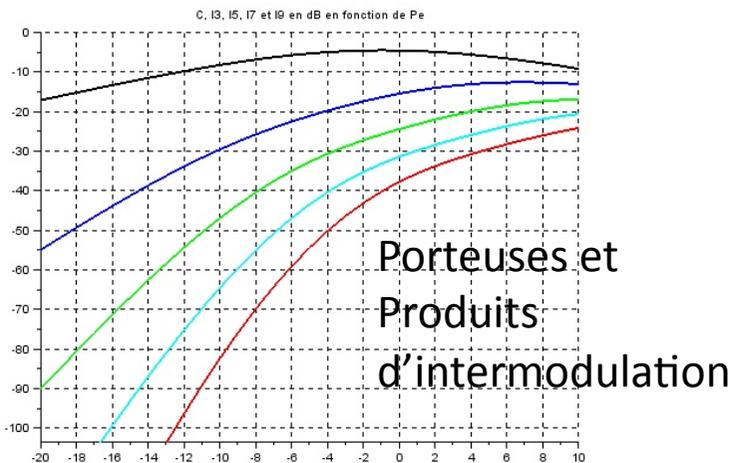
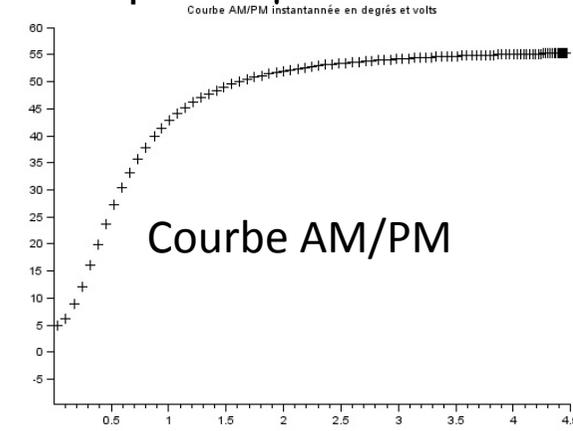
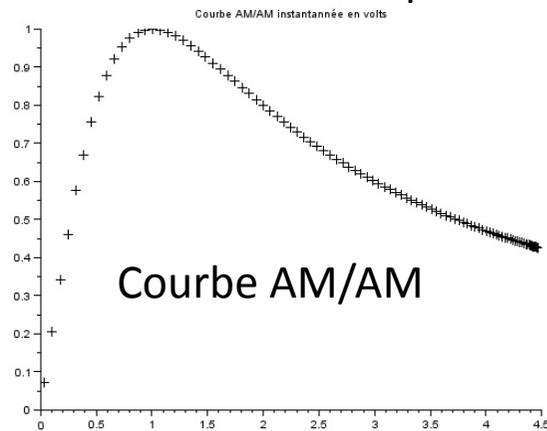
# Exemple : modèle de Saleh

$$f_1(e) = \frac{\alpha e}{1 + \beta e^2}$$

$$g_1(e) = \frac{\alpha}{1 + \beta e^2}$$

$$\varphi(e) = \frac{\gamma e^2}{1 + \delta e^2}$$

Données de l'article pour un ATOP mesuré :  $\alpha = 2$   $\beta = 1$   $\gamma = 0.8$   $\delta = 3$



# Limitation des développements de Taylor

- Le développement de Taylor n'est en général une bonne approximation d'une fonction analytique que sur un domaine restreint (rayon de convergence)
- Par exemple, le développement de Taylor à l'origine du modèle de Saleh diverge au-delà de 1

$$f_1(e) = \frac{2e}{1+e^2} = 2e(1 - e^2 + e^4 - e^6 \dots) \quad |e| < 1$$

- Il en est de même pour l'arc tangente

$$f_1(e) = \tan^{-1}(e) = e \left( 1 - \frac{e^2}{3} + \frac{e^4}{5} - \frac{e^6}{7} \dots \right) \quad |e| < 1$$

- Le remplacement d'une fonction analytique par son développement de Taylor en 0 n'est pas toujours faisable
- La transformation de Tchébycheff n'a pas de problème de convergence

# Modèles discontinus

- Ces modèles n'ont pas de développement
- de Taylor en 0 (ou ailleurs)
- Les fonctions qui les modélisent ne sont pas analytiques au sens mathématique :  
C infini (infiniment et continument dérivables) et égales à leur développement de Taylor en tout point
- Ils ont des transformées de Tchébycheff et permettent des calculs « analytiques »
- Ils donnent des résultats que certains disent aberrants pour les produits d'intermodulation
- Ils sont cependant utiles pour certains équipements et nécessaires pour expliquer certaines mesures



# Exemples de modèles discontinus

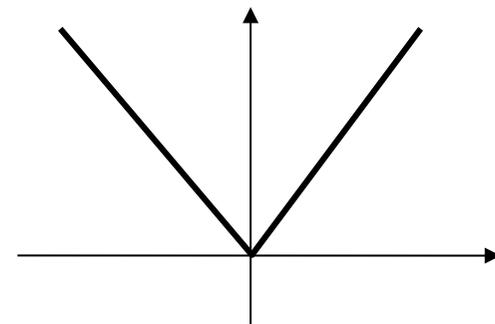
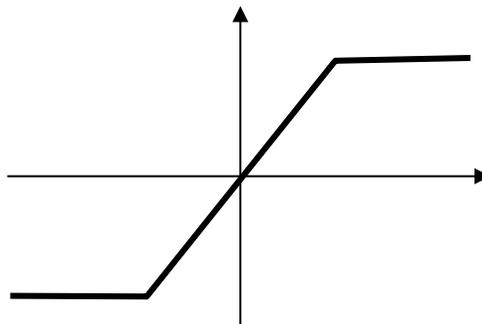
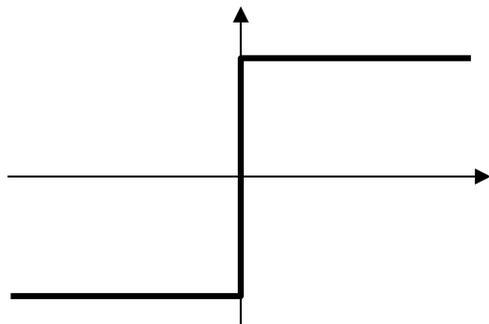
Les fonctions non analytiques sont très utilisées dans quelques cas mais il n'y a pas de théorie générale

L'écrêteur parfait (ou le relais, le trigger de Schmidt) :  $f(e) = \text{signe}(e)$

Le limiteur parfait :  $f(e) = (|e+1| - |e-1|)/2$

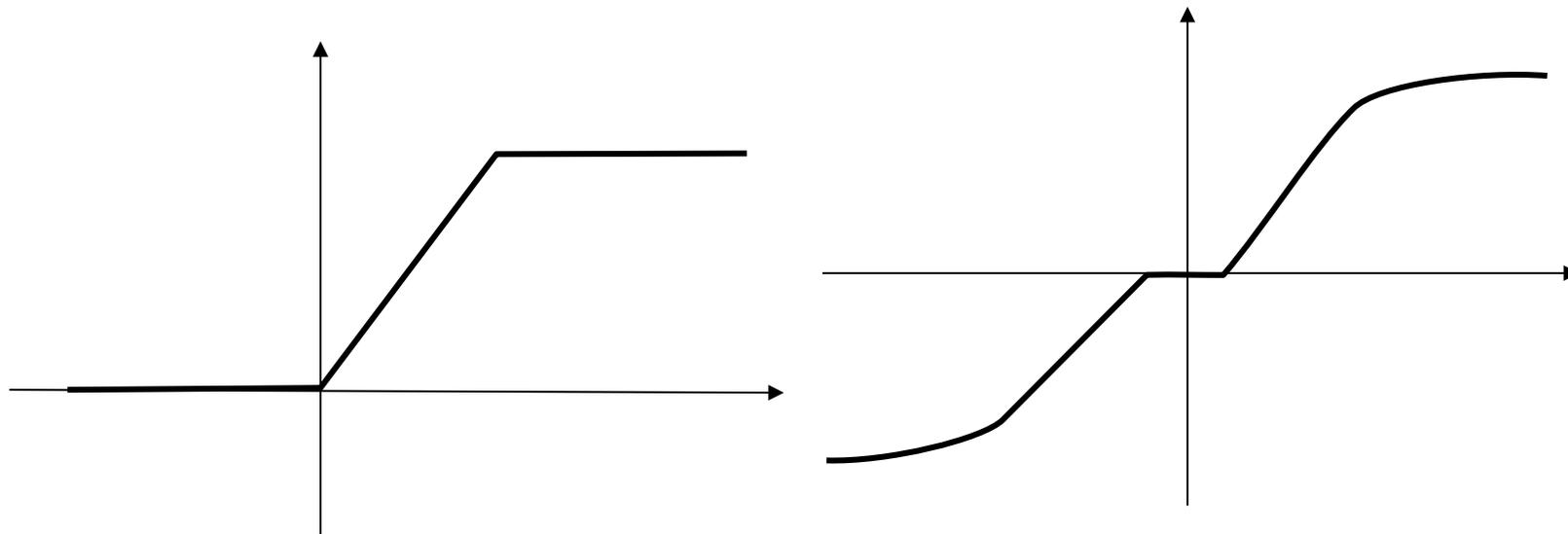
Le redresseur linéaire double alternance :  $f(e) = |e| = e \cdot \text{signe}(e)$

Le calcul et la simulation marchent sans problème sur ces fonctions bien qu'elles ne soient pas analytiques et qu'elles n'aient pas de développement de Taylor à l'origine



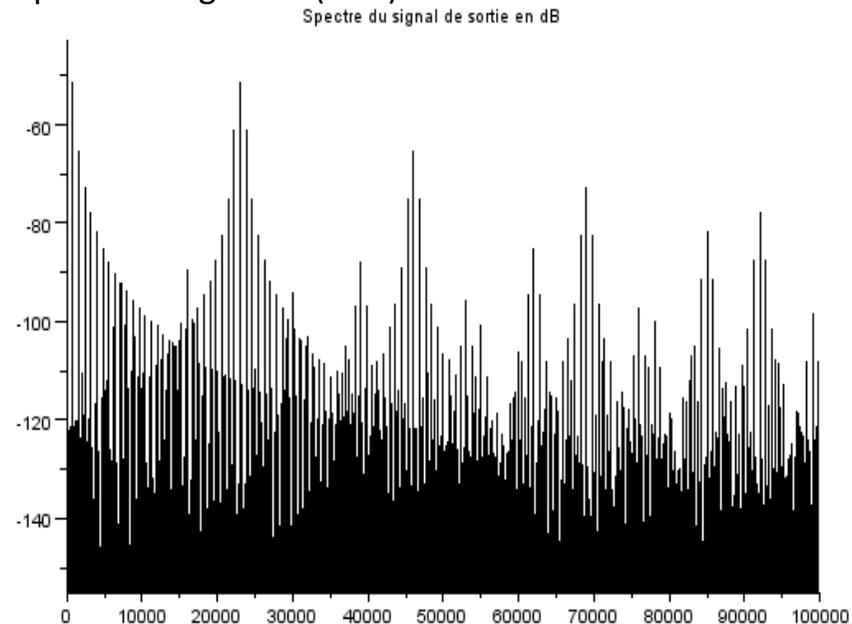
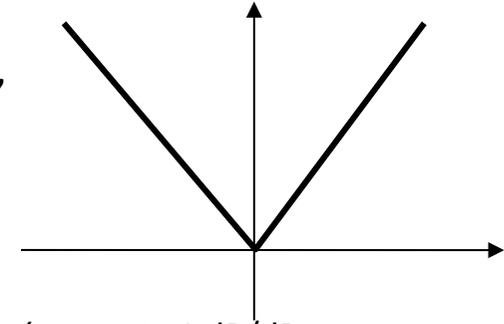
# Amplificateur en classe B ou C avec seuil

L'un des standard en téléphonie mobile demande que les simulations soient réalisées avec un amplificateur push-pull en classe C ayant un seuil (pas de signal de sortie en dessous d'une valeur de puissance d'entrée)



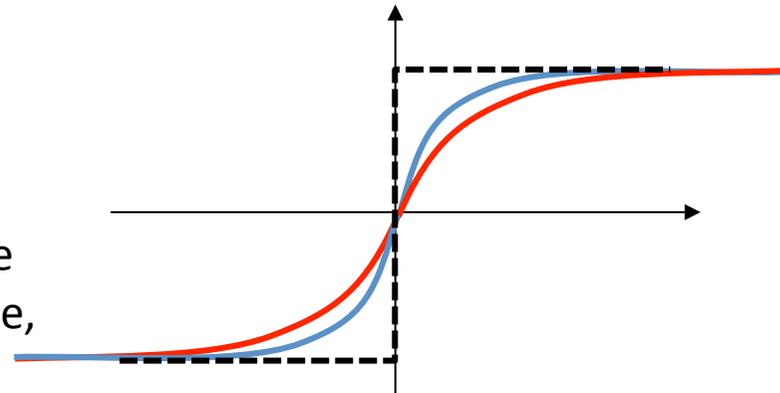
# Redresseur linéaire double alternance

- $s = |e|$ , ce n'est pas un polynôme, c'est une fonction paire,
- $g(e) = |e|/e = \text{signe}(e)$
- Il n'y a pas de sortie au fondamental
- On obtient des raies au continu et aux harmoniques pairs
  - La puissance de chaque raie est proportionnelle à la puissance de l'entrée : pente 1 dB/dB
  - Tous les ordres pairs existent
  - Sur la simulation repliement des harmoniques de rang élevé ( $> 8$ )



# Limites de fonctions analytiques

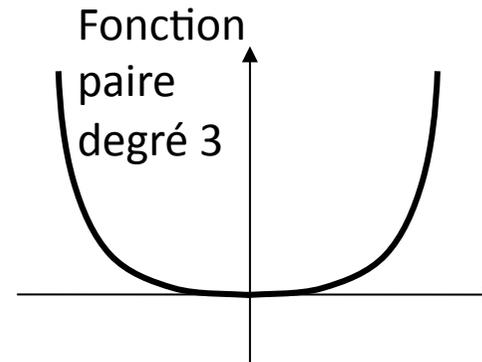
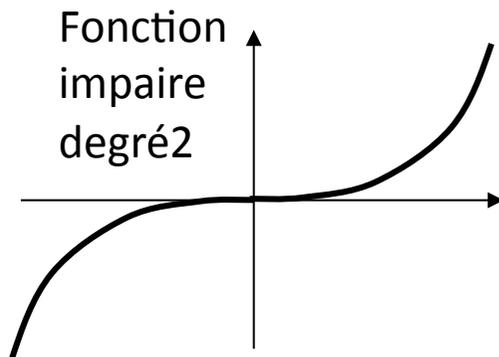
- Fonction non-analytique comme limite d'une suite de fonctions analytique
- Le remplacement par la tangente hyperbolique avec une pente plus ou moins grande à l'origine, est souvent utilisé mais n'est pas rigoureux (il faudrait toute la suite infinie de fonctions)
- De plus, ce n'est pas nécessaire, il suffit que la transformée de Tchébycheff de la fonction existe (même si elle n'est pas calculable analytiquement) donc toutes les distributions sont acceptables (puisque la transformée de Fourier existe)
- Quelques exemples ont été donnés par Blachman en 1971 mais seuls les polynômes et les fonctions trigonométriques ont été utilisés habituellement
- Les fonctions non-analytiques étudiées par Blachman, la fonction de Heaviside multipliée par une puissance et le  $\text{Log}(|e|)$  ne sont pas impaires ce qui donne des résultats difficile à interpréter et non applicables au fondamental et elles n'ont pas été utilisées depuis



# Fonctions non-analytiques à l'origine

Généralisation de l'écrêteur et du redresseur parfaits et aussi des monômes :

- Les fonctions paires ou symétriques :  $s = |e|^p$
- Les fonctions impaires ou antisymétriques :  $s = \text{signe}(e) \cdot |e|^p$



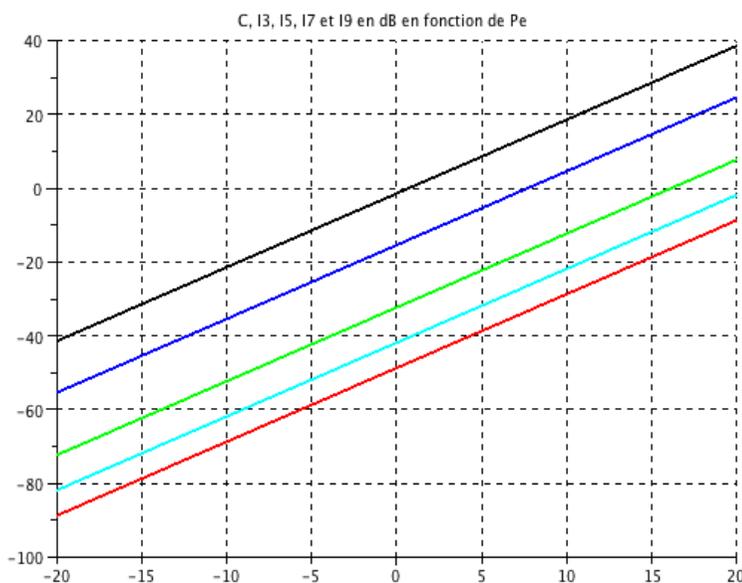
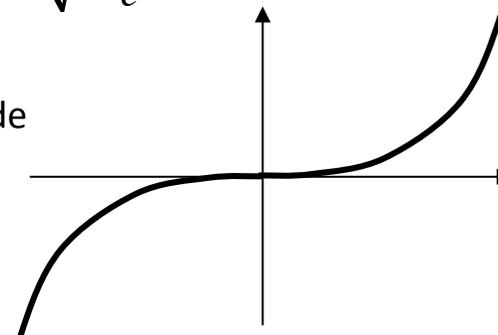
- Différences fondamentales avec la forme des polynômes :
  - La parité (la symétrie) de la fonction ne dépend plus de la parité du degré
  - Tous les rangs d'harmoniques ou tous les ordres de produits de même parité que la fonction sont créés, même au-delà du degré  $p$  (si la fonction n'est pas un polynôme)
- Généralisation applicable aussi à toutes les puissances  $p$  même non entières :
  - supérieures à -1 pour garantir la convergence mathématique,
  - supérieures ou égales à 0 pour éviter une sortie infinie pour une entrée nulle (non physique)
  - donnent une tangente infinie en 0 pour les valeurs comprises entre 0 et 1 (acceptable si actif)

# Fonction non analytique impaire de degré 2

$$s = \text{signe}(e) \cdot |e|^2 = e \cdot |e|$$

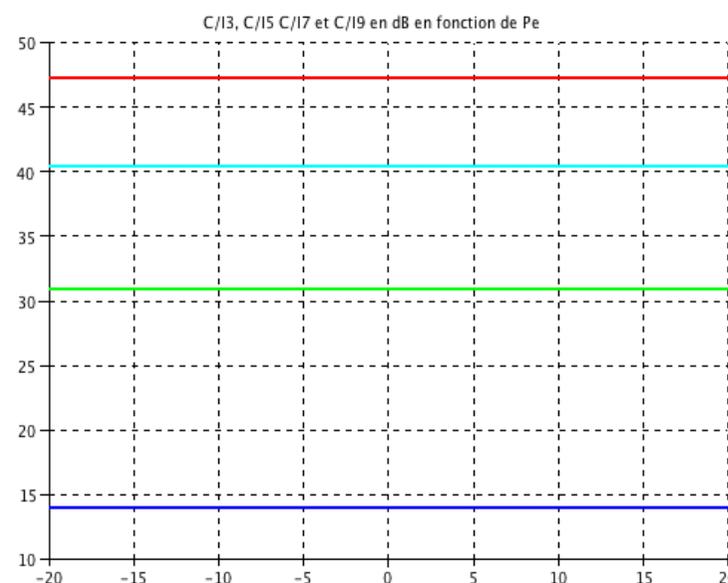
$$g = |e| = \sqrt{P_e}$$

- On obtient le fondamental et tous les harmoniques impairs
- La puissance de chaque raie est proportionnelle au carré de la puissance de l'entrée (y compris le fondamental et l'harmonique 3) : pentes de 2 dB/dB
- Tous les ordres impairs existent
- Tous les rapports C/I sont constants :
  - C/I3 = 14 dB
  - C/I5 = 30,9 dB
- Les porteuses auraient des pentes de 1 dB/dB s'il y avait un terme linéaire en plus (qui donnerait uniquement les porteuses avec une pente de 1 dB/dB) les C/I varieraient alors avec une pente de -1 dB/dB



25 mars 2013

Modélisation des non linéarités passives



Copyright Jacques Sombrin

29

# Généralisation exposant $p$ réel

Fonctions impaires :  $y = \text{sign}(x) \cdot |x|^p = x \cdot |x|^{p-1}$

Fonctions paires :  $y = |x|^p$  or  $y = x^2 \cdot |x|^{p-2}$

La parité (symétrie ou antisymétrie) de ces fonctions ne dépend pas de la parité du degré  $p$

On peut donc utiliser des degrés  $p$  non entiers si :

- Degré  $p \geq -1$  pour la convergence mathématique
- Degré  $p \geq 0$  pour les équipements actifs, sortie finie si entrée finie
- Degré  $p \geq 1$  pour les équipements passifs,  $P_{\text{sortie}} \leq P_{\text{entrée}}$
- Et saturation des termes non-linéaires à forte puissance

Polynômes et séries entières sont  
des cas particuliers des fonctions proposées

# Intérêt de cette généralisation

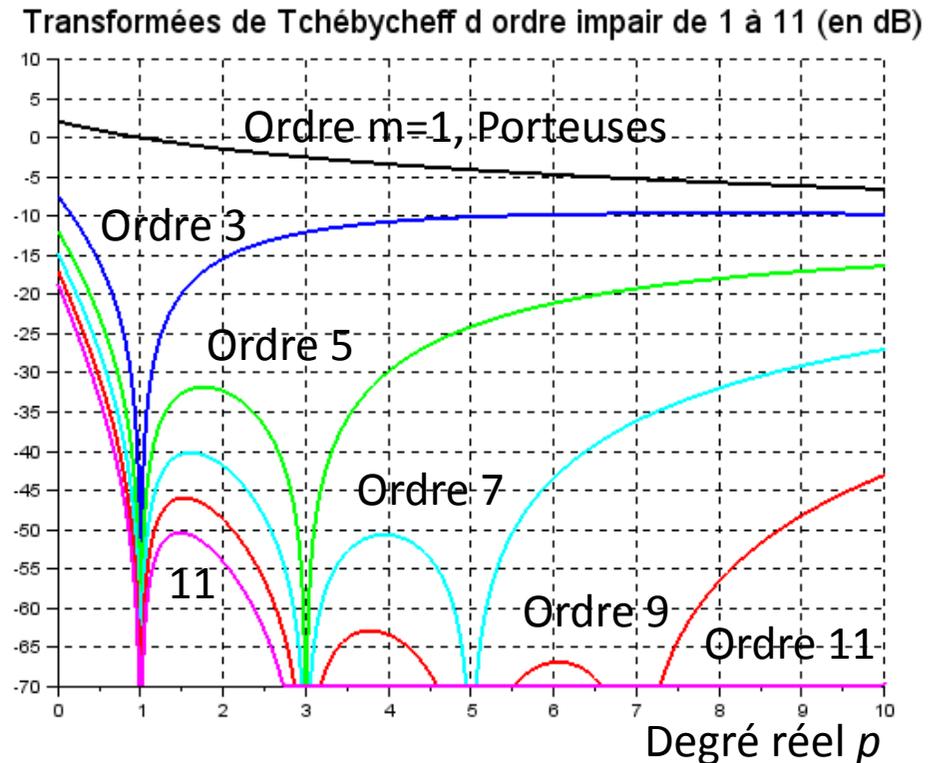
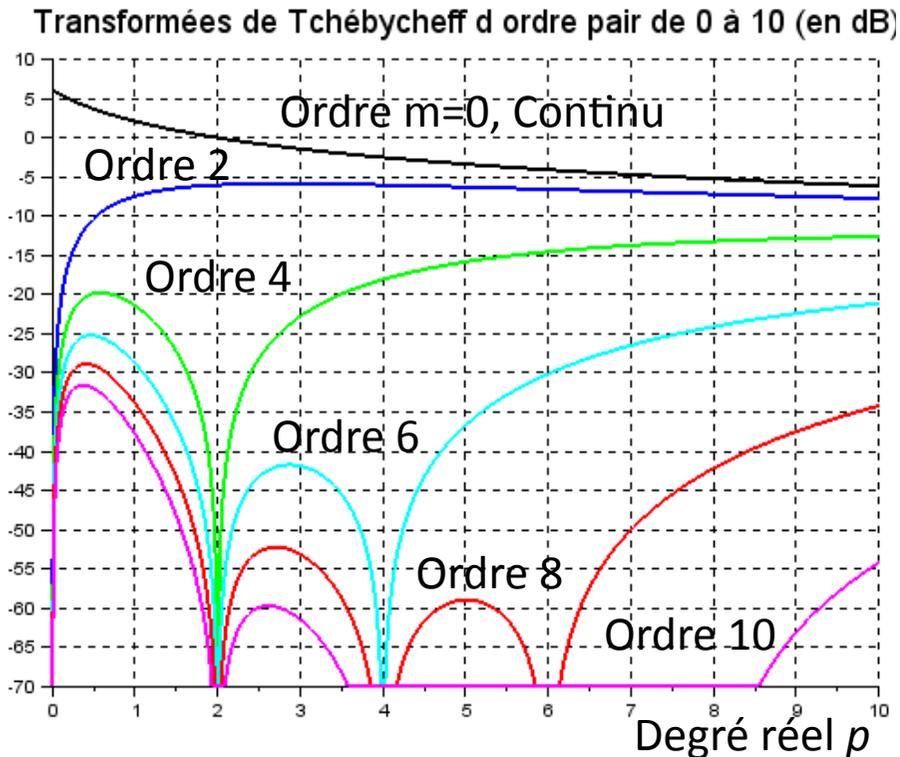
- Comme les monômes, toutes ces fonctions sont des éléments invariants de la transformée de Tchébycheff, la puissance et la parité sont conservées
- Les formules sont les mêmes que pour les monômes en remplaçant les factorielles par des fonctions  $\Gamma$  :  $\Gamma(n+1) = n!$
- Les fonctions impaires donnent des harmoniques  $m$  (entiers) impairs :

$$f(x) = \text{signe}(x) \cdot |x|^p \quad f_m(a) = 2 \cdot \text{signe}(a) \left(\frac{a}{2}\right)^p \frac{\Gamma(p+1)}{\Gamma\left(\frac{p+m}{2}+1\right)\Gamma\left(\frac{p-m}{2}+1\right)}$$

- Les fonctions paires donnent des harmoniques  $m$  (entiers) pairs
- Les monômes sont des cas particuliers pour lesquels les rangs ou ordres supérieurs au degré s'annulent (parce que la fonction  $\Gamma$  au dénominateur devient infinie pour des valeurs entières négatives ou nulles)

# Tracés en dB du coefficient

$$\frac{\Gamma(p+1)}{\Gamma\left(\frac{p+m}{2}+1\right)\Gamma\left(\frac{p-m}{2}+1\right)}$$

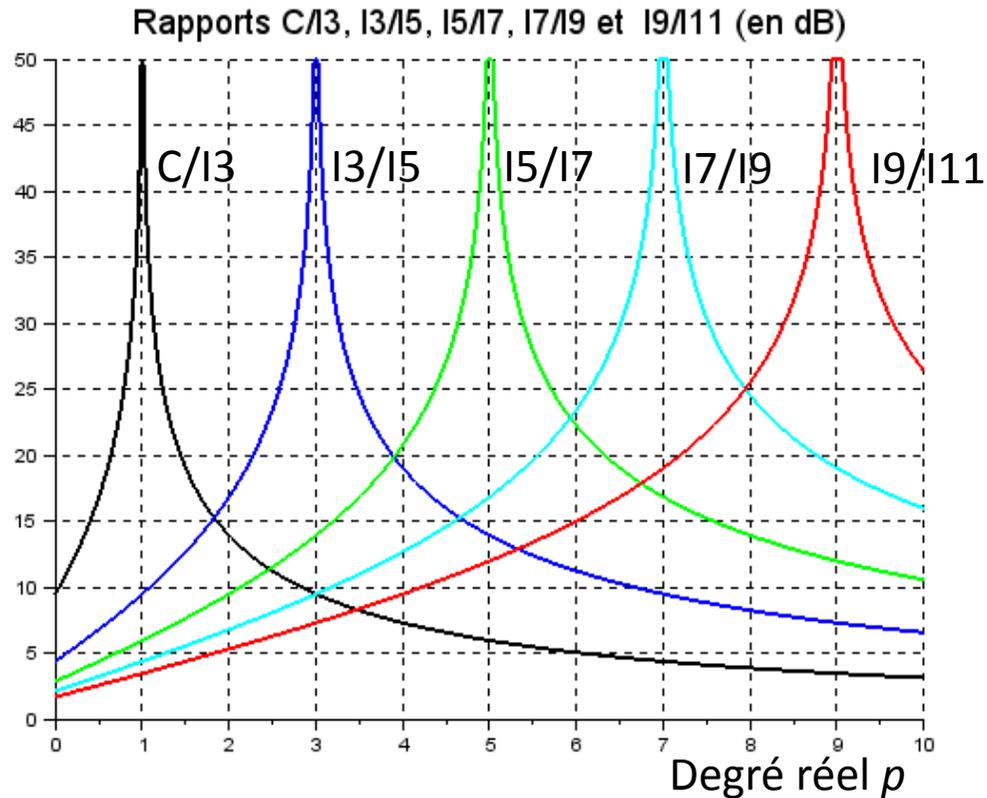


Pour un degré  $p$  donné :

- tous les produits de même parité que la fonction de départ existent
- sauf si c'est un nombre entier de même parité que la fonction, dans ce cas les produits d'ordre supérieur à  $p$  sont nuls

Le degré  $p$  fixe les pentes et les rapports entre produits d'ordres  $m$  successifs

# Rapports entre produits successifs



- Les rapports sont continus même si les deux produits sont nuls
- Les rapports sont discontinus si le dénominateur seul s'annule

# Généralisation des courbes AM/AM et AM/PM aux harmoniques supérieurs (2 et plus)

- Les deux cas particuliers traités s'appliquent aux fonctions de transfert réelles et aux fonctions de transfert en enveloppe complexe aux harmoniques 0 et 1
- Pour traiter l'effet, en enveloppe complexe, à l'harmonique  $m$ , d'un terme de degré  $p$ , il faut utiliser des fonctions de la forme :

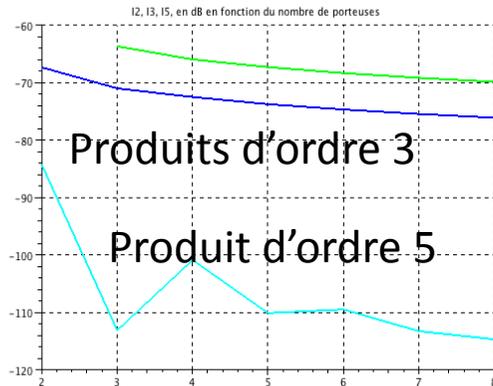
$$y = x^m \cdot |x|^{p-m} \qquad y = \left( \frac{x}{|x|} \right)^m \cdot |x|^p = e^{jm\theta} \cdot |x|^p$$

- La phase instantanée (donc la fréquence instantanée) de l'enveloppe complexe est multiplié par le rang de l'harmonique  $m$  (obligatoirement entier)
- Son amplitude est élevée au degré  $p$  quelconque
- Le «gain» appliqué à  $x^m$  peut être remplacé par une fonction quelconque (analytique ou non) du module de l'entrée (ou bien une fonction analytique de la puissance de l'entrée dans le cas analytique)

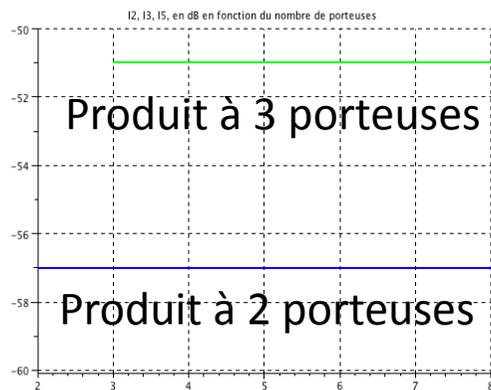
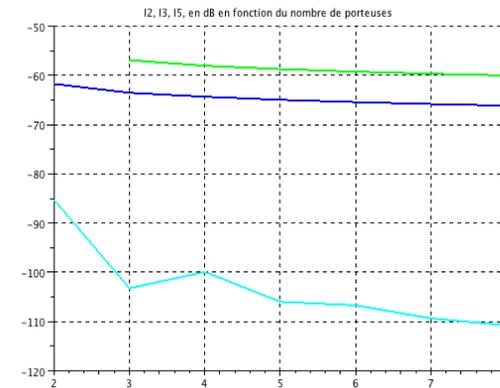
# Effets en multi-porteuses

- Beaucoup de résultats tenus pour vrais sont valables uniquement en petit signal et pour des fonctions dont la non linéarité a un plus petit degré égal à 3 (en fait uniquement pour le terme de degré 3)
- Exemples :
  - Si on augmente la puissance de  $x$  dB, les produits d'ordre 3 augmentent de  $3.x$  dB, les produits d'ordre 5 de  $5.x$  dB ...
  - Si on ajoute des porteuses en gardant la puissance par porteuse constante, les produits déjà existants gardent la même puissance
  - Les produits d'ordre 3 à 3 porteuses ( $f_1+f_2-f_3$ ) ont une amplitude double de celle des produits d'ordre 3 à 2 porteuses ( $2f_1-f_2$ ) (6 dB de plus)
- Tout ceci est faux si le plus petit degré  $p$  est différent de 3
  - si le degré  $p$  n'est pas un entier impair, tous les produits augmentent de  $p.x$  dB
  - C'est même faux dans le cas analytique, par exemple si le plus petit degré est 5 les produits d'ordre 3 et d'ordre 5 augmentent tous les deux de  $5.x$  dB
- Certaines variations par rapport au degré 3 sont de sens opposé suivant que le degré est inférieur ou supérieur à 3

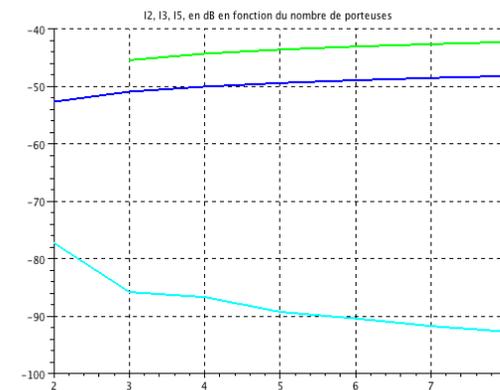
# Puissance des produits d'ordre 3 et 5 en fonction du nombre de porteuses à puissance constante par porteuse



2 2,5  
Degré

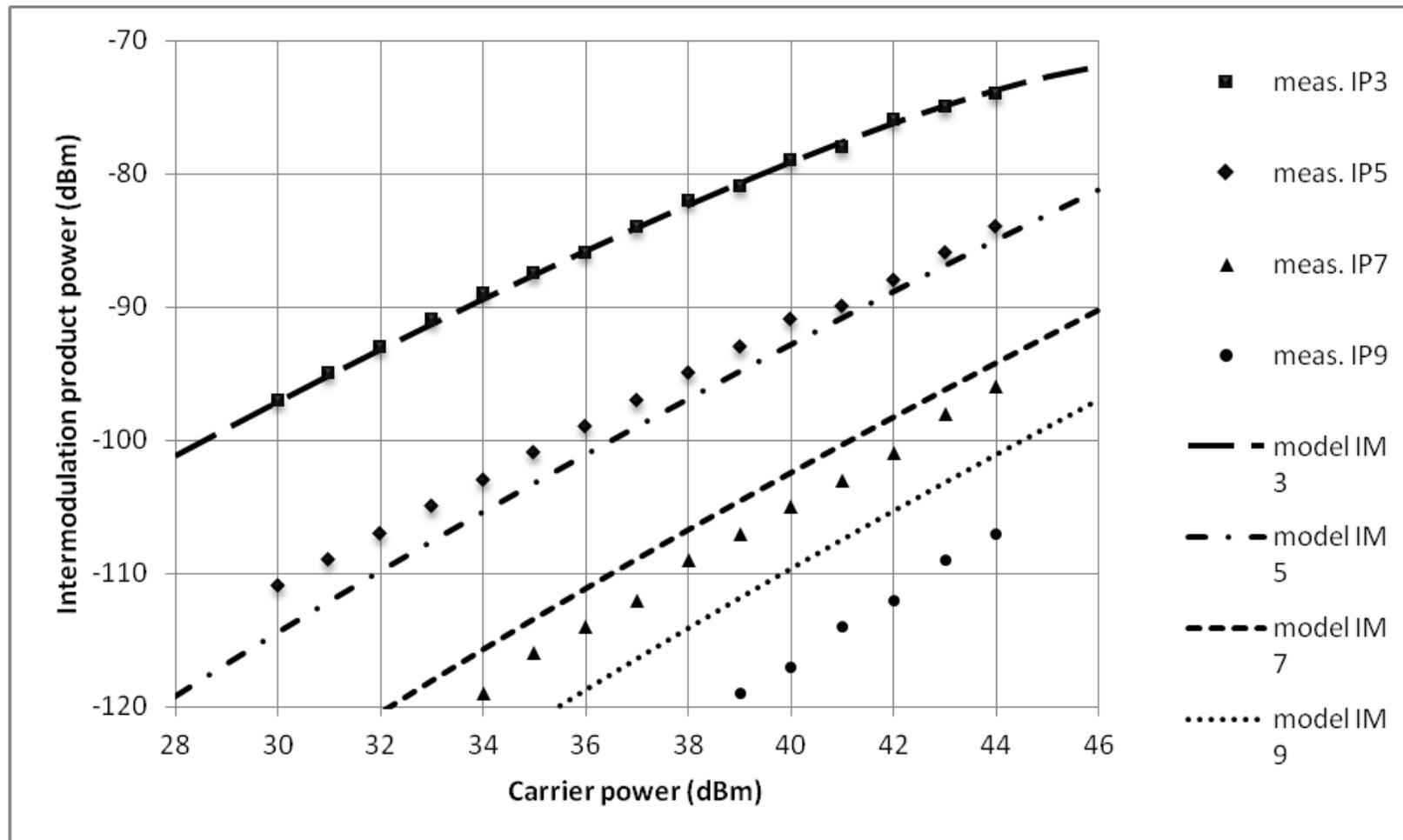


3 3,5



# Modélisation non analytique

## 3 termes non linéaires de degrés 1,5 ; 2 et 2,5



# Utilisation de modèles discontinus

- L'utilisation involontaire d'un modèle discontinu peut donner des résultats aberrants sur les produits d'intermodulation
- Par exemple, le premier modèle de Cann (1980) et le modèle de Rapp (1991) sont des modèles de Saleh modifiés dont le gain dépend du module de l'enveloppe du signal d'entrée et non du carré du module. Ils sont non-analytiques pour certaines valeurs des exposants et peuvent donner des pentes incohérentes pour les produits d'intermodulation d'ordre 3
- Les modèles de Schreuers peuvent avoir le même problème
- Après une critique de Loyka en 2000, Cann a proposé en 2012 un deuxième modèle qui est analytique
- Cependant, certains amplificateurs ont des pentes différentes de 3 dB/dB pour le produit d'intermodulation d'ordre 3

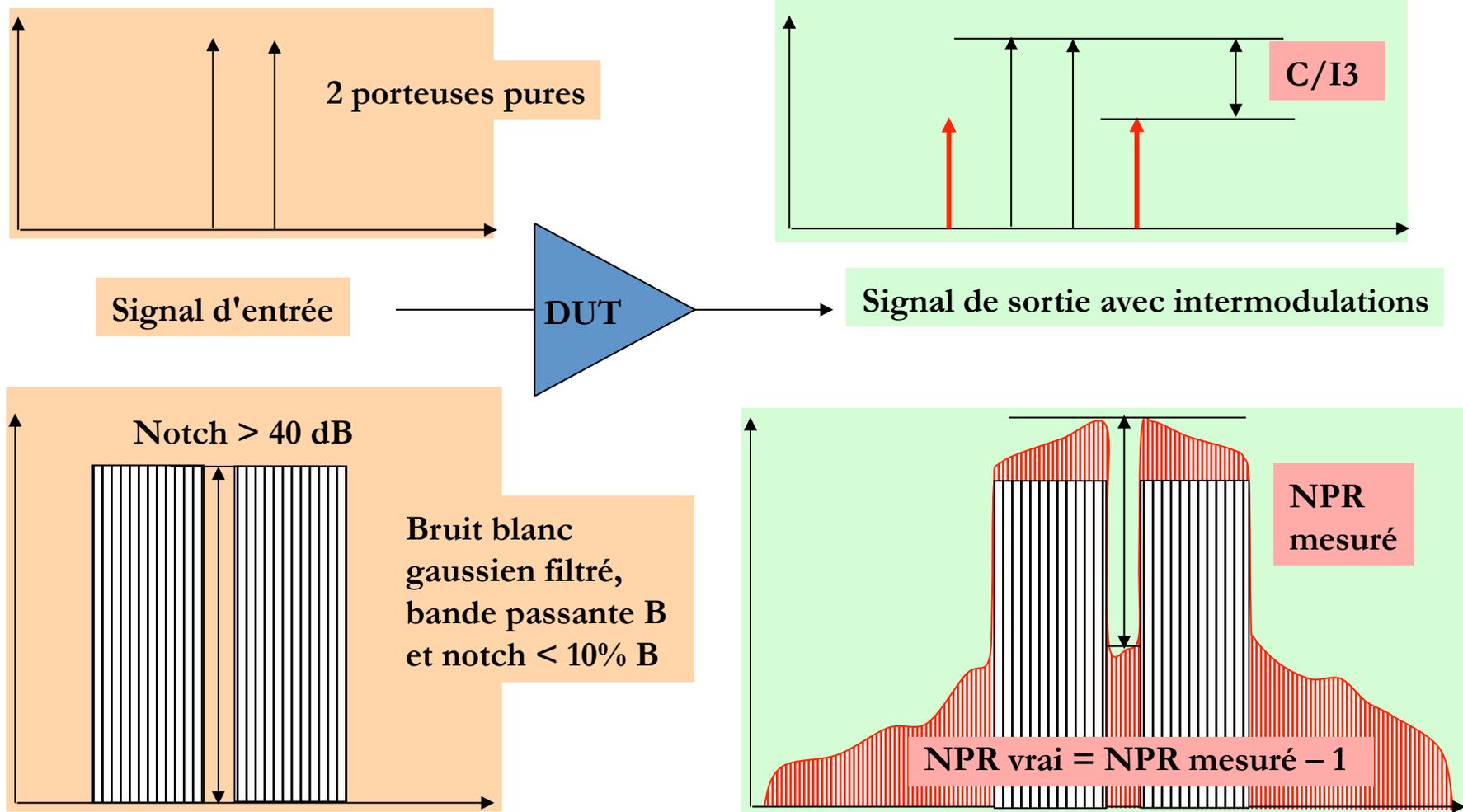
# Mesure des performances non-linéaires

- Les mesures de C/I sont intéressantes lorsque l'on a des porteuses pures mais elles ne sont qu'une approximation en porteuses modulées
- Pour un grand nombre de porteuses modulées ou non, cette approximation devient correcte, c'est la mesure du NPR en bruit gaussien
- Pour une porteuse modulée la mesure de l'EVM ou du MER =  $-20 \log(\text{EVM})$  est utilisée dans les standard
- La mesure de la puissance consommée dans les mêmes conditions que la mesure de la non-linéarité est indispensable pour réaliser ensuite l'optimisation
- Les mêmes courbes en porteuse modulée ou en multi-porteuse peuvent être obtenues par simulation à partir des courbes de mesure en porteuse pure : courbes AM/AM, AM/PM et consommation en porteuse pure

# Signaux complexes : NPR

- Lorsque le signal d'entrée est composé d'une bande  $B$  de bruit blanc gaussien (qui peut être simulé par un grand nombre de porteuses de même amplitude, équidistantes en fréquence dans la bande et de phases aléatoires) les produits d'intermodulation de tous les ordres sont répartis dans la bande et les bandes adjacentes, l'ordre 3 dans  $3B$ , l'ordre 5 dans  $5B$ , l'ordre  $n$  dans  $nB$
- On définit le NPR (noise power ratio) comme le rapport entre la dsp (densité spectrale de puissance) du signal et la dsp du bruit au milieu de la bande  $B$ 
  - Ce rapport varie d'environ 1,8 dB entre le centre et les bords de la bande  $B$
- On peut mesurer le NPR en réalisant un trou dans la bande de signal d'entrée  $B$  et en mesurant le bruit en sortie dans cette bande à l'aide d'un analyseur de spectre ainsi que le signal (plus le bruit) dans une bande équivalente à côté du trou
  - Cette mesure (appelée méthode du notch) ne s'applique qu'à un bruit blanc car elle détruirait les possibles régularités temporelle d'un autre signal
- On peut enregistrer les signaux d'entrée et de sortie en fonction du temps avec un oscilloscope numérique et réaliser une corrélation entre le signal d'entrée et le signal de sortie, le bruit est la partie du signal de sortie non corrélée au signal d'entrée
  - Cette mesure (appelée méthode du gain équivalent) peut s'appliquer à n'importe quel signal car elle ne modifie pas le signal d'entrée
- On peut calculer le NPR par extrapolation à partir de mesures des produits d'intermodulation d'ordre 3 à 2, 4 ou 8 porteuses
- On peut enfin le calculer par simulation de ces mêmes expérimentations à partir des mesures des courbes AM/AM et AM/PM

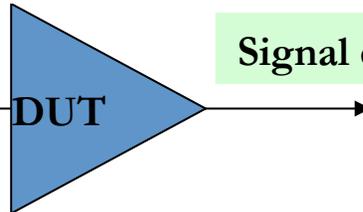
# Mesure du NPR, Méthode du notch



# Mesure du NPR

## Méthode du gain équivalent

Signal d'entrée  $e(t)$  :  
Bande de bruit ou  
Porteuse modulée



Signal de sortie  $s(t)$  avec intermodulations

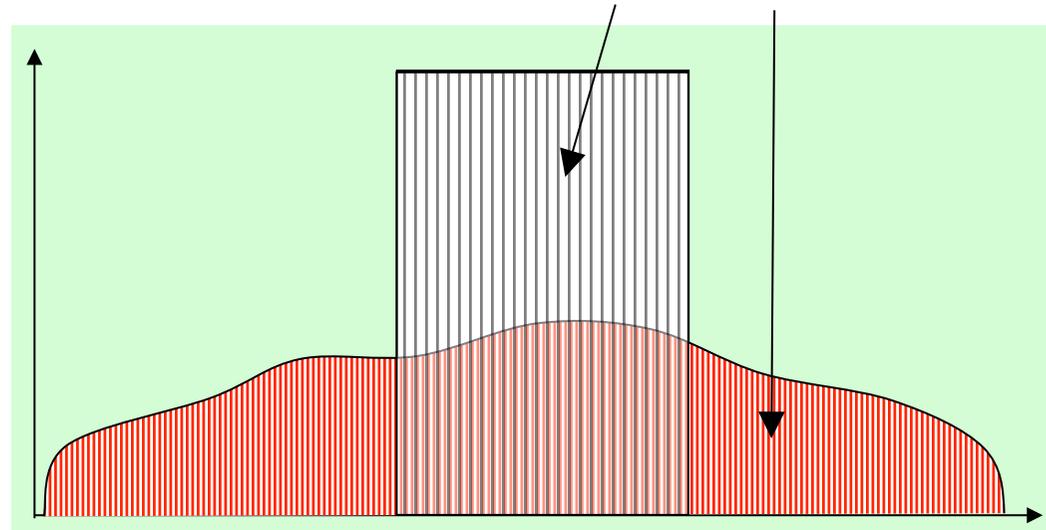
$$\gamma_e = \frac{E[s(t) \cdot e^*(t)]}{E[e(t) \cdot e^*(t)]}$$

$$n(t) = s(t) - \gamma_e \cdot e(t)$$

$$C/I = \frac{\gamma_e \cdot \gamma_e^* \cdot E[e(t) \cdot e^*(t)]}{E[n(t) \cdot n^*(t)]}$$

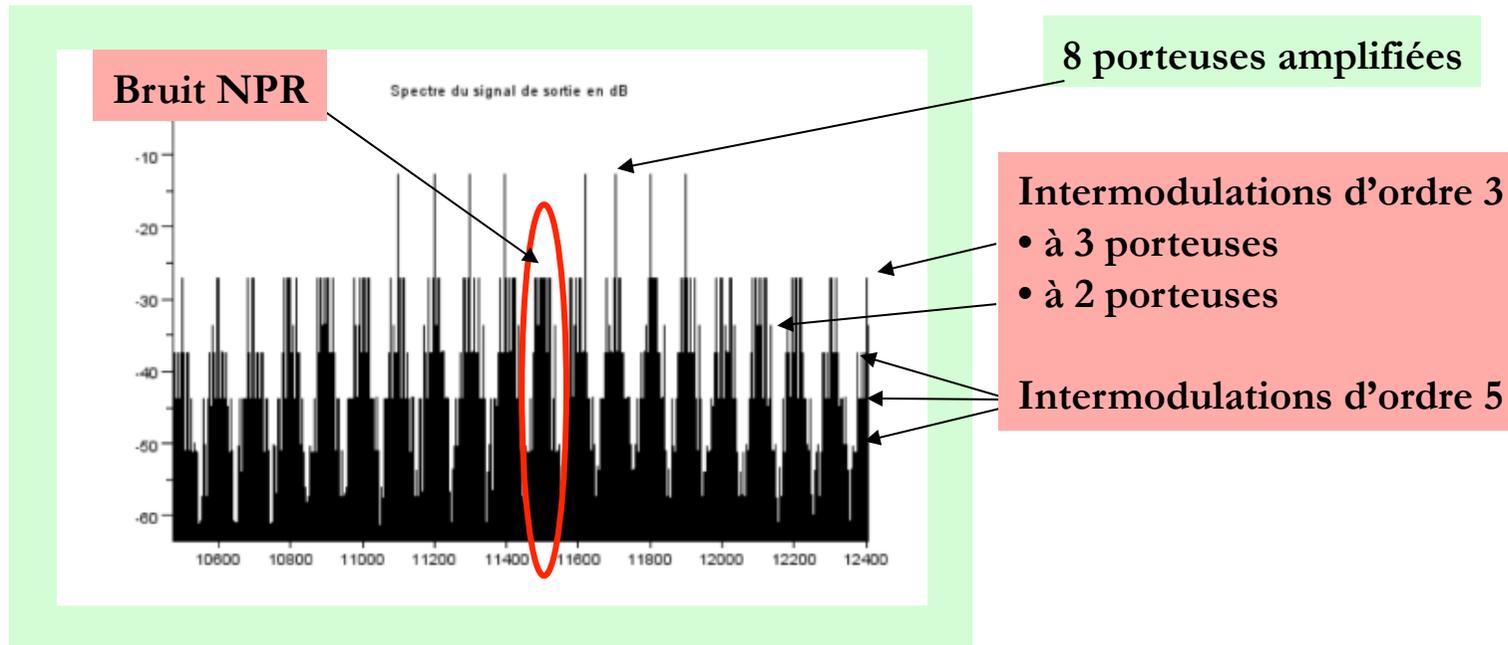
$$C/I = \frac{E[s(t) \cdot s^*(t)]}{E[n(t) \cdot n^*(t)]} - 1$$

$$s(t) = \gamma_e \cdot e(t) + n(t)$$



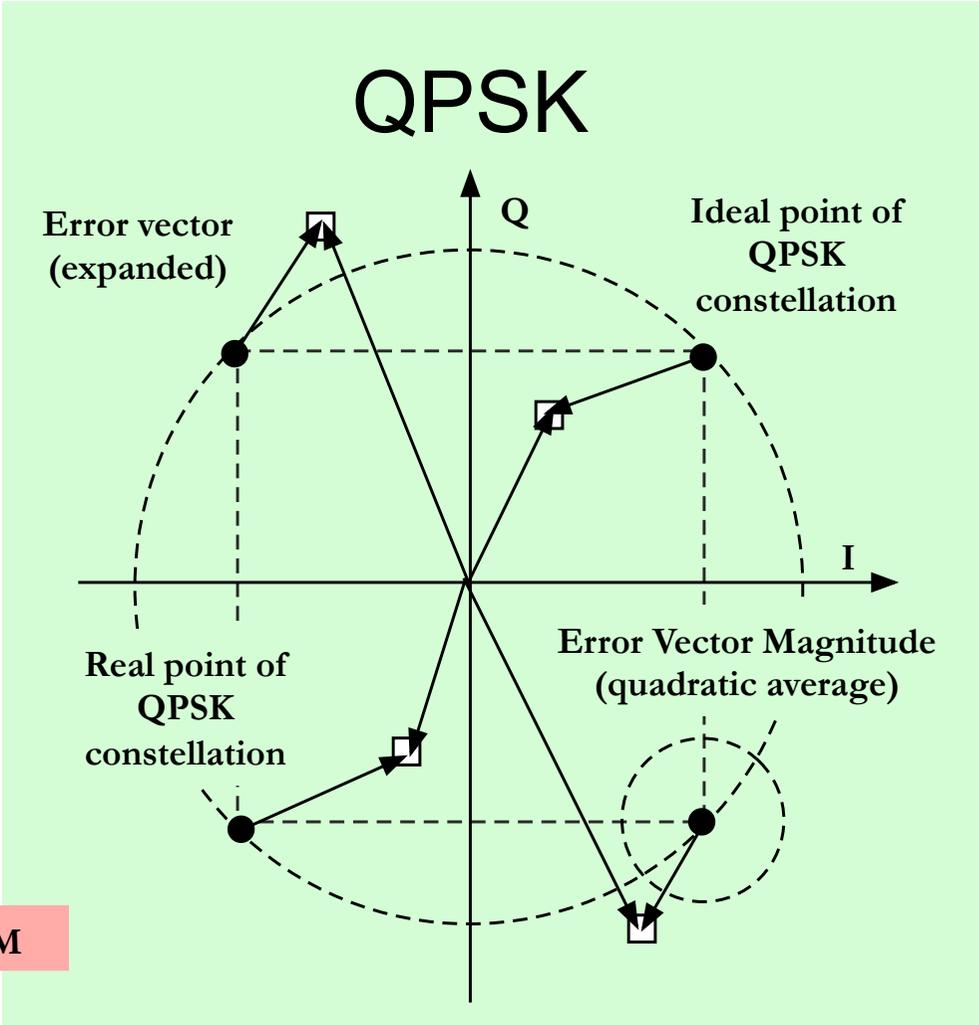
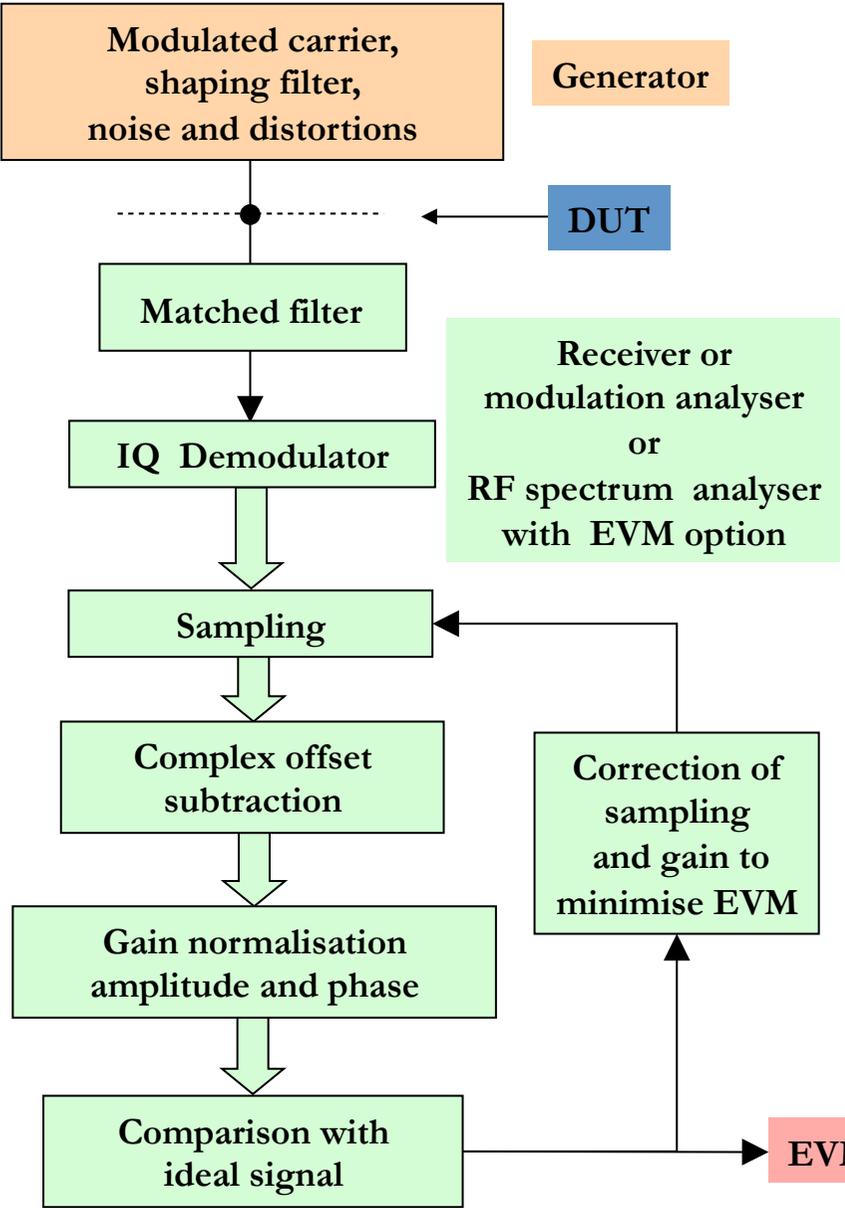
# Mesure du NPR avec 8 porteuses pures

Simulation scilab du C/I et du NPR à huit porteuses pures



- Des porteuses décalées (en progression géométrique de raison 3) par rapport à des porteuses équidistantes en fréquence permettent de mesurer le NPR à 8 porteuses dans le trou central.
- Réalisable simplement avec les équipements de mesure actuels
- Mesure de produits d'intermodulation passifs d'antennes
  - $C/I_3 \gg 120$  dB avec 100 watts par porteuse et un multiplexeur passif

# Mesure d'EVM



# Mesures de TEB

- Les mesures de NPR ou d'EVM sont équivalentes
- Elles peuvent être reliées à la même définition mathématique par la corrélation entrée-sortie
- Elles ne sont pas suffisantes (mêmes erreurs)
- Elles doivent être complétées (ou calibrées) par la mesure du TEB avec ou sans code correcteur d'erreur ou de la dispersion des échantillons optimaux après filtre adapté (bruit ISI)
- Une égalisation linéaire (éventuellement non-linéaire) peut être nécessaire avant la mesure d'EVM, NPR, ISI ou TEB

# Optimisation en puissance

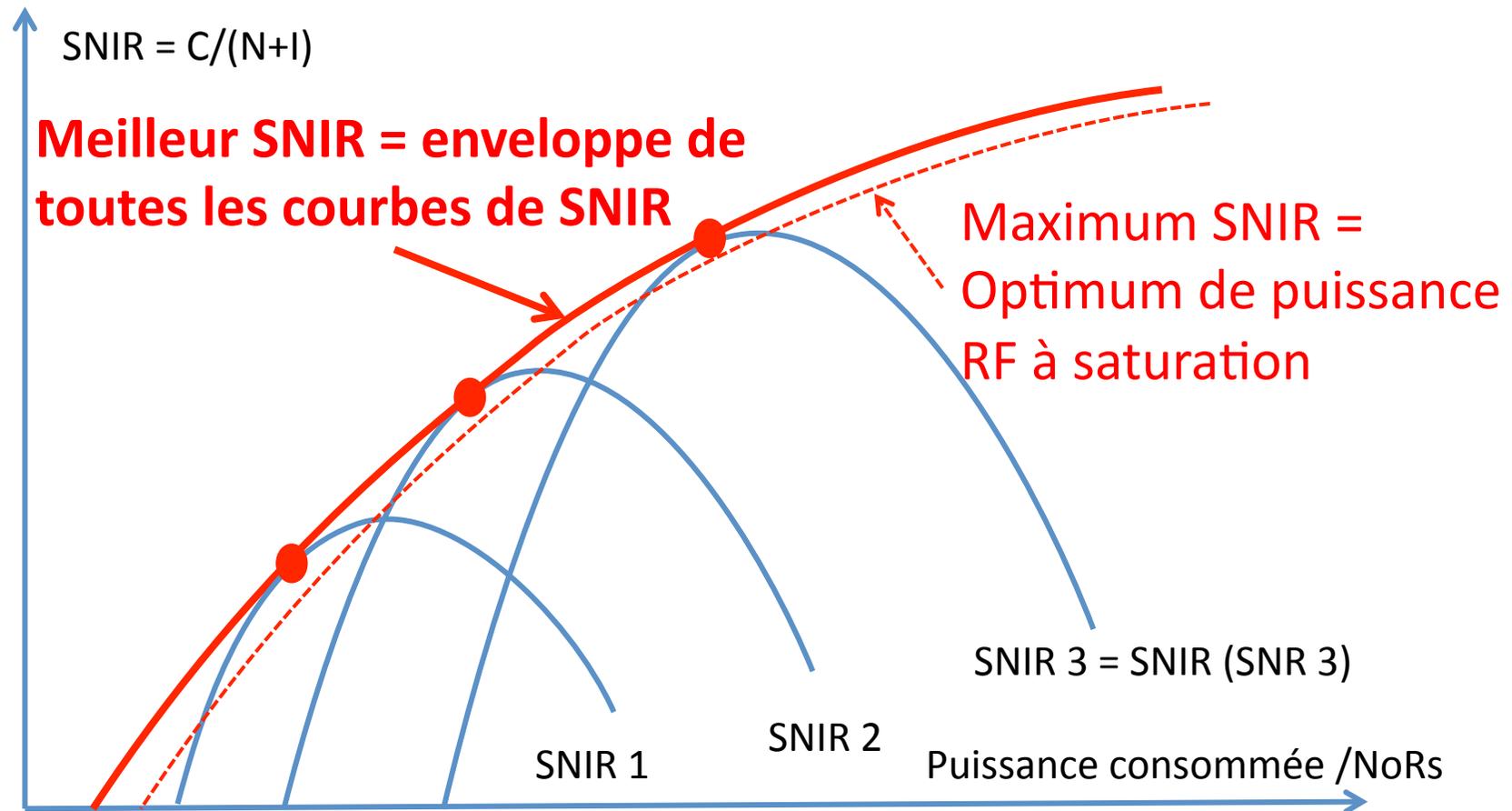
Les mesures de non-linéarité (NPR ou EVM) donnent un bruit d'intermodulation équivalent  $I$  que l'on peut ajouter au bruit thermique  $N$  dans le récepteur :  $N+I$

La courbe de  $C/I$  étant connue, chaque rapport  $C/N$  donne une courbe de  $C/(N+I)$  en fonction de la puissance d'entrée

On peut ensuite combiner les mesures de puissance de sortie, de  $C/(N+I)$  et de consommation en fonction de la puissance d'entrée pour obtenir des courbes optimales donnant le meilleur rapport  $C/(N+I)$  pour :

- Une puissance à saturation donnée
- Une puissance consommée donnée
- Une puissance dissipée donnée

# Minimisation de la puissance consommée



# Optimisation en efficacité spectrale

On peut combiner ces courbes avec les performances d'un signal et du démodulateur

(courbe de Shannon d'efficacité spectrale en fonction de  $E_b/N_0$ )

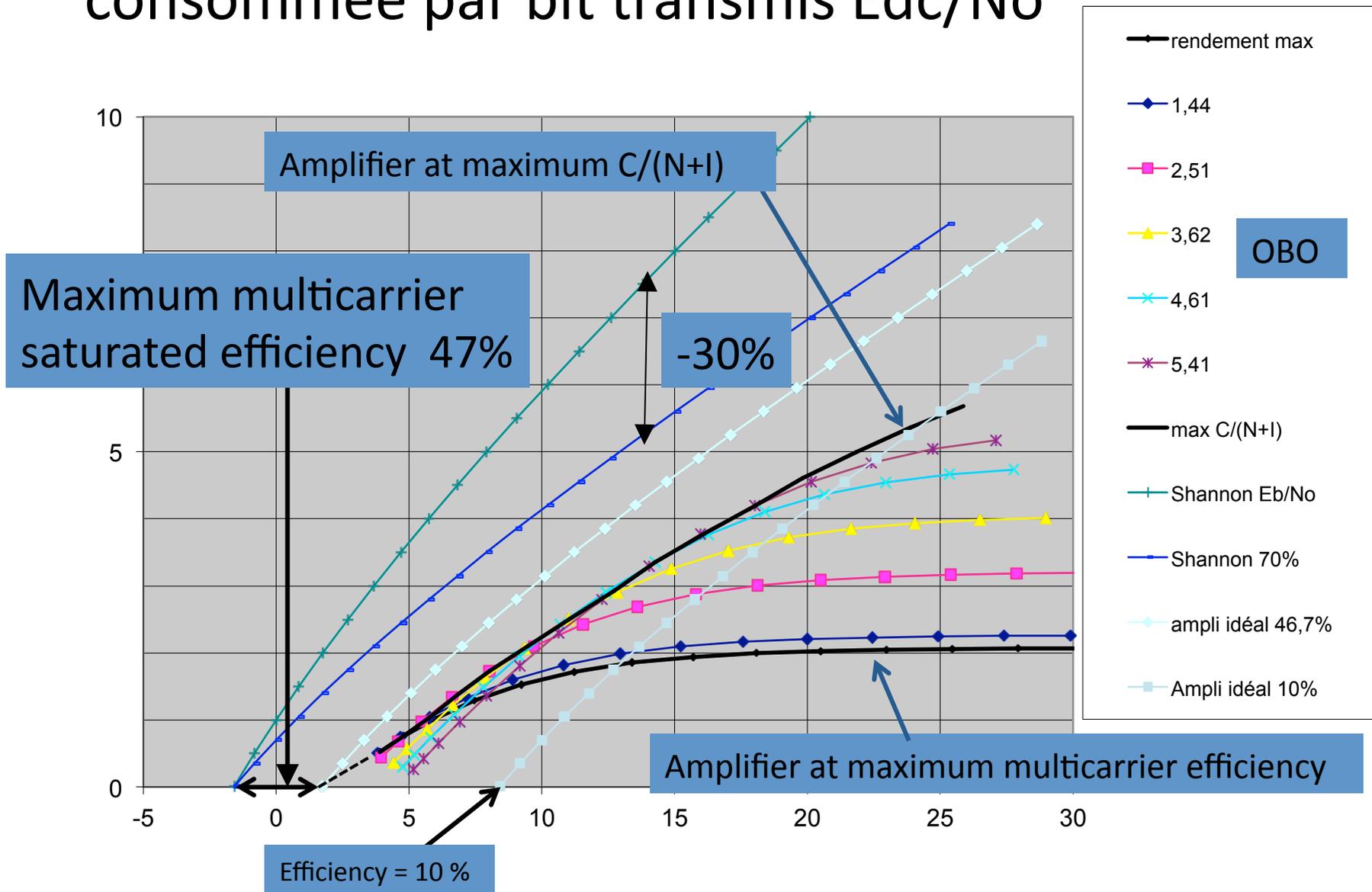
Pour obtenir les courbes d'efficacité spectrale en fonction de :

L'énergie RF à saturation nécessaire par bit émis

L'énergie consommée par bit émis

L'énergie dissipée par bit émis

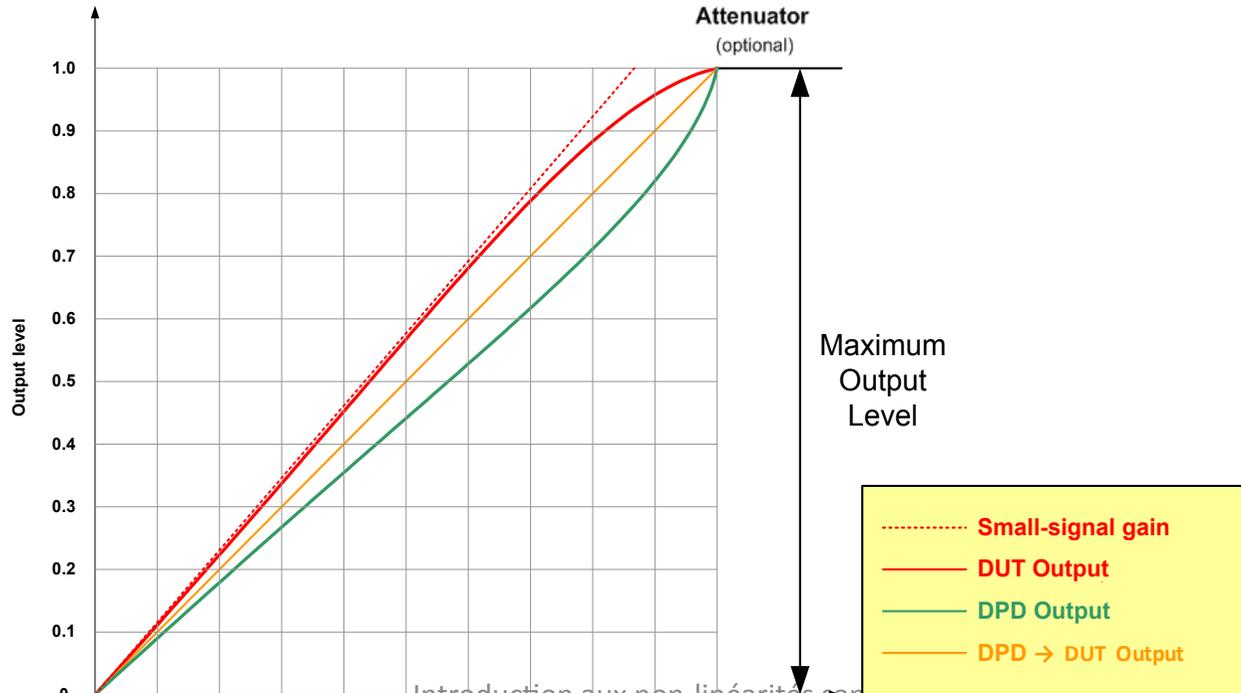
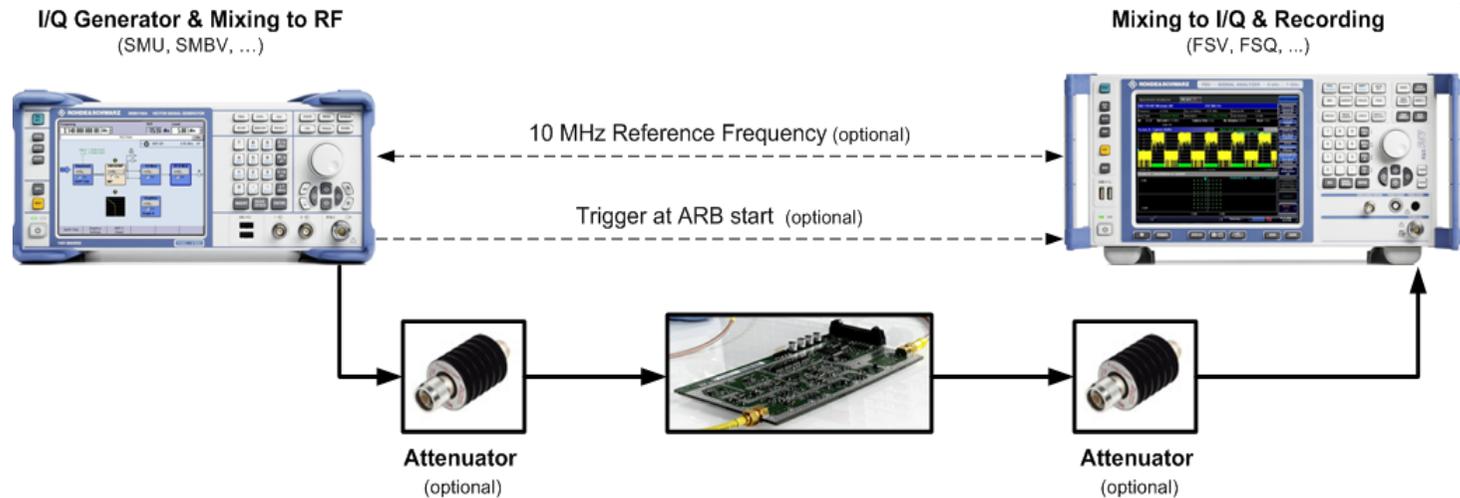
# Efficacité spectrale en fonction de l'énergie consommée par bit transmis $E_{dc}/N_0$



# Linéarisation par pré-distorsion

- Les courbes d'optimisation montrent en général une perte importante
- La correction de la non-linéarité par pré-distorsion est la plus simple à mettre en œuvre
- Elle consiste à placer devant l'amplificateur non-linéaire une non-linéarité inverse (dans la partie monotone de la non-linéarité) suivie d'un écrêteur
- L'amplificateur linéarisé a une réponse idéale en amplitude et en phase jusqu'à la saturation
- Sa consommation est celle de l'ampli non-linéaire à la même puissance de sortie (et non d'entrée)
- Si le générateur de signal est numérique, on peut appliquer cette pré-distorsion en numérique avant de générer le signal

# Mesure de composants linéarisés au mieux



Documents Martin Weiss  
Rohde & Schwarz

# Linéarisation par post-distorsion

- La linéarisation par post-distorsion est possible sur un émetteur mais elle peut diminuer le rendement électrique
- Elle est par contre de plus en plus proposée dans les récepteurs, par exemple pour diminuer la puissance des produits d'intermodulation actifs ou passifs qui tombent dans la bande passante de réception
- Faisable si tous les signaux proviennent du même équipement (produits actifs émis puis reçus par couplage linéaire dans le duplexeur ou l'antenne)
- Plus difficile s'il faut prendre en compte d'autres émetteurs (produits passifs reçus, couplage non-linéaire)
- On simule la même non-linéarité ou bien on extrait les produits de la sortie de l'amplificateur d'émission et on soustrait ces produits du signal à corriger avec éventuellement un gain adaptatif

# Attention aux présentations des résultats

- Les courbes en fonction de la puissance ou de la décote d'entrée sont nécessaires pour les entrées de données et les calculs
  - Les courbes en fonctions de la puissance de sortie ne sont pas des fonctions au sens mathématique
- Par contre les résultats doivent être présentés en fonction de la puissance ou décote de sortie ou de la puissance consommée pour pouvoir faire des comparaisons
  - Un résultat de non-linéarité ou de linéarisation présenté en fonction de la puissance d'entrée est trompeur
  - Un atténuateur placé devant un amplificateur « améliore » la courbe de C/I en fonction de la puissance d'entrée

# Conclusion

- On a présenté les non-linéarités sans mémoire, le calcul des produits d'intermodulation dans les cas des modèles continus et discontinus et les performances en NPR ou en EVM
- L'optimisation de  $C/(N+I)$  ou d'efficacité spectrale est faite de la même façon dans les deux cas en fonction des puissances ou énergies RF, consommée ou dissipée
- La linéarisation ne nécessite pas non plus des modèles continus mais la pré-distorsion ne peut être appliquée qu'à une partie monotone de la non-linéarité

# Références – Calcul des produits d'intermodulation

Brockbank, Wass, "Non-linear distortion in transmission systems", Journal of the IEE, Part III: Radio and Communication Engineering, Vol. 92, Issue 17, 1945, pp. 45-56

Wass, C.A.A.: "A table of intermodulation products", Journal of the IEE, part III, Vol. 95, Issue 33, 1948, pp. 31-39

N. Blachman, "Band-Pass Nonlinearities", IEEE Trans. on Information Theory, April 1964, pp. 162-164

R. J. Westcott, "Investigation of multiple FM+FDM carriers through satellite TWT operating near to saturation", Proc. IEE, Vol. 114, No. 6, June 1967, pp. 726-740

Blachman, N. M.: "Detectors, bandpass nonlinearities and their optimization: inversion of the Chebyshev transform", IEEE Trans. on Information Theory, IT-17, No. 4, July 1971, pp. 398-404

Blachman, N.: "Intermodulation in terms of the harmonic output of a nonlinearity", IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Vol. ASSP-29, No. 6, December 1981, pp. 1202-1205

J. Sombrin, "Non-linéarités des tubes à onde progressive", Note Technique CNES N° 28, janvier 1976

J. Sombrin, "Simulation des non-linéarités", Note Technique CNES N° 74, juillet 1977

J. Sombrin, "Simulation des non-linéarités", présentation CCT TSI, 26 février 1998,

# Références – modèles (1)

A. Saleh, “Frequency-Independent and Frequency-Dependent Nonlinear Models of TWT Amplifiers”, IEEE Trans. On Communications, Vol COM-29, NO. 11, November 1981, pp. 1715-1720

A., J. Cann: “Nonlinearity model with variable knee sharpness”, IEEE Trans on Aerospace and Electronic systems, Vol. AES-16, No. 6, November 1980, pp. 874-877

G. Tong Zhou, Hua Qian, Lei Ding and Raviv Raich: “On the baseband representation of a bandpass nonlinearity”, IEEE Trans. on Signal Processing, Vol. 53, No. 8, August 2005, pp. 2953-2956

S. L. Loyka: “On the use of Cann’s model for nonlinear behavioral-level simulation”, IEEE Trans. on Vehicular Technology, September 2000, pp. 1982-1985

A. R. Kaye, D. A. George, and M. J. Eric: “Analysis and compensation of bandpass nonlinearities for communications”, IEEE Trans. on Communications, October 1972, pp. 965-972

Gelb, A., Vander Velde, W. E.: “Multiple-input describing functions and nonlinear system design”, McGraw Hill Book Company, 1968

C. Rapp: “Effects of HPA-nonlinearity on a 4-DPSK/OFDM-signal for a digital sound broadcasting system”, Proceedings of the Second European Conference on Satellite Communications, Liège, Belgium, 22-24 October 1991, pp. 179-184

Saleh, A. M.: “Intermodulation analysis of FDMA satellite systems employing compensated and uncompensated TWT’s”, IEEE Trans. on Communications, Vol. COM-30, No. 5, May 1982, pp. 1233-1242

Schreurs, D., O’Droma, M., Goacher, A. A., and Gadringer, M.: “RF Power amplifier behavioural modelling”, Cambridge University Print, 2009

# Références – modèles (2)

Clarke, K. K., Hess, D. T.: “Communications circuits: analysis and design”, Addison-Wesley Publishing Company, 1971

C. Fager, J. C. Pedro, N. Borges de Carvalho, H. Zirath, M. J. Rosario: “A comprehensive analysis of IMD behavior in RF CMOS power amplifiers”, IEEE Journal of Solid-State Circuits, Vol. 36, No. 1, January 2004, pp. 24-34

J. C. Pedro, N. B. Carvalho, C. Fager and J. A. Garcia: “Linearity versus efficiency in mobile handset power amplifiers; a battle without a loser”, Microwave Engineering Europe, August/September 2004, pp. 19-26

J. Verspecht and D. E. Root: “Polyharmonic distortion modelling”, IEEE Microwave Magazine, June 2006, pp. 44-57

Soury, A., Ngoya, E.: “A two-kernel nonlinear impulse response model for handling long term memory effects in RF and microwave solid state circuits”, IEEE MTT-S 2006 Digest, pp. 1105-1108

T. R. Cunha, E. G. Lima, J. C. Pedro: “A polar oriented Volterra model for power amplifier characterization”, IEEE IMS 2009 Digest, pp. 556-559.

E. G. Lima, T. R. Cunha, H. M. Teixeira ; M. Pirola, J. C. Pedro: “Base-band derived Volterra series for power amplifier modeling”, IEEE IMS 2009 Digest, pp. 1361-1364.

J. Verspecht et al.: “Extension of X-parameters to include long-term dynamic memory effects”, IEEE MTT-S 2009 Digest, pp. 741-744

A. J. Cann: “Improved nonlinearity model with variable knee sharpness”, IEEE Trans on Aerospace and Electronic systems, Vol. 48, No. 4, October 2012, pp. 3637-3646

# Références – Intermodulations passives (1)

Cox, R.D., “Measurement of waveguide component and joint mixing products in 6-GHz frequency diversity systems”, IEEE Trans. On Communication Technology, Vol. COM-18, No. 1, February 1970, pp. 33-37

Chapman, Rootsey, Polidi, Davison, “Hidden threat multicarrier passive component IM generation”, AIAA 6th Communications Satellite Systems Conference, April 1 1976, Montreal, Canada, pp. 296/ 1-9

A. Shitvov, D. Zelenchuk, A. Schuchinsky, “Carrier-Power Dependence of Passive Intermodulation Products in Printed Lines”, 2009 Loughborough Antennas & Propagation Conference, 16-17 November 2009, pp. 177-180

L. Lui , “Passive intermodulation interference in communication systems”, electronics & communication engineering journal, June 1990, pp. 109-118

J. R. Wilkerson, K. G. Gard, and M. B. Steer “Electro-Thermal Passive Intermodulation Distortion in Microwave Attenuators” , Proceedings of the 36th European Microwave Conference, pp 157-160

Vicente, C., Hartnagel, H. L.: “Passive-intermodulation analysis between rough rectangular waveguide flanges”, IEEE Trans. On MTT, Vol. 53, No. 8, August 2005, pp. 2515-2525

Vicente, C., Wolk, D., Hartnagel, H. L., Gimeno, B., Boria, V. E., Raboso, D.: “Experimental analysis of passive intermodulation at waveguide flange bolted connections”, IEEE Trans on MTT, Vol. 55, No. 5, May 2007, pp. 1018-1028

# Références – Intermodulations passives (2)

A. Ignea, A. De Sabata, "Hysteresis Distorsions for Two-Tone Signals", Proc. of 15th IMEKO Symposium on Novelties in Electrical Measurements and Instrumentation, Iași, România, pp. 61-63, September 2007

Henrie, Christianson and Chappell, "Prediction of passive intermodulation from coaxial connectors in microwave networks", IEEE Trans. On MTT, Vol. 56, No. 1, January 2008, pp. 209-216

Khatri, H., Gudem, P. and Larson, L.: "Simulation of intermodulation distortion in passive CMOS FET mixers ». IEEE MTT-S 2009, pp. 1593-1596

Henrie, Christianson and Chappell, "Linear-nonlinear interaction and passive intermodulation distortion", IEEE Trans. On MTT, Vol. 58, No. 5, May 2010, pp. 1230-1237

J. Browne, "Evaluating Effects Of Passive Intermodulation", Microwave & RF, March 2011, pp. 46-48

R. Hartman "Passive Intermodulation (PIM) Testing Moves to the Base Station" Microwave Journal , May 11, 2011

R. Hartman "PIM Test Power Levels For Mobile Communication Systems" Microwave Journal , March 15, 2013

De Sabata, Ignea, "Passive intermodulation distortions induced by ferromagnetic materials at GSM frequencies", Intl. Symposium on Signals, Circuits and Systems, ISSCS 2013

# Références – Intermodulations passives (3)

Sombrin, “Non-analytic at the origin, behavioral models for active or passive non-linearity”, International Journal of Microwave and Wireless Technologies, 2013, 5(2), pp. 133–140

Sombrin, Soubercaze-Pun, Albert, “New models for passive non linearities generating intermodulation products with non-integer slopes”, EuCAP 2013, Gotegorg, Sweden

Sombrin, Soubercaze-Pun, Albert, “Modélisation et prédiction des produits d’intermodulation passifs”, JNM 2013, Paris

Sombrin, Soubercaze-Pun, Albert, “Discontinuity at origin in Volterra and band-pass limited models”, IMS 2013, Seattle, USA

Shayegani, Salmon and Singh, “Multicarrier PIM behavior and testing in communications satellites”, 32<sup>nd</sup> AIAA ICSSC, 4-7 August 2014, San Diego, CA, USA

Un-Pyo Hong, “Analysis and measurement of passive intermodulation for feed components for telecommunication satellites”, 8<sup>th</sup> International Workshop on MULCOPIM, 17-19 September 2014, Valencia, Spain

Xiaoxiao Li ,Wanzhao Cui, "Prediction of passive intermodulation based on tunneling effect", 3rd Asia-Pacific Conference on Antennas and Propagation, 2014, Harbin, China, pp. 895-897

Temprana, Myslivet, Kuo, Liu, Atale, Alic, Radic, “Overcoming Kerr-induced capacity limit in optical fiber transmission”, Science, Vol. 348, Issue 6242, 26 June 2015, pp. 1445-1448

# Références - Mesure C/I, NPR, EVM, MER, TD (total degradation)

M. Begue, "Testing new digital RF communication systems with smart stimulus and analysis", The 1995 advanced test solutions for aerospace and defence seminar, Hewlett-Packard

H. A. Rosen and A. T. Owen, "Power Amplifier Linearity Studies for SSB Transmissions", IEEE trans on COM Systems, June 1964, pp.150-159

S. W. Chen, W. Panton, and R. Gilmore: "Effects of nonlinear distortion on CDMA communication systems", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, vol. 44, no 12, December 1996, pp 2743-2749

A. Mashhour and A. Borjak: "A method for computing error vector magnitude in GSM EDGE systems-simulation results", IEEE COM Letters, vol. 5, No 3, March 2001, pp. 88-91

M. Aloisio, E. Casini and A. Ginesi, "Evolution of space travelling wave tubes requirements and specifications for modern communication satellites", IEEE Trans on Electron Devices, Vol. 54, No 7, July 2007, pp. 1587-1596

Anakabe, A et al.: "Ka-band multi-port amplifier characterisation for space telecommunication operation", in 6th Int. Vacuum Electronics Conf., IVEC 2005), 20–22 April 2005, Nordwijk, The Netherlands.

J. Sombrin "Conditions d'équivalence des mesures ou simulation de NPR et d'EVM", JNM 2011, 4D-1

J. Sombrin "On the formal identity of EVM and NPR measurement methods: Conditions for identity of Error Vector Magnitude and Noise Power Ratio " EuMC 2011, Manchester

# Références – Optimisation, $C/(N+I)$ , linéarisation

“Definition of  $C/(N+I)$ ”, COMSAT Technical Review, Vol. 2, N° 2, Fall 1972, pp. 454-475

Sombrin, J.: "Critère de comparaison, d'optimisation et d'utilisation optimale des amplificateurs de puissance non-linéaires", Note Technique CNES DT-96-16-CT/AE/TTL/HY, 24 mai 1996.

Sombrin, J.: “A new criterion for the comparison of TWT and linearized TWT and for the optimization of linearizers used in transmission systems”, ESA-NATO 1997 Workshop on Microwave Tubes for Space, Military and Commercial Applications, 7–10 April 1997, ESTEC, Noordwijk, The Netherlands.

Casini, E.; De Gaudenzi, R.; Ginesi, A.: “A semi-analytical method to assess satellite nonlinear channel performance”, Proc. 23rd AIAA ICSSC, 2005, Session ACT3, Paper 1000071

M. Aloisio, E. Casini and A. Ginesi, “Evolution of space travelling wave tubes requirements and specifications for modern communication satellites”, IEEE Trans on Electron Devices, Vol. 54, No 7, July 2007, pp. 1587-1596

L. Lapierre, J. Sombrin : “A New Criterion for the comparison of Non-Linear Amplifiers and the Optimization of Linearizers and Amplifiers used in Transmission Systems”, workshop EuMW 2010

J. Sombrin: “Optimization criteria for power amplifiers”, International Journal of Microwave and Wireless Technologies, Volume 3, issue 1, pp. 35-45, published on line February 3, 2011

J.Sombrin, "Critères d'optimisation des amplificateurs non linéaires", Note Technique CNES 2011

M. Weiss, “Powerful software handles nonlinear effects in amplifiers”, R&S News, 201/10, pp. 10-12