

Calcul Quantique :
Graal de l'optimisation ou mirage de la puissance ?

Alexandre Gondran
École Nationale de l'Aviation Civile, Toulouse
alexandre.gondran@recherche.enac.fr

TéSA
vendredi 9 février 2024

- 1 Les différents type d'ordinateurs quantiques
- 2 Retour à la mécanique quantique : dualité onde-corpuscule
- 3 La superposition et le Qubit
- 4 L'intrication et la porte logique
- 5 Conclusions

- 1 Les différents type d'ordinateurs quantiques
 - Simulateurs Quantiques
 - Calculateurs Quantiques
- 2 Retour à la mécanique quantique : dualité onde-corpuscule
- 3 La superposition et le Qubit
- 4 L'intrication et la porte logique
- 5 Conclusions

- Ordinateurs quantique
 - Les simulateurs quantiques
 - Les calculateurs quantiques
- Autres technologies quantiques
 - La cryptographie quantique
 - La téléportation quantique
 - Les capteurs quantiques

Les Simulateurs Quantiques à la Feynman [1982]

“a quantum machine that could imitate any quantum system, including the physical world.”

⇒ Ordinateur analogique quantique

Les Simulateurs Quantiques à la Feynman [1982]

“a quantum machine that could imitate any quantum system, including the physical world.”

⇒ Ordinateur analogique quantique

Ordinateurs analogiques classique

- très difficilement configurables
 - un ordinateur analogique spécifiquement construit pour reproduire un phénomène complexe de physique réelle
- supplantés dans les années 1970-80 par la performance croissante des ordinateurs programmables avec portes logiques (numérique).

Les Simulateurs Quantiques à la Feynman [1982]

“a quantum machine that could imitate any quantum system, including the physical world.”

⇒ Ordinateur analogique quantique

Ordinateurs analogiques classique

- très difficilement configurables
 - un ordinateur analogique spécifiquement construit pour reproduire un phénomène complexe de physique réelle
- supplantés dans les années 1970-80 par la performance croissante des ordinateurs programmables avec portes logiques (numérique).

Ordinateurs analogiques quantique

- Perspectives de développement
- Déjà opérationnelles : calcul atomique et moléculaire
- ! Aucune garantie d'optimalité : chaque run de simulation peut donner des solutions différents

Les Ordinateurs adiabatiques

- firme D-Wave Systems
 - utilise principalement un algorithme de recuit quantique : variation quantique de la meta-heuristique de recuit simulé
 - échantillonnage de l'espace des solutions et non une recherche systématique dans l'espace des solutions
- ⇒ Solution approchée (sans garantie d'optimalité)

Les Ordinateurs adiabatiques

- firme D-Wave Systems
 - utilise principalement un algorithme de recuit quantique : variation quantique de la meta-heuristique de recuit simulé
 - échantillonnage de l'espace des solutions et non une recherche systématique dans l'espace des solutions
- ⇒ Solution approchée (sans garantie d'optimalité)

Arnaque planétaire ou progrès technique ?

- Meilleures solutions que celles trouvées sur des PC classiques ?
... actuellement impossible de le dire...
- D-Wave 2000Q : 15 M\$ vs quelques 100€ pour un PC ou un GPU
- Absence d'arguments tangibles des géants du numériques (IBM, Google, Amazon...)
- Secret autour D-Wave
- Solution : Q-score d'Atos [2020] ?
Métrique de mesure de la performance quantique (max-cut problem)

Qubits et portes logiques quantiques [Deutsch 1985]

Parallélisme quantique

1) Sans correcteur d'erreur

- Récentes déclarations de Google, IBM... (7 à 50 Qubits)
- Suprématie quantique ? Le nombre de qubits est-il important ?
- Circuit quantique sans correcteur : résultats aléatoires, sans intérêt.

Qubits et portes logiques quantiques [Deutsch 1985]

Parallélisme quantique

1) Sans correcteur d'erreur

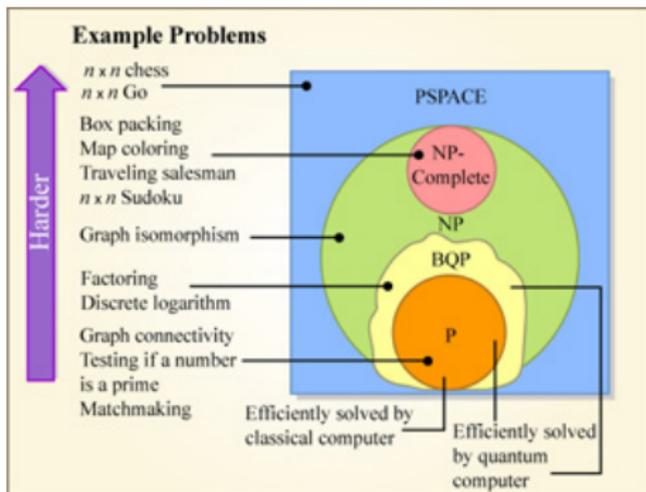
- Récentes déclarations de Google, IBM... (7 à 50 Qubits)
- Suprématie quantique ? Le nombre de qubits est-il important ?
- Circuit quantique sans correcteur : résultats aléatoires, sans intérêt.

2) Avec correcteur d'erreur

Véritable intérêt pour dépasser les performances des ordinateurs classiques

- 1 Dans quelles proportions ?
- 2 Deux algorithmes phares Shor et Grover.
- 3 Passage à l'échelle difficile voire non réalisable en pratique : problèmes pratiques et théoriques

Potential des calculateurs quantiques

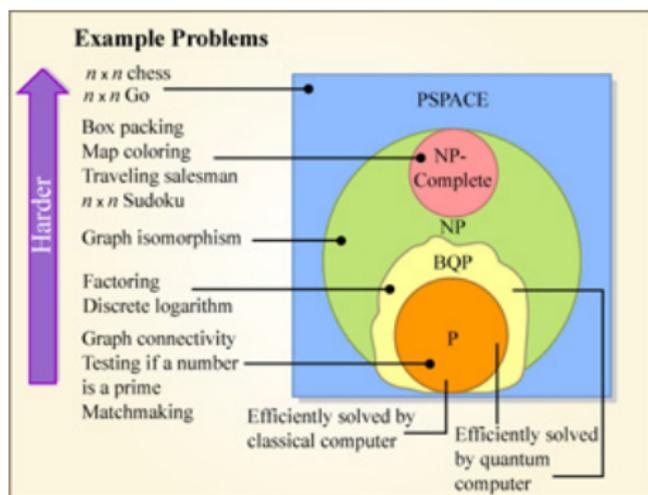


de Scott Aaronson

Limites

- Ne prétend pas résoudre NP-complet
- Classe BQR (Bounded-error Quantum polynomial time) : factorisation en nombres premiers
- Accélérateur de problèmes polynomiaux (algorithme de Grover)

Potentiel des calculateurs quantiques



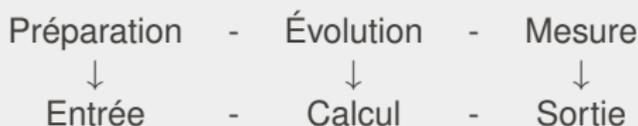
de Scott Aaronson

Limites

- Ne prétend pas résoudre NP-complet
- Classe BQR (Bounded-error Quantum polynomial time) : factorisation en nombres premiers
- Accélérateur de problèmes polynomiaux (algorithme de Grover)

Contraintes

- Pas de duplication possible des qubits
- Opération unitaire et réversible (jusqu'à la mesure)



1 Qubit - système à 2 états : vecteurs de dimension 2

$$|+\rangle := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad |-\rangle := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$|\psi\rangle = \alpha|+\rangle + \beta|-\rangle = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \text{ avec } \alpha, \beta \in \mathbb{C} \text{ et } \alpha^2 + \beta^2 = 1$$

1 Qubit - système à 2 états : vecteurs de dimension 2

$$|+\rangle := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad |-\rangle := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$|\psi\rangle = \alpha|+\rangle + \beta|-\rangle = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \text{ avec } \alpha, \beta \in \mathbb{C} \text{ et } \alpha^2 + \beta^2 = 1$$

2 Qubits - système à $2^2 = 4$ états : vecteurs de dimension 2

\otimes : produit tensoriel

$$|1 : +\rangle \otimes |2 : -\rangle = |+\rangle \otimes |-\rangle = |+-\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} (\alpha|+\rangle + \beta|-\rangle) \otimes (\gamma|+\rangle + \delta|-\rangle) &= \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha\gamma \\ \alpha\delta \\ \beta\gamma \\ \beta\delta \end{pmatrix} \\ &= \alpha\gamma|++\rangle + \alpha\delta|+-\rangle + \beta\gamma|-+\rangle + \beta\delta|--\rangle \end{aligned}$$

2 Qubits intriqués - non séparables

$$\text{Cas général : } |\psi\rangle = \begin{pmatrix} \alpha_{++} \\ \alpha_{+-} \\ \alpha_{-+} \\ \alpha_{--} \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix} \text{ car } \alpha_{++}\alpha_{--} \neq \alpha_{+-}\alpha_{-+}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|++\rangle + |--\rangle) \neq |\psi\rangle \otimes |\varphi\rangle$$

2 Qubits intriqués - non séparables

$$\text{Cas général : } |\psi\rangle = \begin{pmatrix} \alpha_{++} \\ \alpha_{+-} \\ \alpha_{-+} \\ \alpha_{--} \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix} \text{ car } \alpha_{++}\alpha_{--} \neq \alpha_{+-}\alpha_{-+}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|++\rangle + |--\rangle) \neq |\psi\rangle \otimes |\varphi\rangle$$

3 Qubits - système à $2^3 = 8$ états : vecteurs de dimension 8

$$|+++ \rangle = (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T$$

2 Qubits intriqués - non séparables

$$\text{Cas général : } |\psi\rangle = \begin{pmatrix} \alpha_{++} \\ \alpha_{+-} \\ \alpha_{-+} \\ \alpha_{--} \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix} \text{ car } \alpha_{++}\alpha_{--} \neq \alpha_{+-}\alpha_{-+}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|++\rangle + |--\rangle) \neq |\psi\rangle \otimes |\varphi\rangle$$

3 Qubits - système à $2^3 = 8$ états : vecteurs de dimension 8

$$|+++ \rangle = (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T$$

n Qubits - système à 2^n états : vecteurs de dimension 2^n

Portes classiques

Porte 1-aire : NOT : réversible

Portes binaires : AND, OR : non réversibles

Portes classiques

Porte 1-aire : NOT : réversible

Portes binaires : AND, OR : non réversibles

n qubits : vecteur $\Psi = |\Psi\rangle$ de 2^n valeurs complexes (espace de Hilbert), tq $\Psi^\dagger \Psi = 1$

Portes quantiques

Doit être unitaire et réversible \Rightarrow matrice complexe A sur k qubits : $2^k \times 2^k$ tel que $AA^\dagger = A^\dagger A = I_{2^k \times 2^k}$

Porte 1-aire : matrice 2×2 , porte Hadamard $H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

Portes binaires : matrice 4×4 , porte $cNOT = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

Théorème : Toute transformation unitaire peut se décomposer en produit de transformations unitaires sur un qubit et de portes $cNOT$.

Portes classiques

Porte 1-aire : NOT : réversible

Portes binaires : AND, OR : non réversibles

n qubits : vecteur $\Psi = |\Psi\rangle$ de 2^n valeurs complexes (espace de Hilbert), tq $\Psi^\dagger \Psi = 1$

Portes quantiques

Doit être unitaire et réversible \Rightarrow matrice complexe A sur k qubits : $2^k \times 2^k$ tel que $AA^\dagger = A^\dagger A = I_{2^k \times 2^k}$

Porte 1-aire : matrice 2×2 , porte Hadamard $H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

Portes binaires : matrice 4×4 , porte $cNOT = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

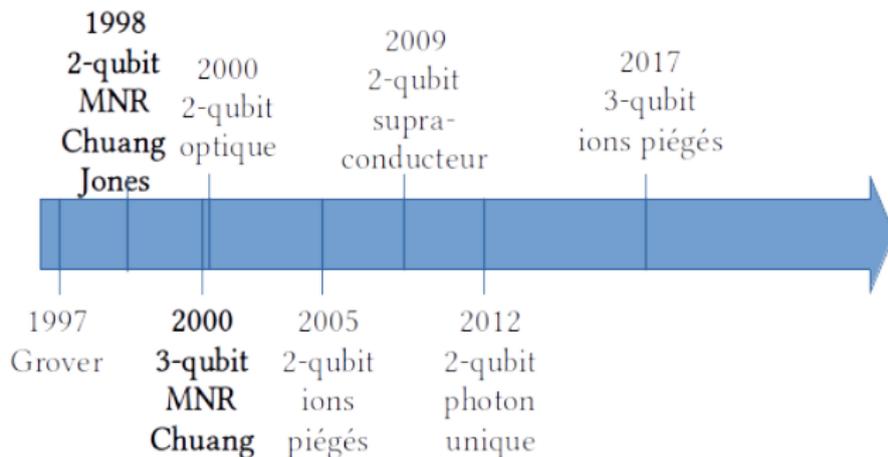
Théorème : Toute transformation unitaire peut se décomposer en produit de transformations unitaires sur un qubit et de portes $cNOT$.

Algorithme quantique

- 1 Préparation d'un vecteur 2^n dimensions (entrée)
- 2 Calcul : Suite de matrices inversibles $2^n \times 2^n$
- 3 Mesure : Tirage au hasard d'une valeur des 2^n valeurs sur le vecteur de sortie.

Algorithme de Grover

Recherche dans une liste non triée en $O(\sqrt{n})$ au lieu de $O(n)$: speed-up quadratique



- Liste de 8 éléments (3 qubits $8 = 2^3$)
- IBM Quantum Experience : accès public à des calculateurs quantiques 5 à 16 qubits

2018 : échec de l'algorithme de Grover sur 16 éléments (4 qubits)

- 1997 : Grover. Phys. Rev. Lett. 79, 325-328 (1997)
- 1998 : Chuang et al. Phys. Rev. Lett. 80, 3408-3411 (1998)
Jones et al. Nature 393, 344-346 (1998)
- 2000 : Vandersypen et al. Appl. Phys. Lett. 76, 646-648
- 2000 : Kwiat et al. J. Mod. Opt. 47, 257 (2000)
- 2005 : Brickman et al. Phys. Rev. A 72, 050306(R) (2005)

| Algorithm (qubits used) | # of Gates | Accuracy | Execution Time (s) |
|--------------------------|------------|----------|--------------------|
| Grover 2-qubit (0,1) | 18 | 74.05% | 84.56 |
| Grover 3-qubit (0,1,2) | 33 | 59.69% | 84.33 |
| Grover 4-qubit (1,2,3,4) | 632 | 6.56% | 185.13 |

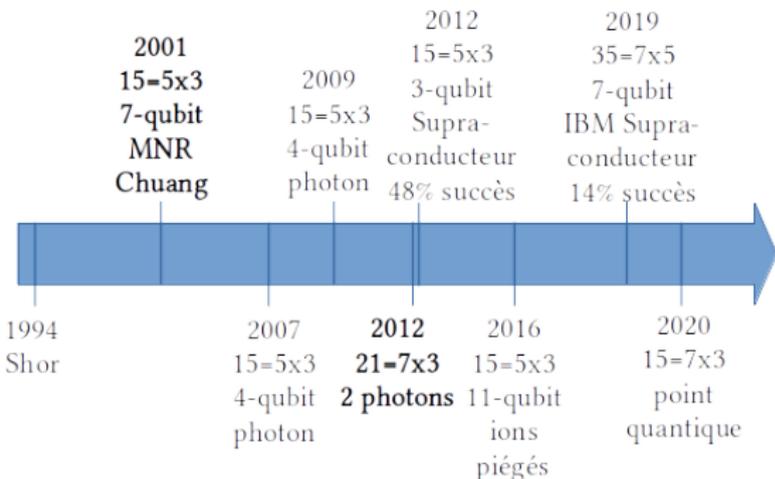
TABLE I: Experiment 1: trials run with 8192 shots for 2-qubit, 3-qubit, and 4-qubit Grover's algorithm on IBM Q 5 Tenerife

- 2009 : DiCarlo et al. Nature 460, 240-244 (2009)
- 2012 : Barz et al. Science 335, 303-308 (2012)
- 2017 : Figgatt et al. Nature Communications 8, 1918
- 2018 : Mandviwalla et al. IEEE Inter. Conf. Big Data, 2531-2537, (2018)

Algorithmme de Shor

Factorise un entier n en $O((\log(n))^3)$ au lieu d'une durée exponentielle avec un ordinateur classique

Pour un entier n de k -bit : nécessite $72k^3$ portes quantique élémentaires
($n=15 \Rightarrow 4608$ portes et 21 qubits) [Beckman et al., Phys. Rev. A 54, 1034 (1996)]



1994 : Shor, Proc. 35th Ann. Symp. Found. Comp. Sci. (1994)
2001 : Vandersypen et al. Nature 414, 883-7 (2001)
2007 : Lanyon et al. Physical Review Letters 99 (2007)
Lu et al. Physical Review Letters 99 (2007)
2009 : Politi et al. Science 325, 1221 (2009)

2012 : Lucero et al. Nature Phys 8, 719-723 (2012)
Martín-López et al. Nature Photonics 6, 773-776 (2012)
2016 : Monz et al. Science 351, 1068-1070 (2016)
2019 : Amico et al. Phys. Rev. A 100, 012305 (2019)
2020 : Duan et al. Opt. Express 28, 18917-18930 (2020)

- Limité à 15 ou 21.
- Limite ordi classique : entier à 130 chiffres ~ 432 bits. Algo de Shor nécessite ~ 2160 qubit logique et 6×10^9 portes
- Astuces pour réduire le nombre de qubit
- Les algorithmes se basent sur la connaissance a priori du résultat
- Algorithmique quantique : trouver des astuces pour limiter le nombre d'opérations

Caractéristiques techniques des différents qubits

- Facilité à le protéger de l'environnement
- Stabilité de la superposition et de l'intrication - durée de vie d'un calcul
- Qualité de la porte cNOT
- Température nécessaire à sa stabilité
- Maturité des techniques de manipulation (éprouvées dans d'autres domaines)

Caractéristiques techniques des différents qubits

- Facilité à le protéger de l'environnement
- Stabilité de la superposition et de l'intrication - durée de vie d'un calcul
- Qualité de la porte cNOT
- Température nécessaire à sa stabilité
- Maturité des techniques de manipulation (éprouvées dans d'autres domaines)

Principales technologies

- la RMN - spins nucléaires de 10^6 molécules - liquide - Isaac Chuang (MIT - IBM) - abandonne ~2003
- les pièges à ions - qubit individuel (Universités de Maryland et d'Innsbruck)
- les cavités optiques résonnantes - polarisation d'un photon - température ambiante
- les ordinateurs photoniques (effet Kerr non linéaire)
- les circuits supraconducteurs avec jonctions Josephson - solide - qubit mésoscopique - IBM, Google, Intel, D-wave
Daniel Estève (CEA, Saclay) abandonne ~2020
- les points quantiques - spin électron (Intel, CEA Leti Grenoble) - semi-conducteur CMOS

....

Problèmes évoqués : problèmes pratiques

- portes cNOT non parfaites : cumul d'erreurs => calcul approché
- Interaction avec l'environnement : fluctuations thermiques, vibrations mécaniques...
 - déphasage - cumul de déphasages : inversion de qubit
 - phénomène de décohérence
 - ⇒ Perte de l'intrication entre qubits
 - ⇒ Erreur sur la lecture des qubits
- Réponse partielle : codes correcteurs d'erreurs quantiques

Codes correcteurs d'erreurs

- Pour 1 qubit logique : 1000 qubits de correction.
- Plus il y a de qubits logique, plus il faut de qubits de correction (non linéaire).

Passage à l'échelle possible ou impossible ?

Communauté scientifique de plus en plus divisée

Difficultés techniques

- Décohérence
- Erreurs incontrôlables
- Durée de vie limitée
- Température proche du zéro absolu
- ...

Passage à l'échelle possible ou impossible ?

Communauté scientifique de plus en plus divisée

Difficultés techniques

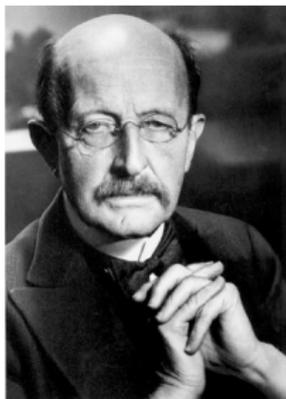
- Décohérence
- Erreurs incontrôlables
- Durée de vie limitée
- Température proche du zéro absolu
- ...

Difficultés théoriques

- Interprétations très différentes du phénomène de superposition :
 - Véritable parallélisme pour les interprétations de Copenhague et des mondes multiples.
 - Modèle causal sous-jacent pour la théorie de de Broglie-Bohm
 - Le calculateur quantique fonctionne uniquement si le parallélisme est véritable
- ⇒ L'interprétation de la mécanique quantique n'est pas que la métaphysique

- 1 Les différents type d'ordinateurs quantiques
- 2 Retour à la mécanique quantique : dualité onde-corpuscule**
- 3 La superposition et le Qubit
- 4 L'intrication et la porte logique
- 5 Conclusions

XXe naissance de la mécanique quantique



Max Planck (1858 - 1947)

1900 : étude de la loi de rayonnement d'un corps noir
Quantification de la lumière ($E = h\nu$) comme artifice de calcul mathématique

Quanta => photon (1920)
Détection de photon unique



Albert Einstein (1879 - 1955)

Quantification n'est pas un artifice de calcul mais la nature même de la lumière.
1905 : Explication de l'effet photoélectrique (Edmond Becquerel 1839)
prix Nobel en 1921 (effet Compton, 1923)

XXe naissance de la mécanique quantique

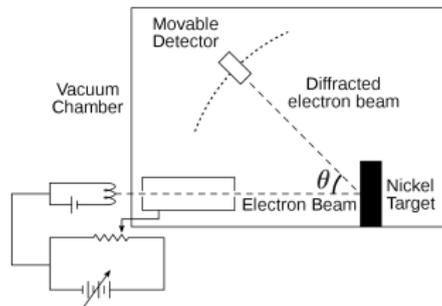
Thèse de Louis de Broglie (1924) : *“À toute particule matérielle de masse m et de vitesse v doit être associée une onde réelle.”*

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Expériences de Thomson (1927)
et de Davisson-Germer (1927)



Louis de Broglie (1892 - 1987)



Pour les particules massives et non relativiste

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{x}, t) + V(\mathbf{x}, t) \Psi(\mathbf{x}, t)$$

$$\Psi(\mathbf{x}, 0) = \Psi_0(\mathbf{x})$$



Erwin Schrödinger
(1887 - 1961)

Sens de la fonction d'onde $\psi(\mathbf{x}, t)$

- Espace complexe de Hilbert : $\Psi = \sqrt{\rho} \exp\left(\frac{i}{\hbar} S\right)$
 - $\rho(\mathbf{x}, t)$: densité de la particule
 - $S(\mathbf{x}, t)$: phase de la particule
- ⇒ 1 particule dans $3D$
 n particules en $3nD$ (espace de configuration)
- Carré intégrable : $\int |\psi(\mathbf{x}, t)|^2 d\mathbf{x} = 1$
- ⇒ onde de probabilité
interprétation de Born : ρ probabilité de présence

Représentation d'une particule par une fonction d'onde

Particule de masse m et de vitesse initiale v_{x0} : $\lambda = \frac{h}{mv_{x0}}$ située proche de x_0 à $t = 0$ ($k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{mv_{x0}}{\hbar}$).

⇒ Pas de localisation précise

Représentation d'une particule par une fonction d'onde

Particule de masse m et de vitesse initiale v_{x0} : $\lambda = \frac{h}{mv_{x0}}$ située proche de x_0 à $t = 0$ ($k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{mv_{x0}}{\hbar}$).

⇒ Pas de localisation précise

⇒ Paquet d'onde gaussien centré en x_0 et d'écart type σ_0 (en 1D)

$$\psi(x, 0) = (2\pi\sigma_0)^{-1/4} \exp\left(-\frac{(x-x_0)^2}{4\sigma_0}\right) \exp\left(i\frac{mv_{x0}}{\hbar}x\right)$$

Représentation d'une particule par une fonction d'onde

Particule de masse m et de vitesse initiale v_{x0} : $\lambda = \frac{h}{mv_{x0}}$ située proche de x_0 à $t = 0$ ($k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{mv_{x0}}{\hbar}$).

⇒ Pas de localisation précise

⇒ Paquet d'onde gaussien centré en x_0 et d'écart type σ_0 (en 1D)

$$\Psi(x, 0) = (2\pi\sigma_0)^{-1/4} \exp\left(\frac{-(x-x_0)^2}{4\sigma_0}\right) \exp\left(i\frac{mv_{x0}}{\hbar}x\right)$$

$$\Rightarrow |\Psi(x, 0)|^2 = \rho(x, 0) = (2\pi\sigma_0)^{-1/2} \exp\left(\frac{-(x-x_0)^2}{2\sigma_0}\right)$$

Représentation d'une particule par une fonction d'onde

Particule de masse m et de vitesse initiale v_{x0} : $\lambda = \frac{h}{mv_{x0}}$ située proche de x_0 à $t = 0$ ($k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{mv_{x0}}{\hbar}$).

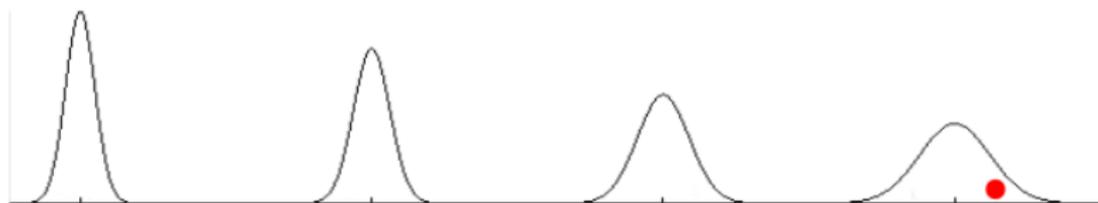
⇒ Pas de localisation précise

⇒ Paquet d'onde gaussien centré en x_0 et d'écart type σ_0 (en 1D)

$$\Psi(x, 0) = (2\pi\sigma_0)^{-1/4} \exp\left(\frac{-(x-x_0)^2}{4\sigma_0}\right) \exp\left(i\frac{mv_{x0}}{\hbar}x\right)$$

⇒ $|\Psi(x, 0)|^2 = \rho(x, 0) = (2\pi\sigma_0)^{-1/2} \exp\left(\frac{-(x-x_0)^2}{2\sigma_0}\right)$

Équation de Schrödinger : évolution du paquet d'onde dans le temps et l'espace.

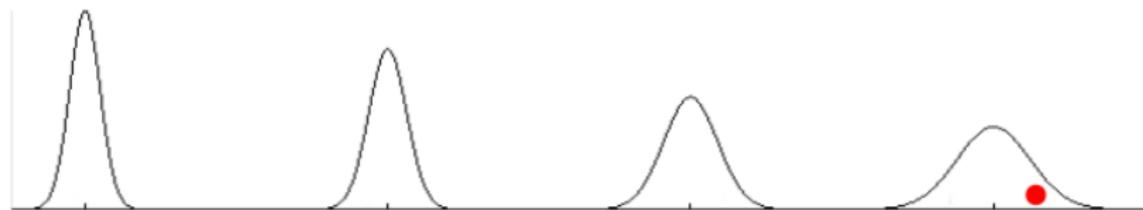


Étalement du paquet d'onde au cours du temps selon les valeurs de m , v_{x0} , σ_0 .

Représentation d'une particule par une fonction d'onde

⇒ Paquet d'onde gaussien centré en x_0 et d'écart type σ_0 (en 1D)

$$\Psi(x, 0) = (2\pi\sigma_0)^{-1/4} \exp\left(\frac{-(x-x_0)^2}{4\sigma_0}\right) \exp\left(i\frac{mv_{x0}}{\hbar}x\right)$$

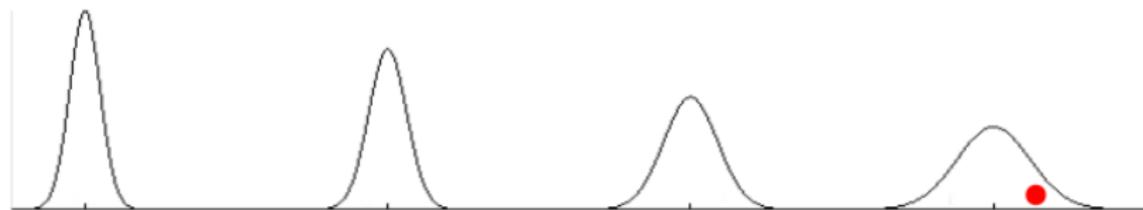


- Lorsque l'on mesure la position de la particule, on trouve UNE position précise à l'intérieur du paquet d'onde

Représentation d'une particule par une fonction d'onde

⇒ Paquet d'onde gaussien centré en x_0 et d'écart type σ_0 (en 1D)

$$\Psi(x, 0) = (2\pi\sigma_0)^{-1/4} \exp\left(\frac{-(x-x_0)^2}{4\sigma_0}\right) \exp\left(i\frac{mv_{x0}}{\hbar}x\right)$$



- Lorsque l'on mesure la position de la particule, on trouve UNE position précise à l'intérieur du paquet d'onde
- Somme des impacts des positions \Rightarrow retrouve la densité ρ

Représentation d'une particule par une fonction d'onde

⇒ Paquet d'onde gaussien centré en x_0 et d'écart type σ_0 (en 1D)

$$\Psi(x, 0) = (2\pi\sigma_0)^{-1/4} \exp\left(\frac{-(x-x_0)^2}{4\sigma_0}\right) \exp\left(i\frac{mv_{x0}}{\hbar}x\right)$$

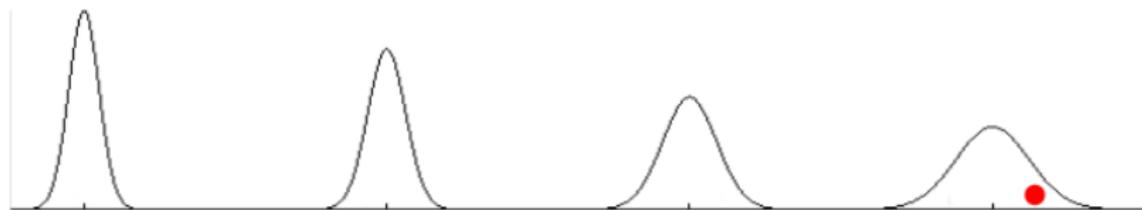


- Lorsque l'on mesure la position de la particule, on trouve UNE position précise à l'intérieur du paquet d'onde
- Somme des impacts des positions \Rightarrow retrouve la densité ρ
- Si on prépare une particule de ma même façon, on trouve une autre position.

Représentation d'une particule par une fonction d'onde

⇒ Paquet d'onde gaussien centré en x_0 et d'écart type σ_0 (en 1D)

$$\Psi(x, 0) = (2\pi\sigma_0)^{-1/4} \exp\left(\frac{-(x-x_0)^2}{4\sigma_0}\right) \exp\left(i\frac{mv_{x0}}{\hbar}x\right)$$

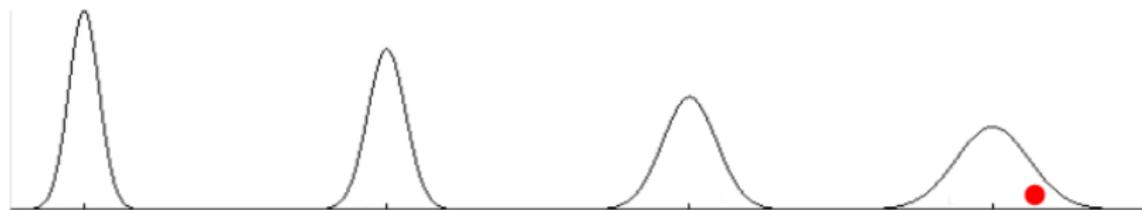


- Lorsque l'on mesure la position de la particule, on trouve UNE position précise à l'intérieur du paquet d'onde
- Somme des impacts des positions \Rightarrow retrouve la densité ρ
- Si on prépare une particule de ma même façon, on trouve une autre position.
- Que signifie "préparer" de ma même façon des particules ?

Représentation d'une particule par une fonction d'onde

⇒ Paquet d'onde gaussien centré en x_0 et d'écart type σ_0 (en 1D)

$$\Psi(x, 0) = (2\pi\sigma_0)^{-1/4} \exp\left(\frac{-(x-x_0)^2}{4\sigma_0}\right) \exp\left(i\frac{mv_{x0}}{\hbar}x\right)$$



- Lorsque l'on mesure la position de la particule, on trouve UNE position précise à l'intérieur du paquet d'onde
- Somme des impacts des positions \Rightarrow retrouve la densité ρ
- Si on prépare une particule de ma même façon, on trouve une autre position.
- Que signifie "préparer" de ma même façon des particules ?
 - Source de particules identiques ayant même fonction d'onde : même phase (i.e. même vitesse moyenne)

Représentation d'une particule par une fonction d'onde

⇒ Paquet d'onde gaussien centré en x_0 et d'écart type σ_0 (en 1D)

$$\Psi(x, 0) = (2\pi\sigma_0)^{-1/4} \exp\left(\frac{-(x-x_0)^2}{4\sigma_0}\right) \exp\left(i\frac{mv_{x0}}{\hbar}x\right)$$

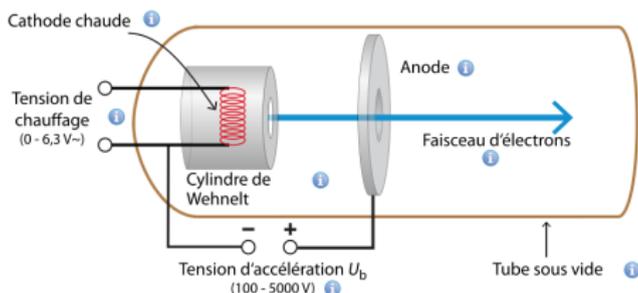


- Lorsque l'on mesure la position de la particule, on trouve UNE position précise à l'intérieur du paquet d'onde
- Somme des impacts des positions \Rightarrow retrouve la densité ρ
- Si on prépare une particule de ma même façon, on trouve une autre position.
- Que signifie "préparer" de ma même façon des particules ?
 - Source de particules identiques ayant même fonction d'onde : même phase (i.e. même vitesse moyenne)
 - La répartition des impacts des particules donne la densité initiale.

Représentation d'une particule par une fonction d'onde

Le canon à électrons (Stefan Richtberg CC BY-NC-SA 3.0.)

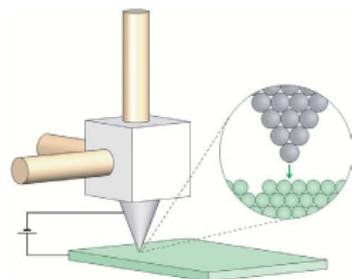
<https://virtuelle-experimente.de/fr/kanone/klassisch/aufbau.php>



- Source cohérente : particules avec la même phase (i.e. même vitesse initiale moyenne)
- Source ponctuelle : n'existe pas en mécanique quantique

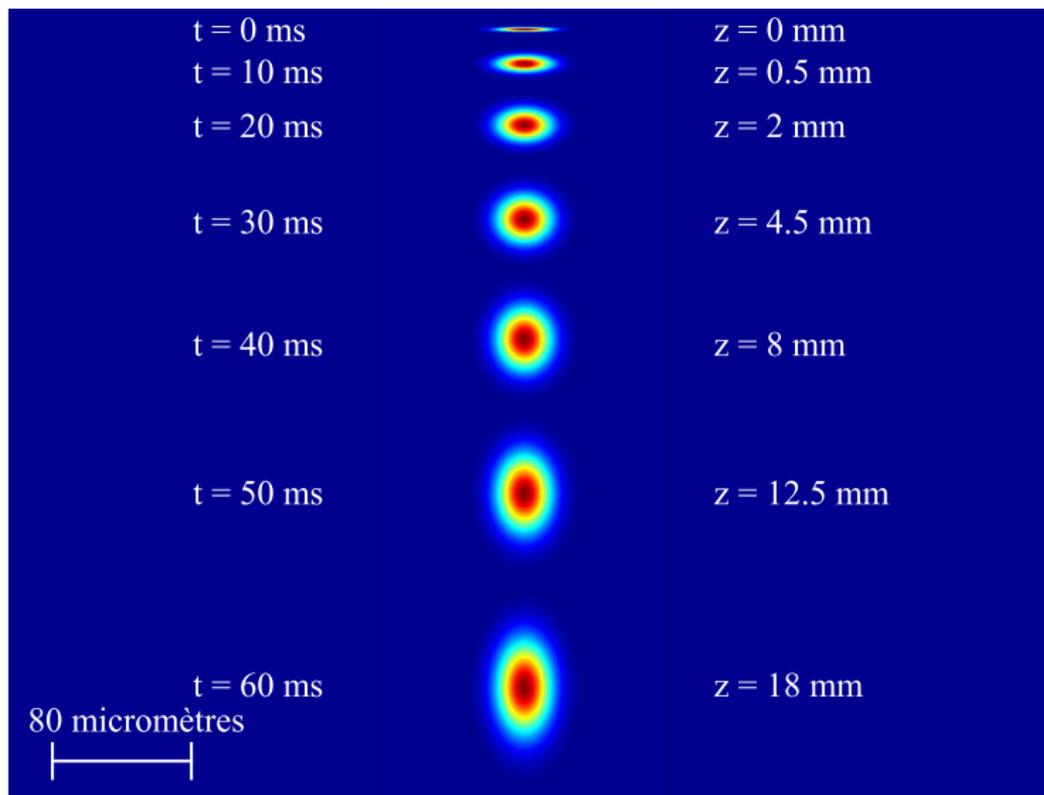
Toutes les sources ont une largeur aussi petite soit telle ($\sim 3\sigma$ pour une source gaussienne).

Outils de la mécanique classique (positions, vitesses)
⇒ détermine la fonction d'onde initiale



Microscope électronique
(canon à électrons) 32 / 103

- 1 Préparer la fonction d'onde initiale : $\Psi(\mathbf{x}, t = 0)$: conditions initiales
- 2 Faire évoluer dans le temps la fonction d'onde grâce à l'équation de Schrödinger
- 3 Grâce aux calculs de $\Psi(\mathbf{x}, t)$ prédire la fréquence d'un impact



Quelle signification de Ψ ?

Toujours en débat depuis le congrès Solvay (Brussel) de 1927

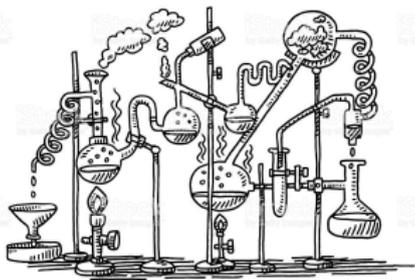


SOLVAY CONFERENCE 1927

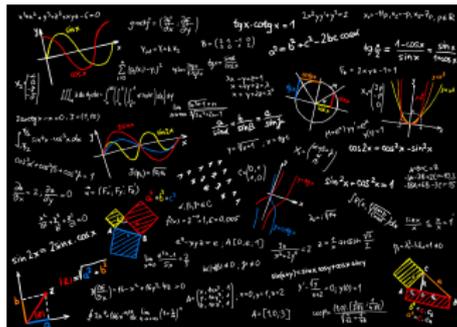
colorized by paslincolour.com

A. PICARD E. HENRIOT P. EHRENFEST Ed. HERSEN Th. DE DONDER E. SCHRÖDINGER E. VERSCHAFFELT W. PAULI W. HEISENBERG R.H FOWLER L. BRILLOUIN
P. DEBYE M. KNUDSEN W.L. BRAGG H.A. KRAMERS P.A.M. DIRAC A.H. COMPTON L. de BROGLIE M. BORN N. BOHR
I. LANGMUIR M. PLANCK Mme CURIE H.A. LORENTZ A. EINSTEIN P. LANGEVIN Ch.E. GUYE C.T.R. WILSON O.W. RICHARDSON
Absents : Sir W.H. BRAGG, H. DESLANDRES et E. VAN AUBEL

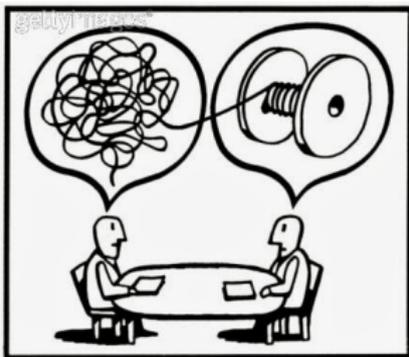
théorie = faits + modèle + interprétation



expériences (faits)



équations (modèles mathématique)



interprétations

Retour aux faits : expérience des fentes de Young

Source cohérente et non ponctuelle d'électrons, d'atomes ou de molécules de C₆₀

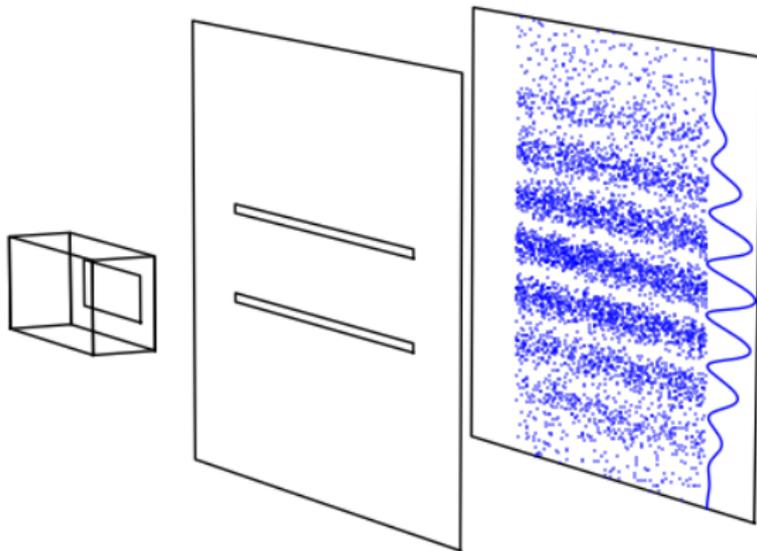


| | Électrons | Atomes | Molécules de C ₆₀ |
|--|--|------------------------|------------------------------|
| taille réelle | $\sim 10^{-15} \leftrightarrow 10^{-35} m$ | $\sim 10^{-10} m$ | $\sim 10^{-9} m$ |
| largeur fentes | $0.2 \mu m$ | $2 \mu m$ | $5.5 \times 10^{-8} m$ |
| λ | $5.6 \times 10^{-12} m$ | $1.8 \times 10^{-8} m$ | $2.8 \times 10^{-12} m$ |
| taille de la source $\sigma_0(\mathbf{x})$ | $\sim 10^{-5} m$ | $\sim 10^{-5} m$ | $\sim 10^{-7} m$ |
| | [Jönsson 1961] | [Shimizu 1992] | [Arndt, Zeilinger 1999] |

Les faits - Expérience de Young

Expérience des fentes de Young avec des photons ou des électrons émis 1 par 1 ou des atomes, des molécules de C_{60}

2 fentes ouvertes

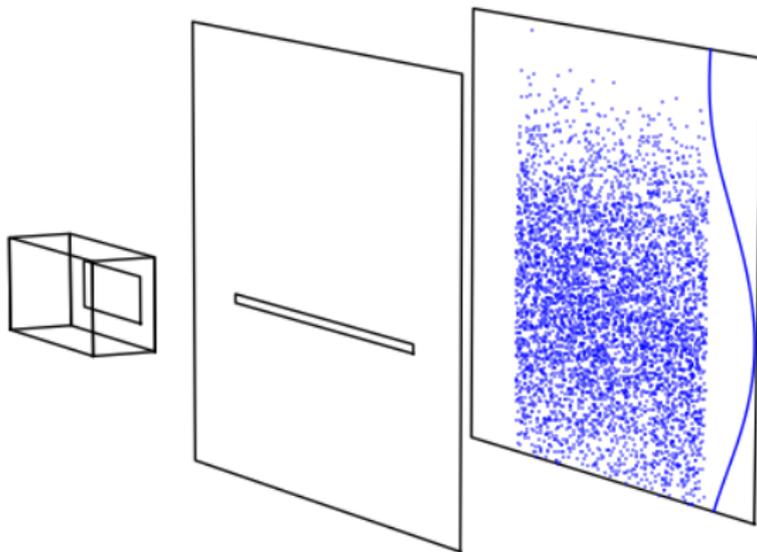


- impact individuel => corpuscule
- position de l'impact aléatoire
- 1000 impacts => frange d'interférence : la particule passe par les deux fentes à la fois.

Les faits - Expérience de Young

Expérience des fentes de Young avec des photons ou des électrons émis 1 par 1 ou des atomes, des molécules de C_{60}

fente du bas ouverte

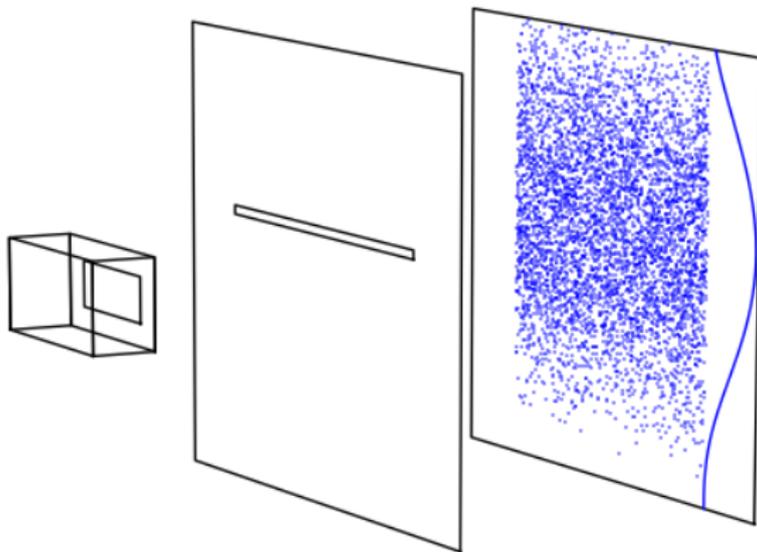


- impact individuel => corpuscule
- position de l'impact aléatoire
- 1000 impacts => frange d'interférence : la particule passe par les deux fentes à la fois.

Les faits - Expérience de Young

Expérience des fentes de Young avec des photons ou des électrons émis 1 par 1 ou des atomes, des molécules de C_{60}

fente du haut ouverte

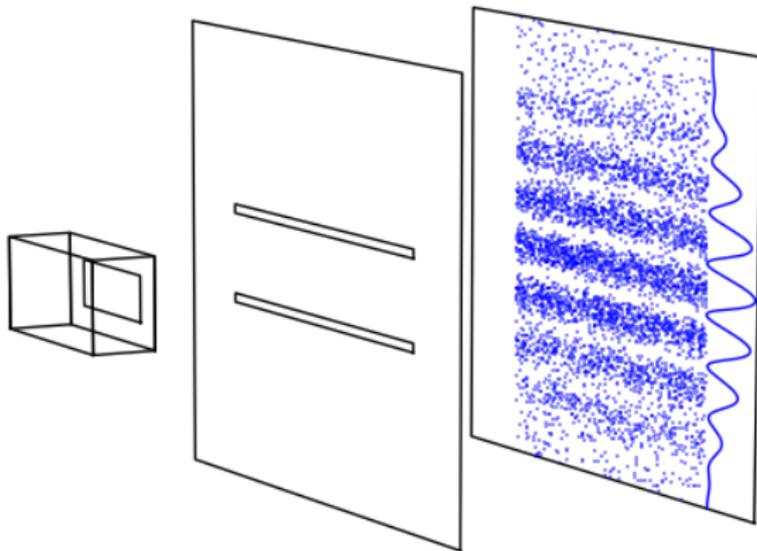


- impact individuel => corpuscule
- position de l'impact aléatoire
- 1000 impacts => frange d'interférence : la particule passe par les deux fentes à la fois.

Les faits - Expérience de Young

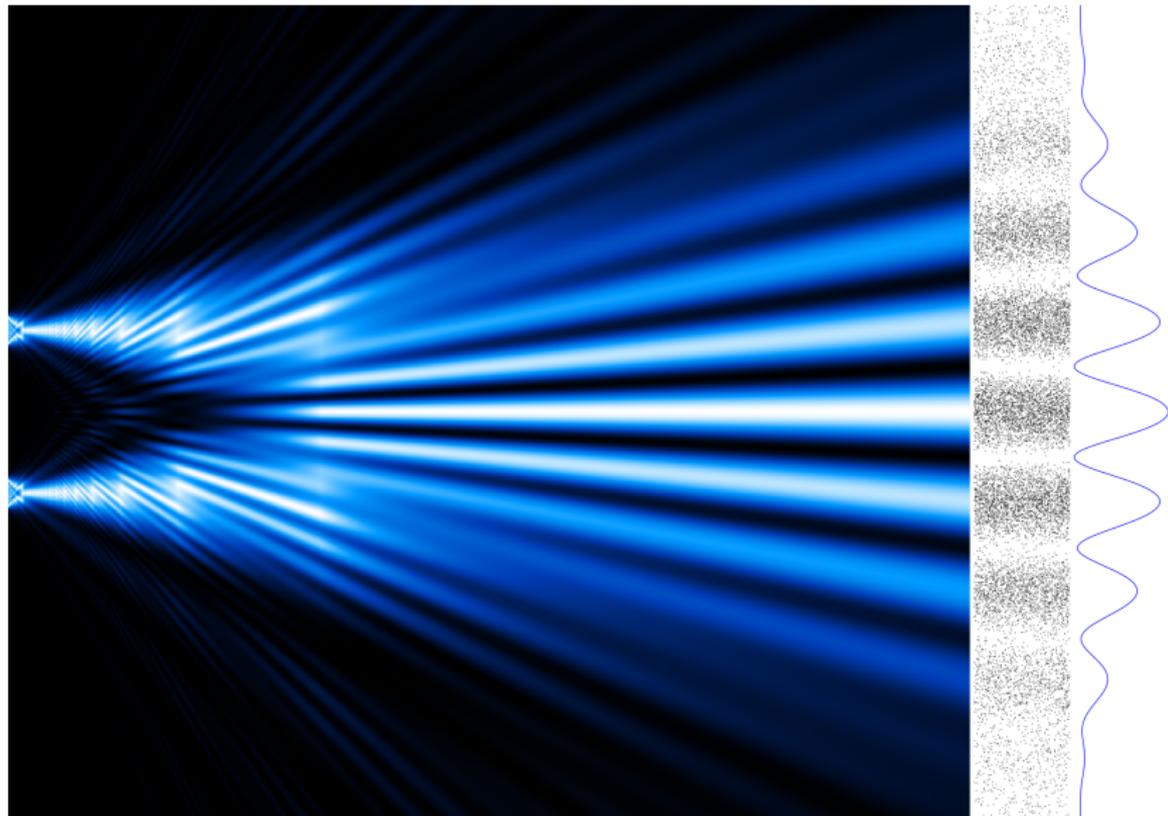
Expérience des fentes de Young avec des photons ou des électrons émis 1 par 1 ou des atomes, des molécules de C_{60}

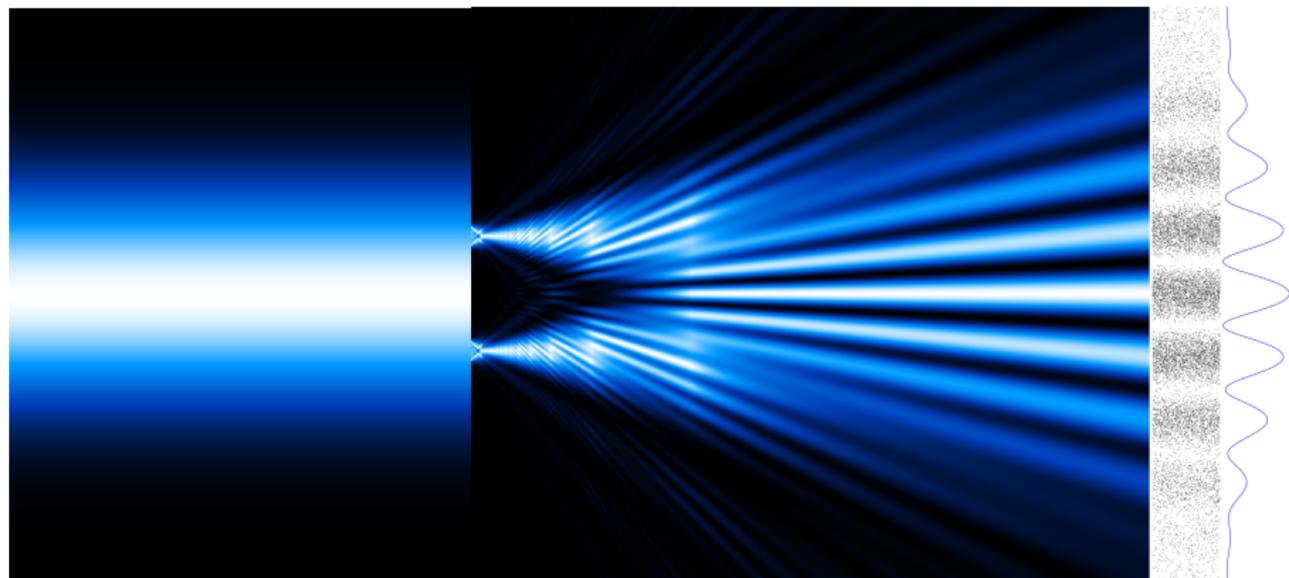
2 fentes ouvertes



- impact individuel => corpuscule
- position de l'impact aléatoire
- 1000 impacts => frange d'interférence : la particule passe par les deux fentes à la fois.

- 1 Les faits
- 2 Les calculs
- 3 Les interprétations





- 1 Les faits
- 2 Les calculs
- 3 Les interprétations

Interprétations - Expérience de Young

Toujours en débat depuis le congrès Solvay (Brussel) de 1927



SOLVAY CONFERENCE 1927

colorized by pastincolour.com

A. PICARD E. HENRIOT P. EHRENFEST Ed. HERSEN Th. DE DONDER E. SCHRÖDINGER E. VERSCHAFFELT W. PAULI W. HEISENBERG R.H FOWLER L. BRILLOUIN
P. DEBYE M. KNUDSEN W.L. BRAGG H.A. KRAMERS P.A.M. DIRAC A.H. COMPTON L. de BROGLIE M. BORN N. BOHR
I. LANGMUIR M. PLANCK Mme CURIE H.A. LORENTZ A. EINSTEIN P. LANGEVIN Ch.E. GUYE C.T.R. WILSON O.W. RICHARDSON
Absents : Sir W.H. BRAGG, H. DESLANDRES et E. VAN AUBEL

What is your favorite interpretation of quantum mechanics ?

3 interprétations au congrès Solvey

- Erwin Schrödinger : question d'échelle
- Copenhague-Göttingen (Niels Bohr) : onde OU corpuscule
- Louis de Broglie : onde ET corpuscule

[2011] - 33 participants - Conference "Quantum Physics and the Nature of Reality", 2011, International Academy Traunkirchen, Austria [Schlosshauer 2013]

[1997] - 48 participants - Conference "Fundamental Problems in Quantum Theory", University of Maryland, Baltimore County [Max Tegmark 1988].

| Interpretation | Votes [1997] | % [1997] | % [2011] |
|---------------------------------------|--------------|----------|----------|
| Copenhagen | 13 | 27 % | 42 % |
| Many Worlds (Everett) | 8 | 17 % | 18 % |
| de Broglie-Bohm | 4 | 8 % | 0 % |
| Consistent Histories | 4 | 8 % | 0 % |
| Modified dynamics (GRW/DRM) | 1 | 2 % | 9 % |
| Information-based | | | 24 % |
| Quantum Bayesianism | | | 6 % |
| Relational quantum mechanics | | | 6 % |
| Modal interpretation | | | 0 % |
| Statistical (ensemble) interpretation | | | 0 % |
| Transactional interpretation | | | 0 % |
| I have no preferred interpretation | | | 12 % |
| None of the above/undecided | 18 | 38% | 12 % |

Interprétation-s de Copenhague (orthodoxe)

SOIT onde SOIT corpuscule mais jamais les deux à la fois (complémentarité).

- Onde pendant toute l'expérience
- Corpuscule au moment de la mesure => réduction du paquet d'onde

⇒ La position et la vitesse n'existent pas avant la mesure.

- fonction d'onde = outil prédictif (pas de réalité propre)

“Lors d'une mesure de la position d'un électron, celui-ci est forcé à prendre une décision. Nous l'obligeons à prendre une position bien définie ; avant cela, il n'était ni ici ni là ; il n'avait pas encore pris de décision concernant sa position”

Paul Jordan

Interprétation-s de Copenhague (orthodoxe)

SOIT onde SOIT corpuscule mais jamais les deux à la fois (complémentarité).

- Onde pendant toute l'expérience
- Corpuscule au moment de la mesure => réduction du paquet d'onde

⇒ La position et la vitesse n'existent pas avant la mesure.

- fonction d'onde = outil prédictif (pas de réalité propre)

Solution ad-hoc : réduction du paquet d'onde

- Postulat : lors d'une *mesure* la fonction d'onde se réduit 'instantanément' et 'aléatoirement' au point \mathbf{x} avec la probabilité $|\Psi(\mathbf{x})|^2$

⇒ 2 règles d'évolution : l'équation de Schrödinger et la réduction du paquet d'onde.

⇒ Solution pratique (pragmatique) mais indéfendable d'un point de vue théorique (induit une non cohérence de la théorie).

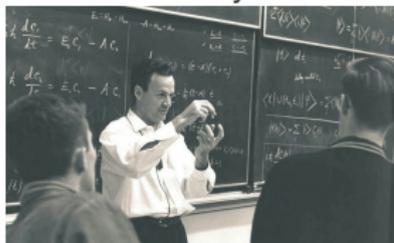
⇒ Observateur joue un rôle fondamental : abandon du réalisme.

⇒ Événements sans causes : abandon du déterminisme.

Aléa quantique : aléa fondamental ?

Compréhension limitée : “Shut up and calculate”

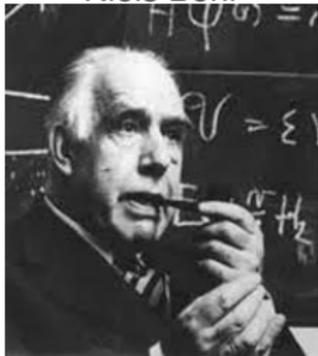
Richard Feynman



“je crois pouvoir dire sans risque de me tromper que personne ne comprend la mécanique quantique [...] Évitez de vous demander : “Comment la mécanique quantique peut-elle être comme cela ? ” Car vous allez tomber dans une impasse d'où personne ne s'est encore échappé.”

The Character of Physical Law, 1964

Niels Bohr



*“Si vous croyez avoir comprise la théorie quantique, c'est que vous ne l'avez pas comprise.”
“Il se pourrait que nous ayons à apprendre ce que le mot comprendre veut vraiment dire.”*

Niels Bohr, 1921

*“Bien que la mécanique quantique a été découverte il y a quatre-vingt-dix ans, le niveau actuel plutôt limité de compréhension de sa signification peut être considéré comme une sorte de **scandale intellectuel**.”*

Blanchard, Fröhlich, Schubnel, 2016

Compréhension limitée : problème de la mesure

David Mermin



*"Il n'existe pas des choses qui sont des choses. Les objets sont fantomatiques sans propriétés définies (telles que position ou masse) avant d'être **mesurés**. Avant cela, les propriétés sont dans une pénombre appelée superposition.*

*Toutes les particules sont des ondes et les ondes des particules, qui apparaissent sous l'une ou l'autre forme, en fonction du type de **mesure** qui est faite.*

Une particule qui se déplace entre deux points parcourt tous les chemins possibles simultanément.

Des particules qui se trouvent à des millions de kilomètres de distance peuvent agir l'une sur l'autre instantanément."

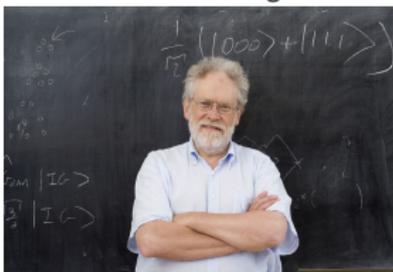
The Economist, 1989

*"La doctrine selon laquelle le monde est fait d'objets dont l'existence est indépendante de la **conscience** humaine se trouve être en conflit avec la mécanique quantique et avec des faits établis expérimentalement."*

"On peut démontrer que la lune n'est pas là quand personne ne la regarde."

David Mermin

Anton Zeilinger



"Je suis un adepte de l'interprétation de Copenhague. D'après cette théorie, l'état quantique est l'information que l'on a sur le monde. [...] Il s'avère finalement que l'information est la base fondamentale et essentielle du monde. Nous devons bien nous démarquer du réalisme naïf, selon lequel le monde existe seul sans notre participation et indépendamment de notre observation."

*"Quel est le message du quantum ? [...] Je suggère que la distinction entre réalité et notre **connaissance** de la réalité, entre réalité et **information**, ne peut pas être faite."*

Anton Zeilinger, dans Nature 2005

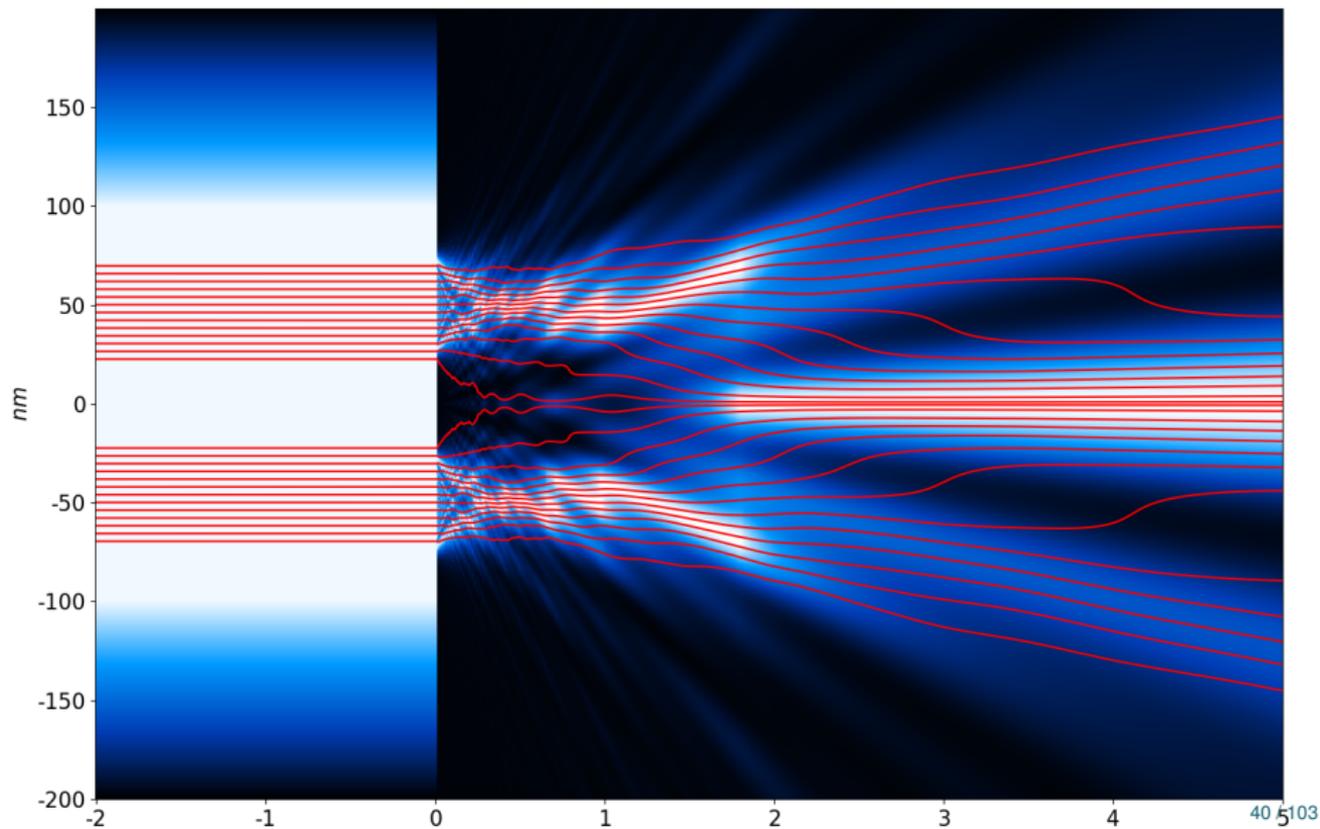
fentes de Young électrons

fentes de Young électrons

fentes de Young C60

Interprétation de la fonction d'onde externe : Expérience d'interférence avec le C_{60} [Zeilinger 1999]

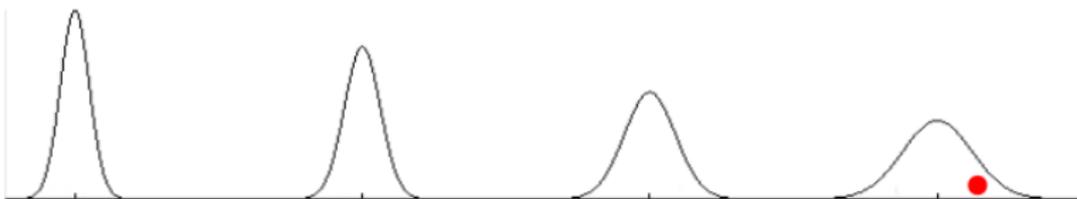
Simulation de 24 trajectoires de C_{60} .

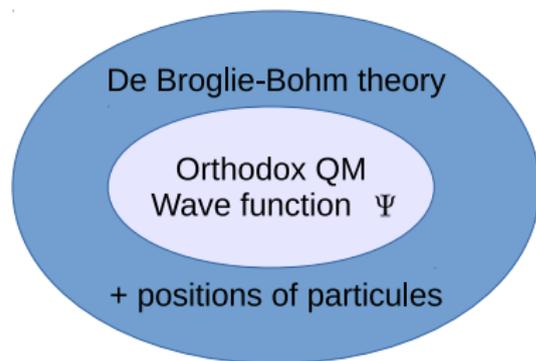


Orthodox QM
Wave function Ψ

Mécanique quantique orthodoxe

- Particule = fonction d'onde
 - Mesure : réduction du paquet d'onde
- ⇒ nombreux paradoxes

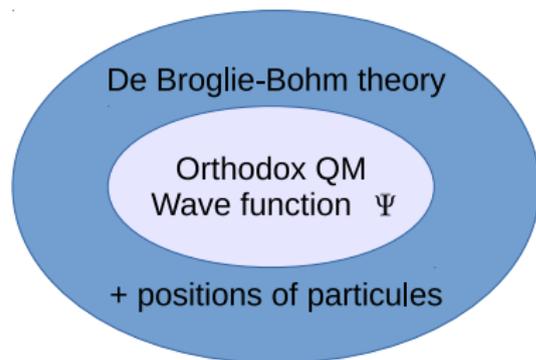




Théorie de dBB

- Particule= fonction d'onde + **position**
- Position initiale aléatoire
(à l'intérieure du paquet d'onde)



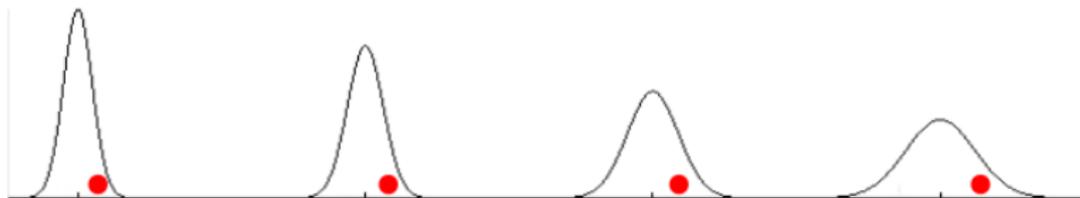


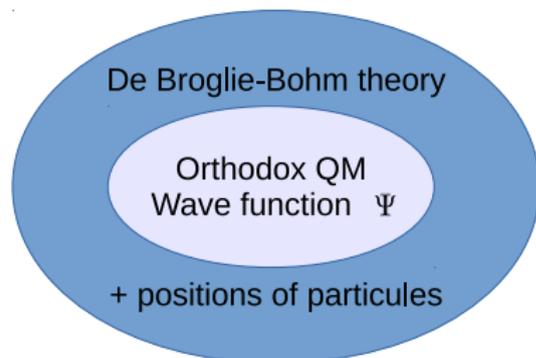
Théorie de dBB

- Particule = fonction d'onde + **position**
- Position initiale aléatoire (à l'intérieure du paquet d'onde)
- La fonction d'onde guide par position de la particule :

$$v(x, t) = \frac{\nabla S(x, t)}{m}$$

$$\text{avec } \Psi(x, t) = \sqrt{\rho(x, t)} e^{\frac{i}{\hbar} S(x, t)}$$



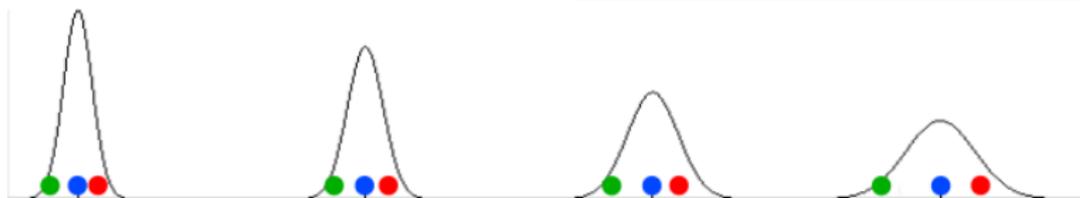


Théorie de dBB

- Particule = fonction d'onde + **position**
- Position initiale aléatoire (à l'intérieure du paquet d'onde)
- La fonction d'onde guide par position de la particule :

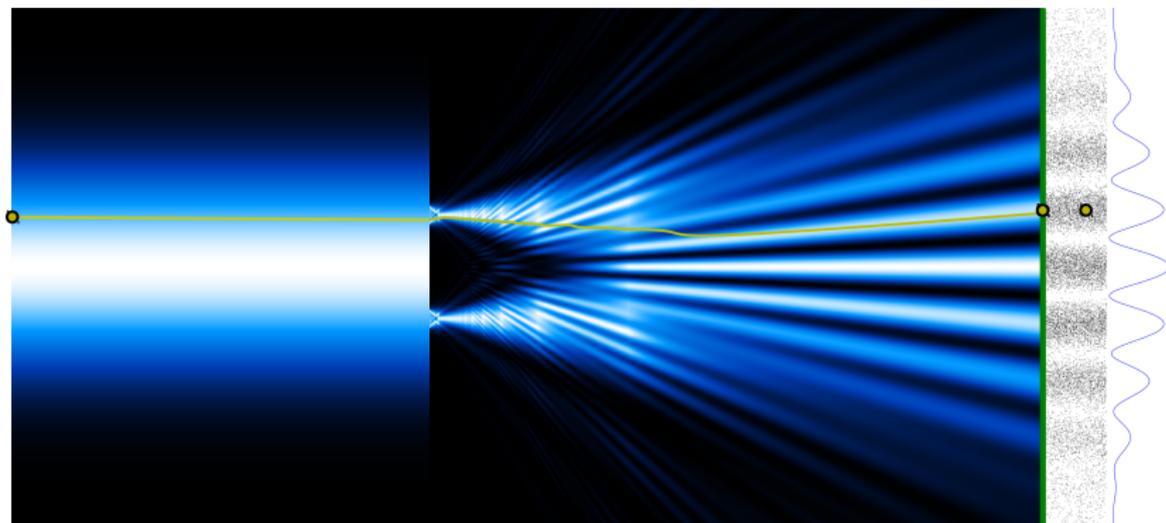
$$v(x, t) = \frac{\nabla S(x, t)}{m}$$

$$\text{avec } \Psi(x, t) = \sqrt{\rho(x, t)} e^{\frac{i}{\hbar} S(x, t)}$$



Quantile : trajectoire de de Broglie (1927) - Bohm (1951)

Quantile : un des mondes de l'interprétation d'Everett ?



Fentes de Young : aléa des positions initiales - Trajectoires de dBB

Copenhague

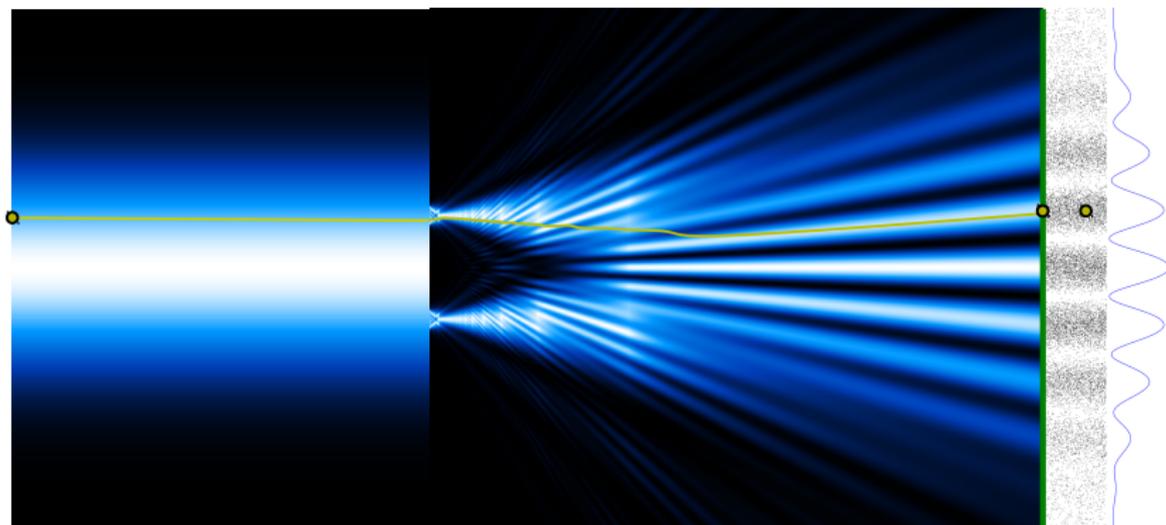
aléa de mesure sur les positions
onde OU corpuscule

Mondes multiples

aléa de séparation des mondes
onde

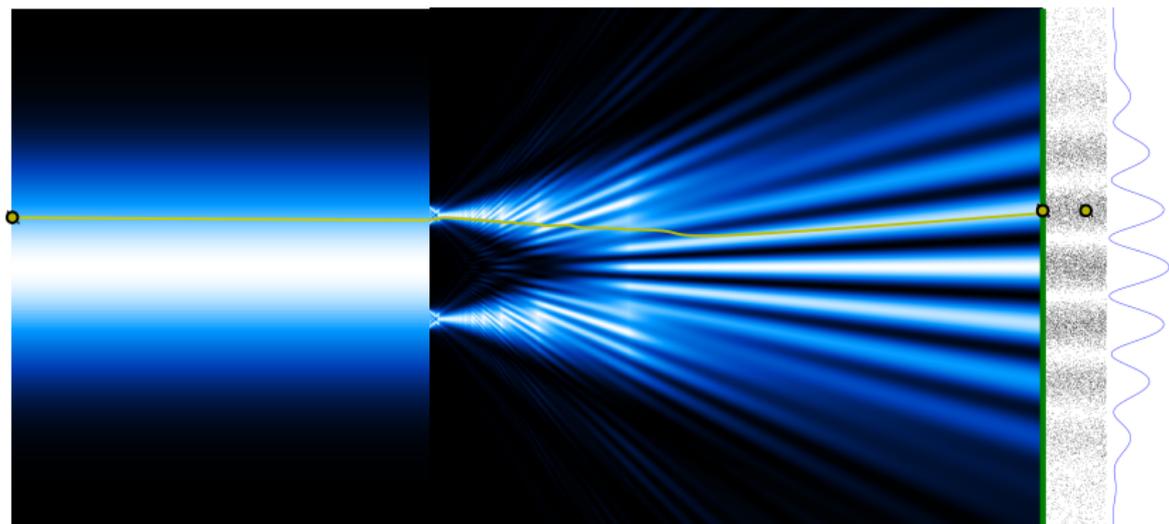
Théorie de dBB

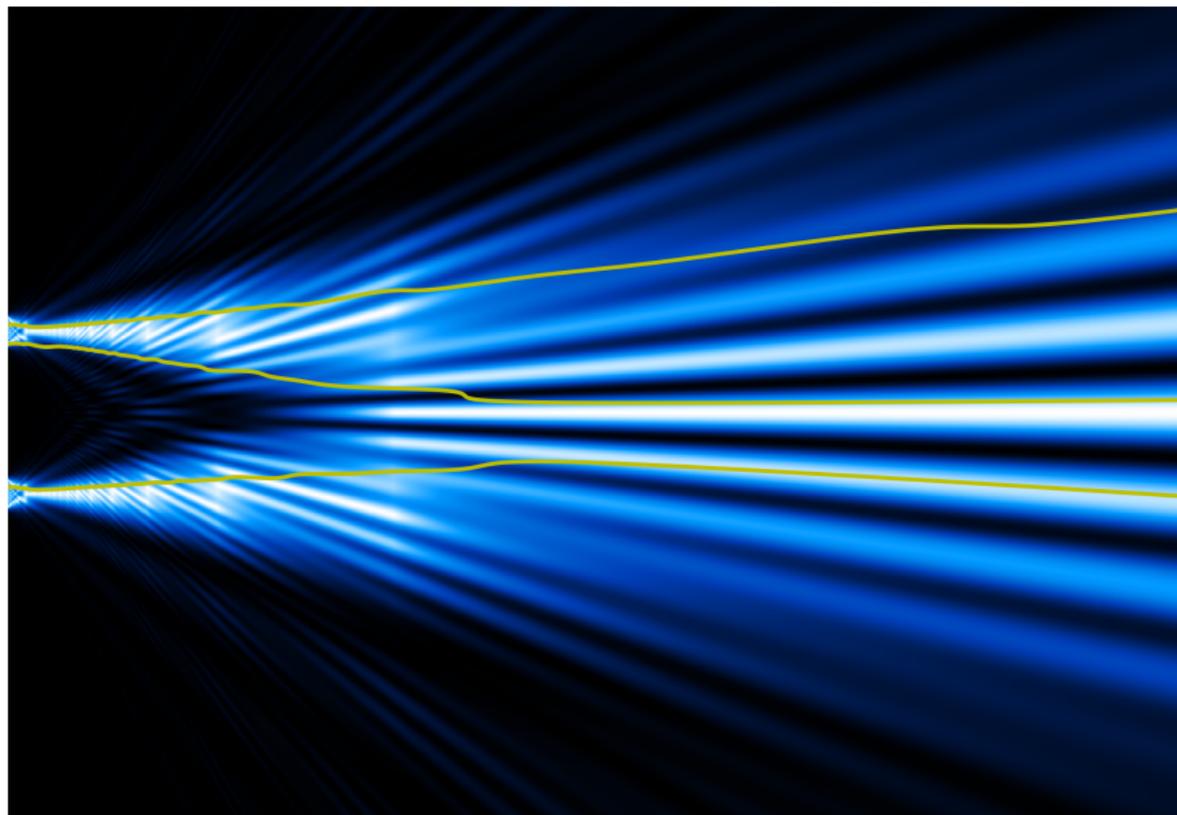
aléa de préparation des positions
onde ET corpuscule



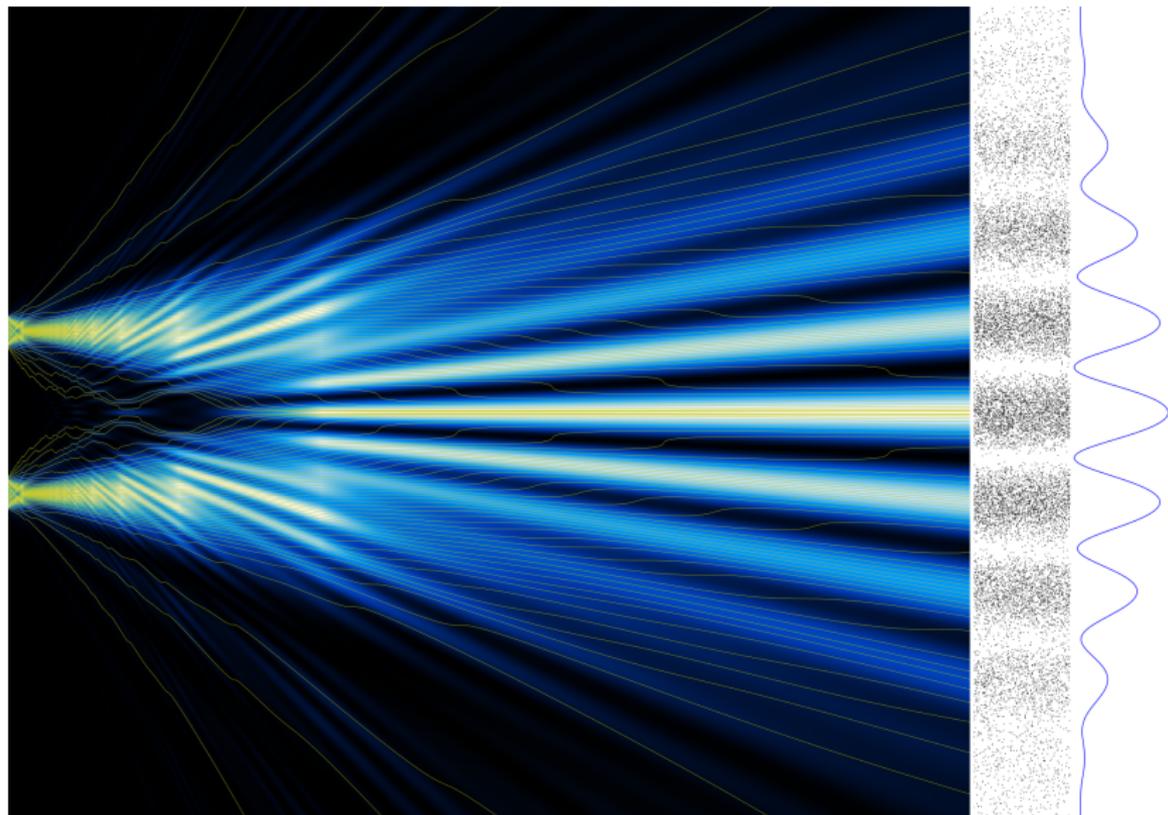
Théorie de de Broglie (1927) - Bohm (1951) ou de l'onde pilote

$$v(x, t) = \frac{\nabla S(x, t)}{m} \quad \text{avec} \quad \Psi(x, t) = \sqrt{\rho(x, t)} e^{i \frac{S(x, t)}{\hbar}}$$

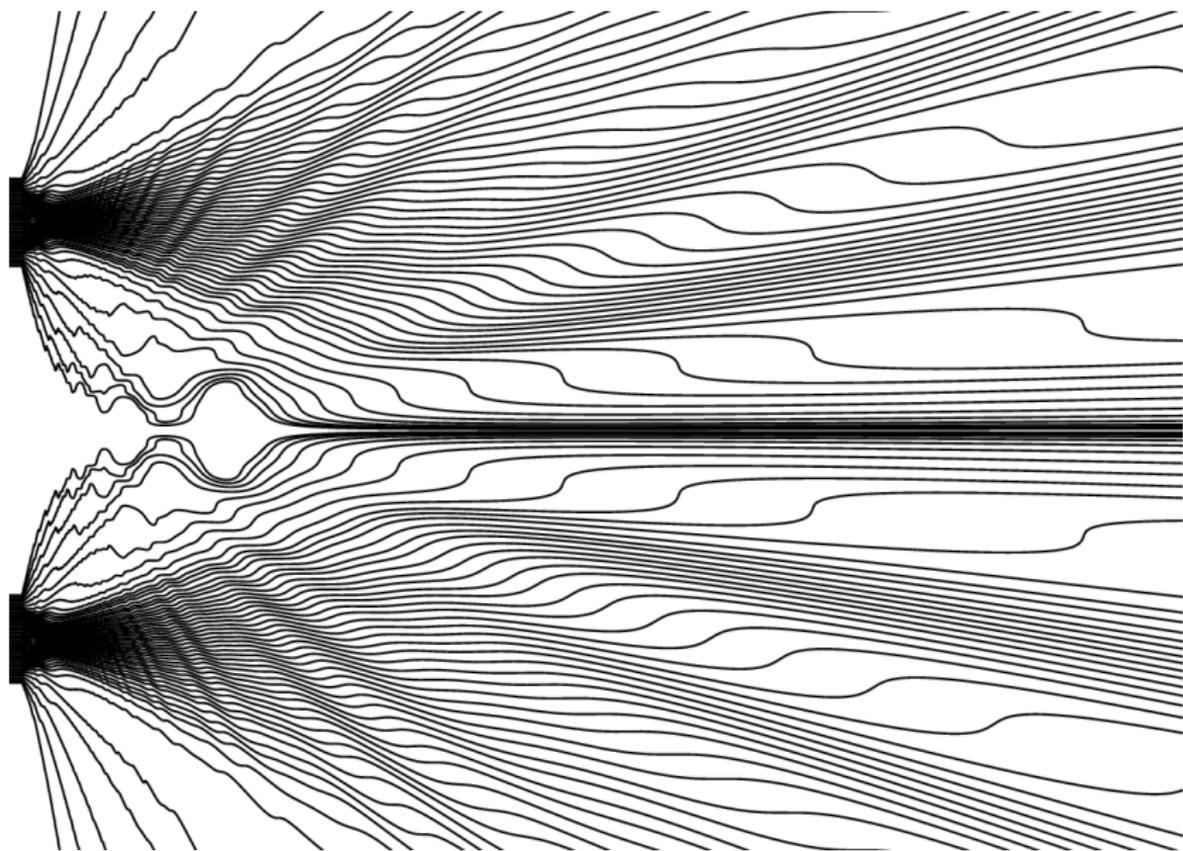




Fentes de Young : aléa des positions initiales - Trajectoires de dBB



Fentes de Young : aléa des positions initiales - Trajectoires de dB



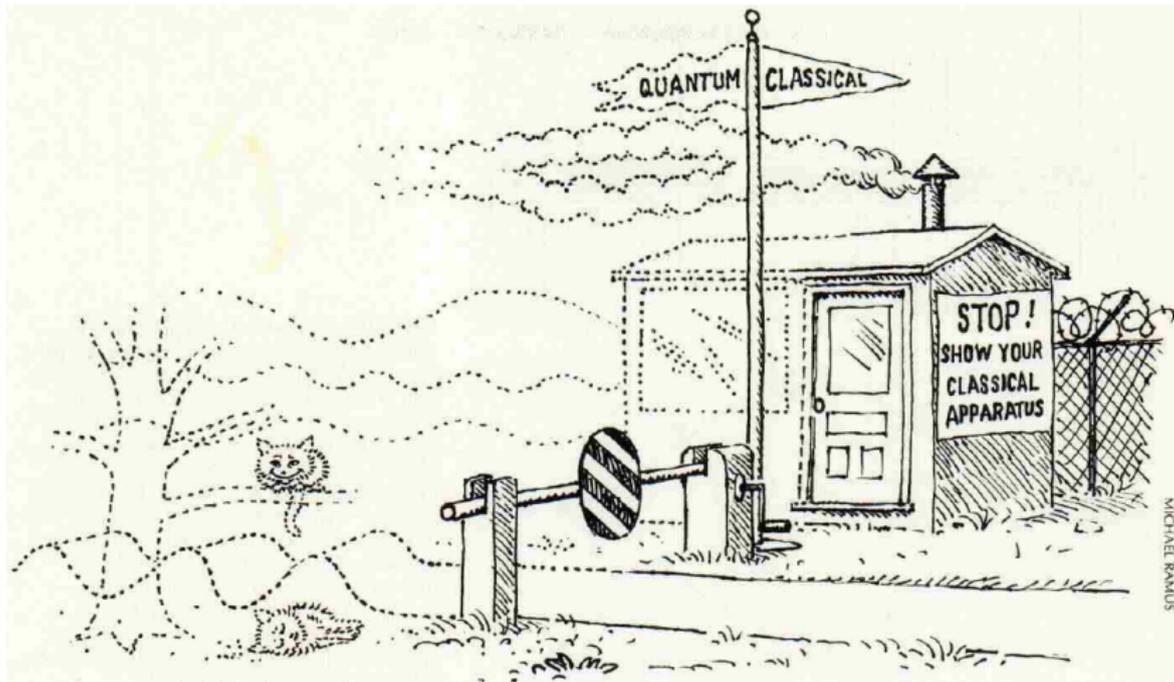
La mécanique classique émerge-elle de la mécanique quantique ?

Mécanique quantique

Fonction d'onde Ψ

Mécanique classique

Position \mathbf{x} + Vitesse \mathbf{v} = Trajectoire



Aléa classique : chaos déterminisme



prédictibilité vs déterminisme

“Une intelligence qui, à un instant donné, connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée et la situation respective des êtres qui la composent, si d’ailleurs elle était suffisamment vaste pour soumettre ces données à l’analyse, embrasserait dans la même formule les mouvements des plus grands corps de l’univers et ceux du plus léger atome ; rien ne serait incertain pour elle, et l’avenir, comme le passé, serait présent à ses yeux.”

Pierre-Simon Laplace, Essai philosophique sur les probabilités, 1814

Aléa quantique

- Équation de Schrödinger : déterministe
- Aléa : paquet d'onde

Raisons possibles :

- Aléa fondamental d'un nouveau type
- Modèle sous-jacent ? Théorie de dBB ?

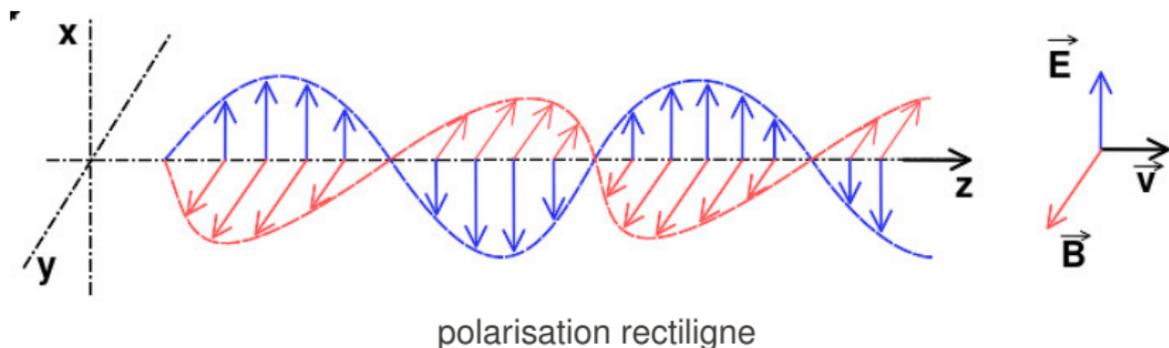
“Dieu ne joue pas aux dés.” Albert Einstein, 1927.
 (“Ne dites pas à Dieu ce qu’il doit faire.” Niels Bohr).

- 1 Les différents type d'ordinateurs quantiques
- 2 Retour à la mécanique quantique : dualité onde-corpuscule
- 3 La superposition et le Qubit
 - Polarisation de la lumière
 - Mesures contextuelles
 - Le problème de la mesure et le chat de Schrödinger
 - Le Qubit et ses implémentations
 - Les problèmes de passage à l'échelle
- 4 L'intrication et la porte logique
- 5 Conclusions

Superposition et mesure du spin

- Expérience des fentes de Young : superposition spatiale.
- Mesures de la polarisation et du spin : mesures contextuelles.
- 1er ordinateur quantique à 7 qubits [Chuang, 2001] : factorisation de 15 (algorithme de Shor) - qubit : spins.
- Chat de Schrödinger et problème de la mesure.

Pile ou face quantique : polarisation de la lumière



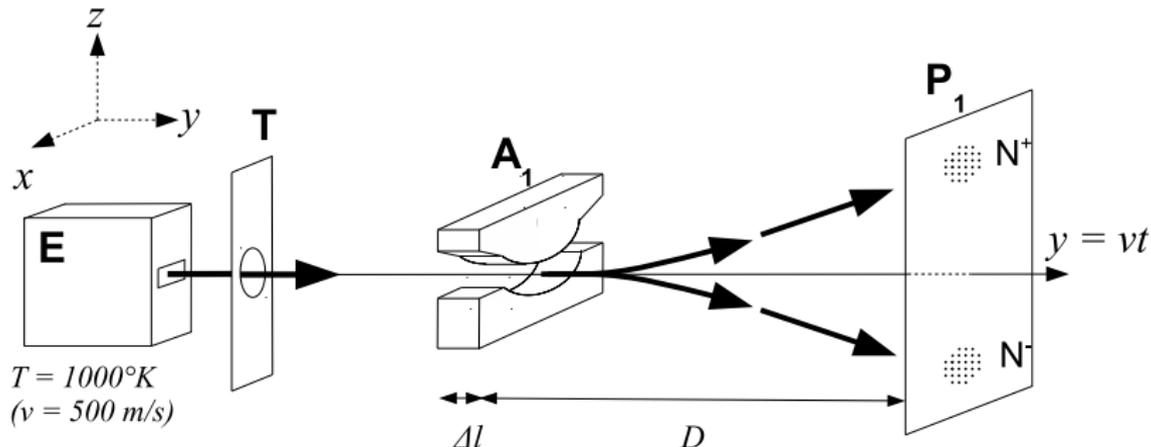
Propriété à valeurs continues mais mesurable uniquement de façon discrète

Mesure du spin et expérience de Stern et Gerlach [1921]

Mesure de position : mesure directe

Mesure de spin : mesure indirecte

Toutes mesures est in fine une mesure de positions

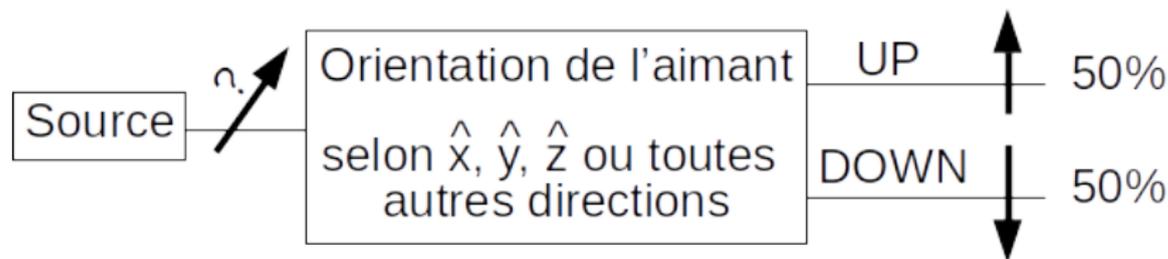


Interprétation orthodoxe

- L'atome est dans une superposition des états spin UP et spin DOWN.
- La superposition est levée par la mesure dans l'un des 2 états.
- C'est la mesure qui crée la valeur.

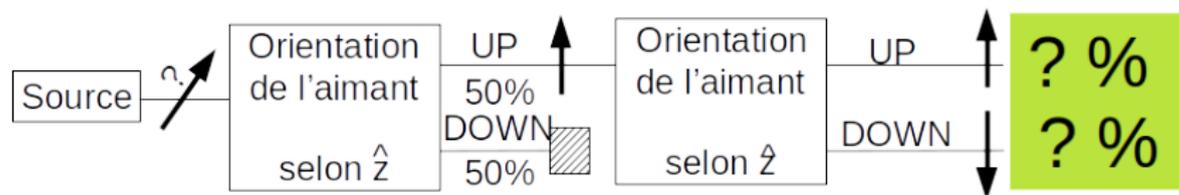
Mesure contextuelle : mesures successives de la polarisation / du spin

Variable à valeur non déterminé avant la mesure



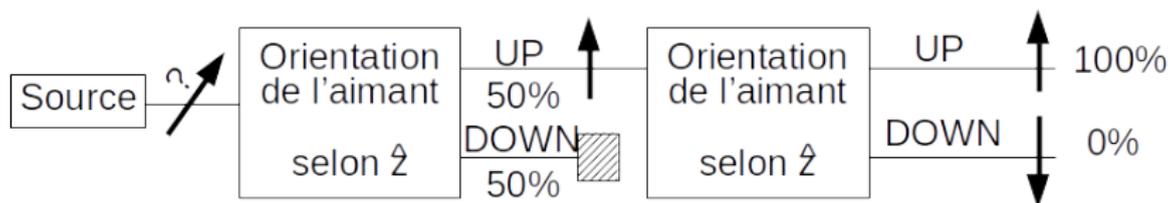
Mesure contextuelle : mesures successives de la polarisation / du spin

Variable à valeur non déterminé avant la mesure



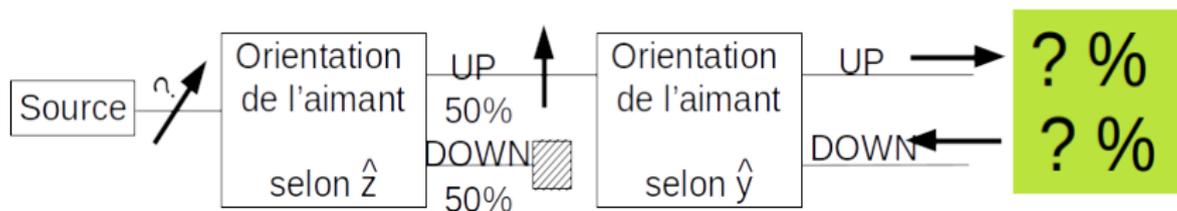
Mesure contextuelle : mesures successives de la polarisation / du spin

Variable à valeur non déterminé avant la mesure



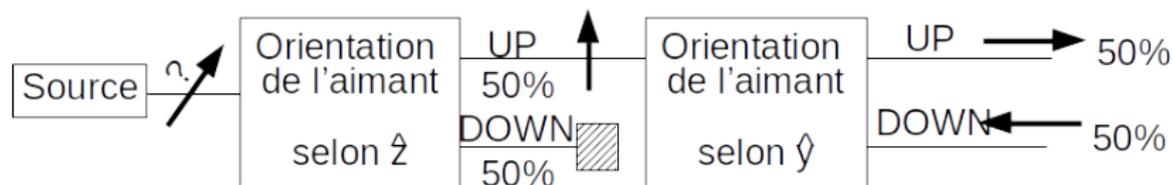
Mesure contextuelle : mesures successives de la polarisation / du spin

Variable à valeur non déterminé avant la mesure



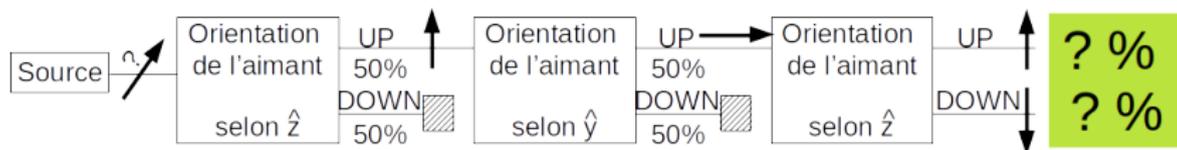
Mesure contextuelle : mesures successives de la polarisation / du spin

Variable à valeur non déterminé avant la mesure



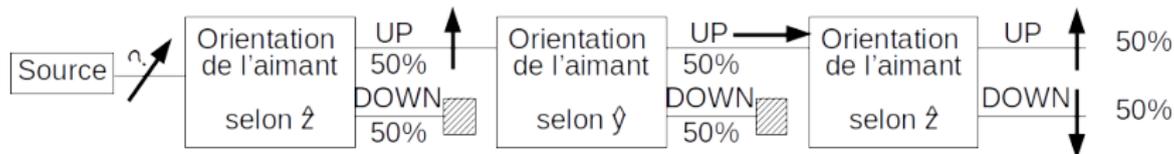
Mesure contextuelle : mesures successives de la polarisation / du spin

Variable à valeur non déterminé avant la mesure



Mesure contextuelle : mesures successives de la polarisation / du spin

Variable à valeur non déterminé avant la mesure



- La mesure révèle-t-elle une propriété pré-existante ?
- La mesure crée-t-elle la propriété ?
- La mesure modifie-t-elle une propriété pré-existante ?

⇒ Les mesures du spin et de la polarisation sont contextuelles

Mesure du spin et expérience de Stern et Gerlach

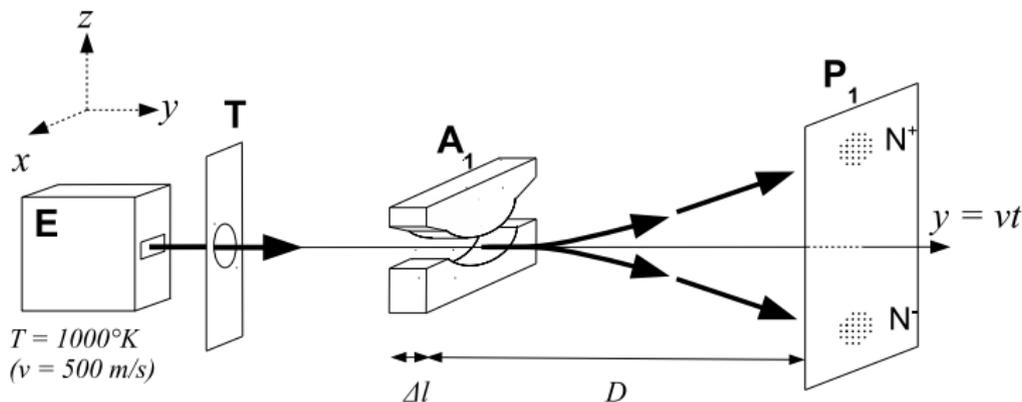
Équation de Pauli [1927] : eq. Schrödinger avec spin 1/2

cas sans charge

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{x}, t) + \mu_B \mathbf{B} \boldsymbol{\sigma} \Psi(\mathbf{x}, t)$$

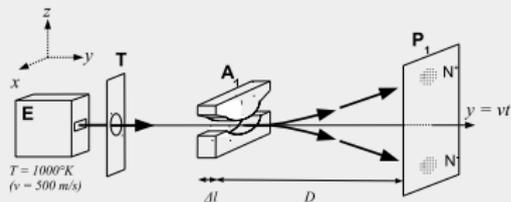
$$\Psi(\mathbf{x}, 0) = \begin{pmatrix} \Psi_0^+(\mathbf{x}) \\ \Psi_0^-(\mathbf{x}) \end{pmatrix} \text{ spiner initial}$$

avec $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$ le magnéton de Bohr et $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$, les trois matrices de Pauli.



Atome d'argent (47 électrons, impaire) : spin de l'atome = spin de l'électron de valence

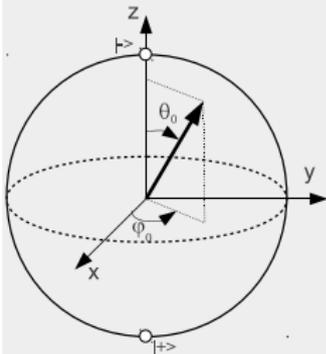
- Fonction d'onde initiale : paquet d'onde verticale (selon z)



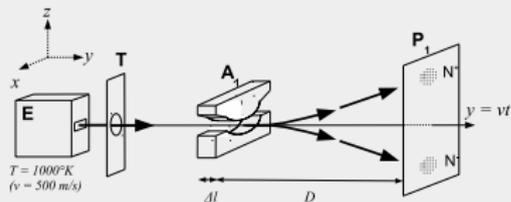
$$\begin{aligned} \Psi_0(z) &= (2\pi\sigma_0^2)^{-1/4} \times e^{-z^2/4\sigma_0^2} \times \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta_0}{2} e^{i\frac{\phi_0}{2}} \\ \sin \frac{\theta_0}{2} e^{i\frac{-\phi_0}{2}} \end{pmatrix} \\ &= A(z) \times \left(\cos \frac{\theta_0}{2} e^{i\phi_0} |+\rangle + \sin \frac{\theta_0}{2} |-\rangle \right) \end{aligned}$$

θ_0 et ϕ_0 définissent l'orientation initiale du spineur

- États purs : θ_0 et ϕ_0 connus



■ Fonction d'onde initiale : paquet d'onde verticale (selon z)

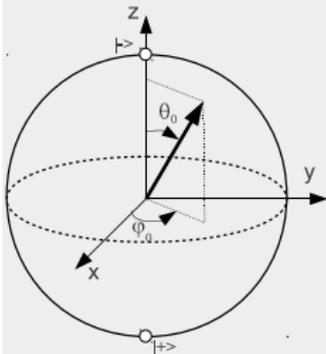


$$\begin{aligned} \Psi_0(z) &= (2\pi\sigma_0^2)^{-1/4} \times e^{-z^2/4\sigma_0^2} \times \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta_0}{2} e^{i\frac{\phi_0}{2}} \\ \sin \frac{\theta_0}{2} e^{i\frac{-\phi_0}{2}} \end{pmatrix} \\ &= A(z) \times \left(\cos \frac{\theta_0}{2} e^{i\phi_0} |+\rangle + \sin \frac{\theta_0}{2} |-\rangle \right) \end{aligned}$$

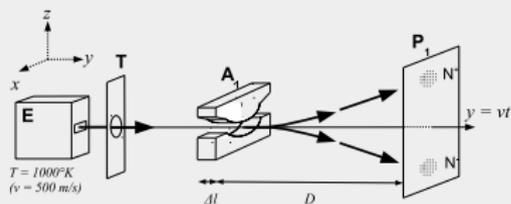
θ_0 et ϕ_0 définissent l'orientation initiale du spineur

■ États purs : θ_0 et ϕ_0 connus

⇒ uniquement un aléa de position (largeur paquet d'onde)



■ Fonction d'onde initiale : paquet d'onde verticale (selon z)



$$\Psi_0(z) = (2\pi\sigma_0^2)^{-1/4} \times e^{-z^2/4\sigma_0^2} \times \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta_0}{2} e^{i\frac{\phi_0}{2}} \\ \sin \frac{\theta_0}{2} e^{i\frac{-\phi_0}{2}} \end{pmatrix}$$

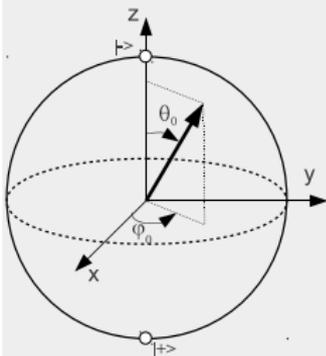
$$= A(z) \times \left(\cos \frac{\theta_0}{2} e^{i\phi_0} |+\rangle + \sin \frac{\theta_0}{2} |-\rangle \right)$$

θ_0 et ϕ_0 définissent l'orientation initiale du spineur

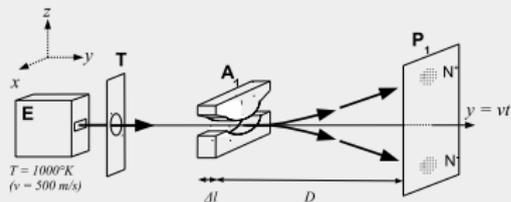
■ États purs : θ_0 et ϕ_0 connus

⇒ uniquement un aléa de position (largeur paquet d'onde)

■ États mixtes : θ_0 et ϕ_0 inconnus donc tirés aléatoirement



■ Fonction d'onde initiale : paquet d'onde verticale (selon z)



$$\Psi_0(z) = (2\pi\sigma_0^2)^{-1/4} \times e^{-z^2/4\sigma_0^2} \times \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta_0}{2} e^{i\frac{\phi_0}{2}} \\ \sin \frac{\theta_0}{2} e^{i\frac{-\phi_0}{2}} \end{pmatrix}$$

$$= A(z) \times \left(\cos \frac{\theta_0}{2} e^{i\phi_0} |+\rangle + \sin \frac{\theta_0}{2} |-\rangle \right)$$

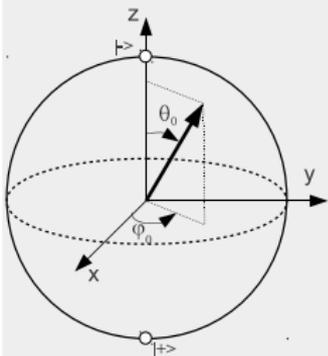
θ_0 et ϕ_0 définissent l'orientation initiale du spineur

■ États purs : θ_0 et ϕ_0 connus

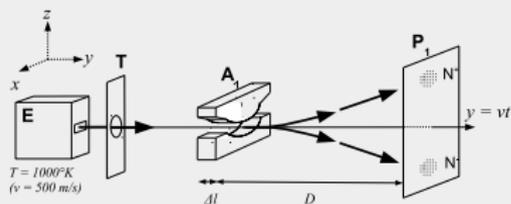
⇒ uniquement un aléa de position (largueur paquet d'onde)

■ États mixtes : θ_0 et ϕ_0 inconnus donc tirés aléatoirement

⇒ aléa de position (largueur paquet d'onde) **et** des paramètres de la fonction d'onde



■ Fonction d'onde initiale : paquet d'onde verticale (selon z)



$$\Psi_0(z) = (2\pi\sigma_0^2)^{-1/4} \times e^{-z^2/4\sigma_0^2} \times \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta_0}{2} e^{i\frac{\phi_0}{2}} \\ \sin \frac{\theta_0}{2} e^{i\frac{-\phi_0}{2}} \end{pmatrix}$$

$$= A(z) \times \left(\cos \frac{\theta_0}{2} e^{i\phi_0} |+\rangle + \sin \frac{\theta_0}{2} |-\rangle \right)$$

θ_0 et ϕ_0 définissent l'orientation initiale du spineur

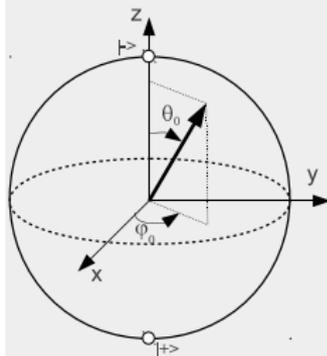
■ États purs : θ_0 et ϕ_0 connus

⇒ uniquement un aléa de position (largueur paquet d'onde)

■ États mixtes : θ_0 et ϕ_0 inconnus donc tirés aléatoirement

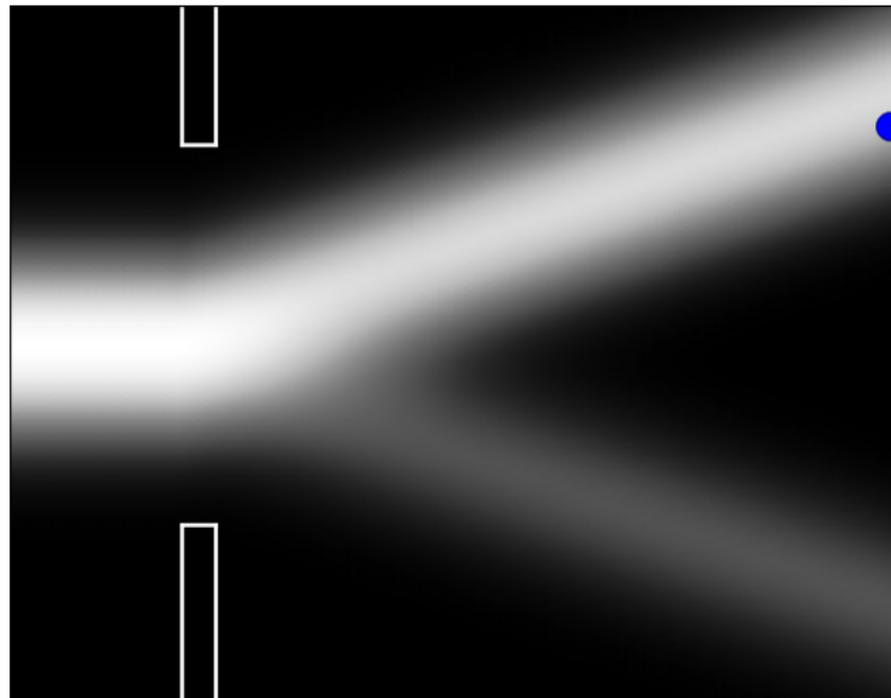
⇒ aléa de position (largueur paquet d'onde) **et** des paramètres de la fonction d'onde

⇒ Chaque atome d'argent du faisceau à une fonction d'onde (spineur) différente (θ_0 et ϕ_0)



État initial : $\theta_0 = \frac{\pi}{3}$ et ϕ_0 fixés

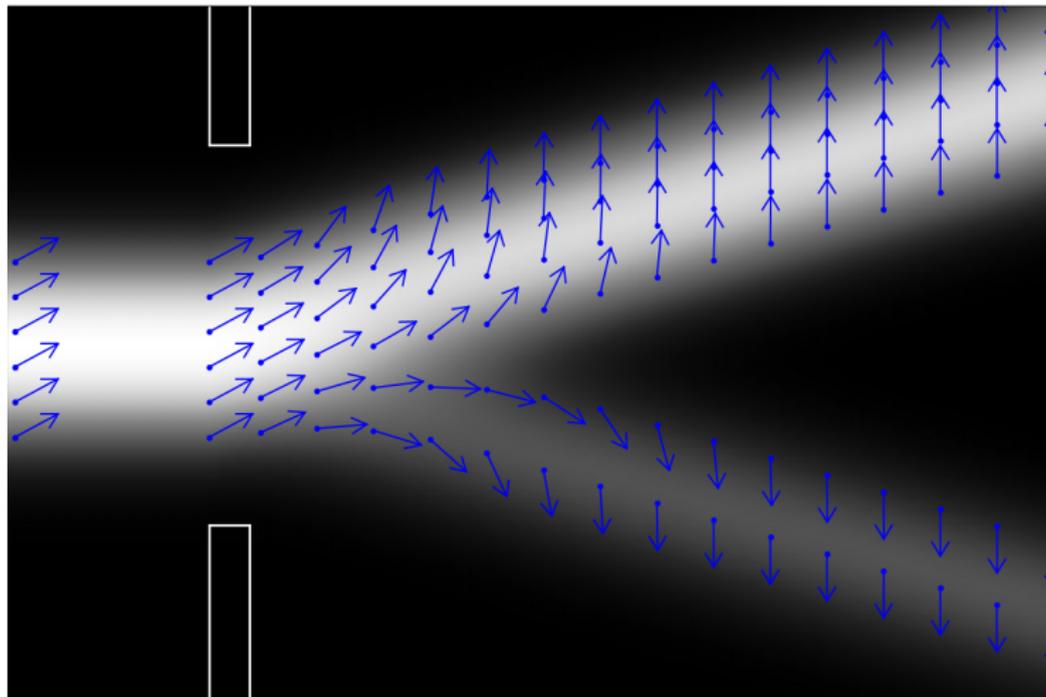
$$\Psi(z) = (2\pi\sigma_0^2)^{-1/4} \times e^{-z^2/4\sigma_0^2} \times \left(\cos \frac{\theta_0}{2} |0\rangle + \sin \frac{\theta_0}{2} |1\rangle \right)$$



$$75\% \\ = \cos^2 \frac{\theta_0}{2}$$

$$25\% \\ = \sin^2 \frac{\theta_0}{2}$$

État initial : $\theta_0 = \frac{\pi}{3}$ et ϕ_0 fixés



Le spineur est défini en tout point de l'espace (champs)
⇒ **La mesure redresse le spineur dans 2 directions opposées**

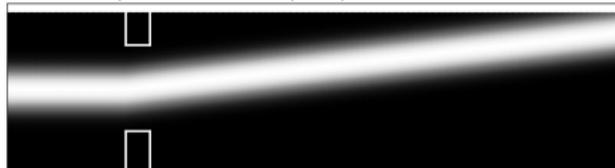
Expérience de Stern et Gerlach - 4a/5

Densité de probabilité avec champ de spineurs $\theta = \frac{\pi}{3}$

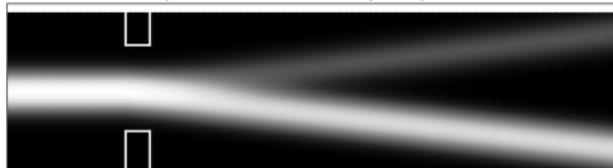
Stern et Gerlach

7 états purs et 1 état mélangé

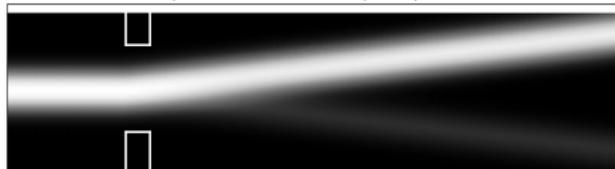
État pur avec $\theta = 0$, spin up : 100% ($\cos^2(\theta/2)$)



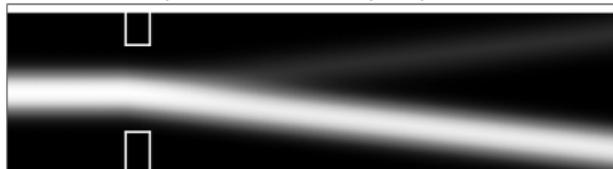
État pur avec $\theta = 2\pi/3$, spin up : 25%



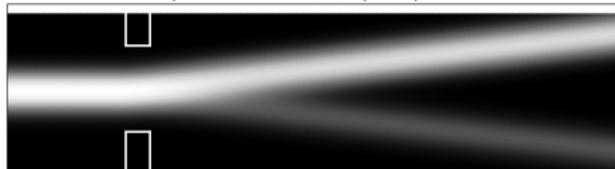
État pur avec $\theta = \pi/4$, spin up : 85%



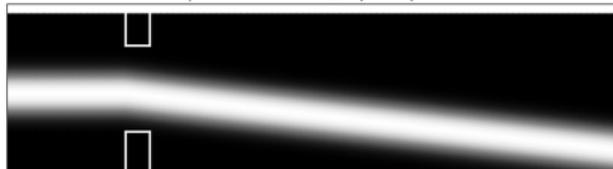
État pur avec $\theta = 3\pi/4$, spin up : 15%



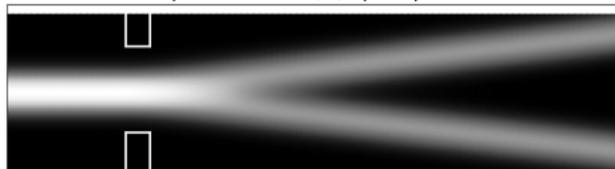
État pur avec $\theta = \pi/3$, spin up : 75%



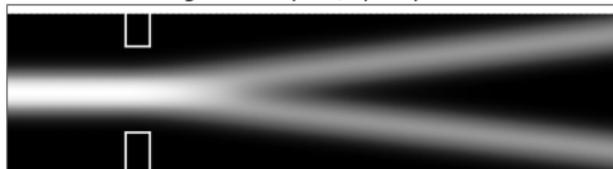
État pur avec $\theta = \pi$, spin up : 0%



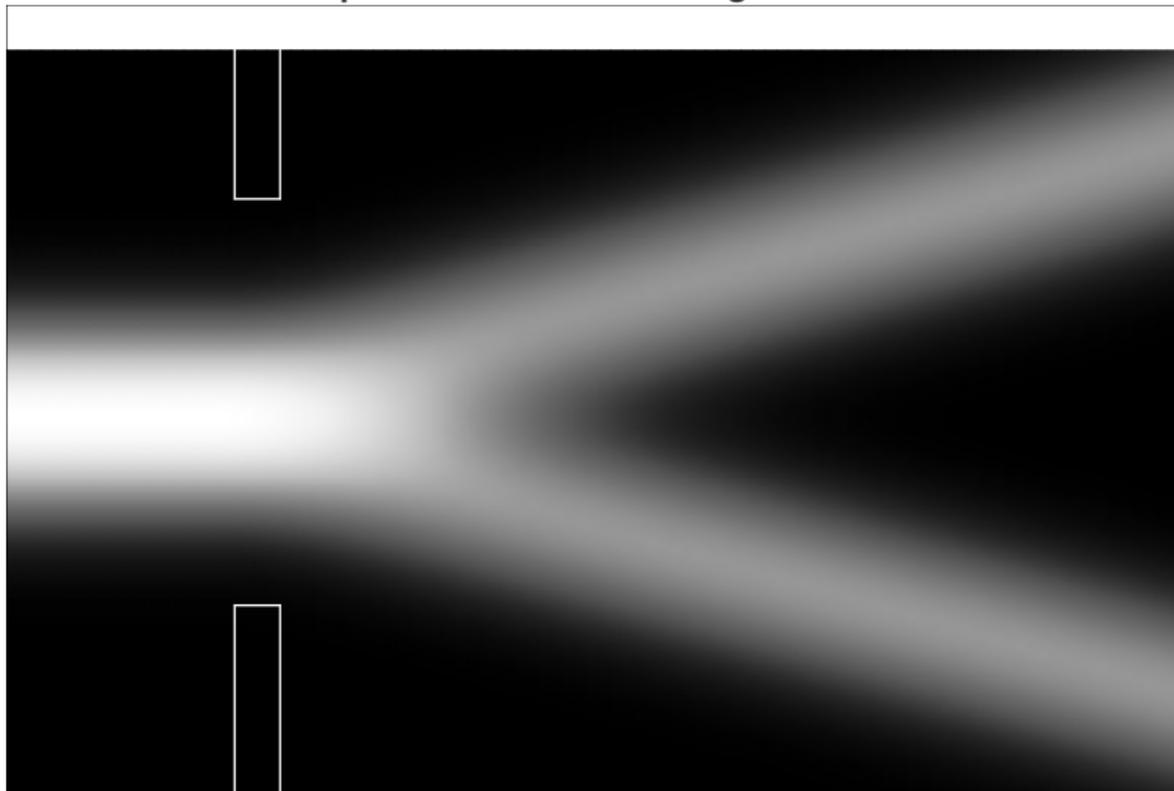
État pur avec $\theta = \pi/2$, spin up : 50%



Mélange d'états purs, spin up : 50%



Somme des états purs : état mixte / mélangé : 50% UP - 50% DOWN



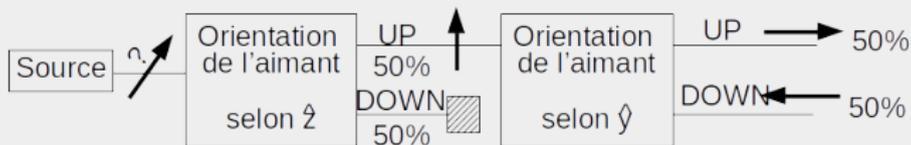
Statistiquement équivalent à l'état pur $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$

Comment préparer un état pur ?

- Passage dans un premier appareil Stern et Gerlach
- Rotation sur l'une des 2 sorties



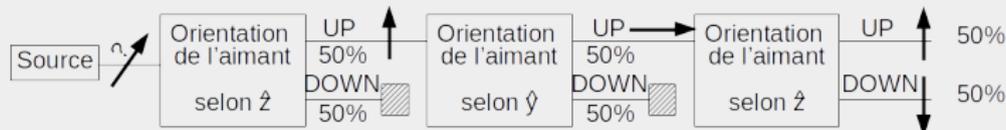
$$\Rightarrow \theta_0 = 0$$



$$\Rightarrow \theta_0 = \pi/2$$

Explication des mesures successives

- L'appareil de mesure **redresse** le spineur
- La valeur mesurée est contextuelle du processus de mesure



- ⇒ La valeur mesurée n'est pas la valeur (pré-)existante avant la mesure
- ⇒ La "mesure" du spin est la mesure de l'orientation du spin.

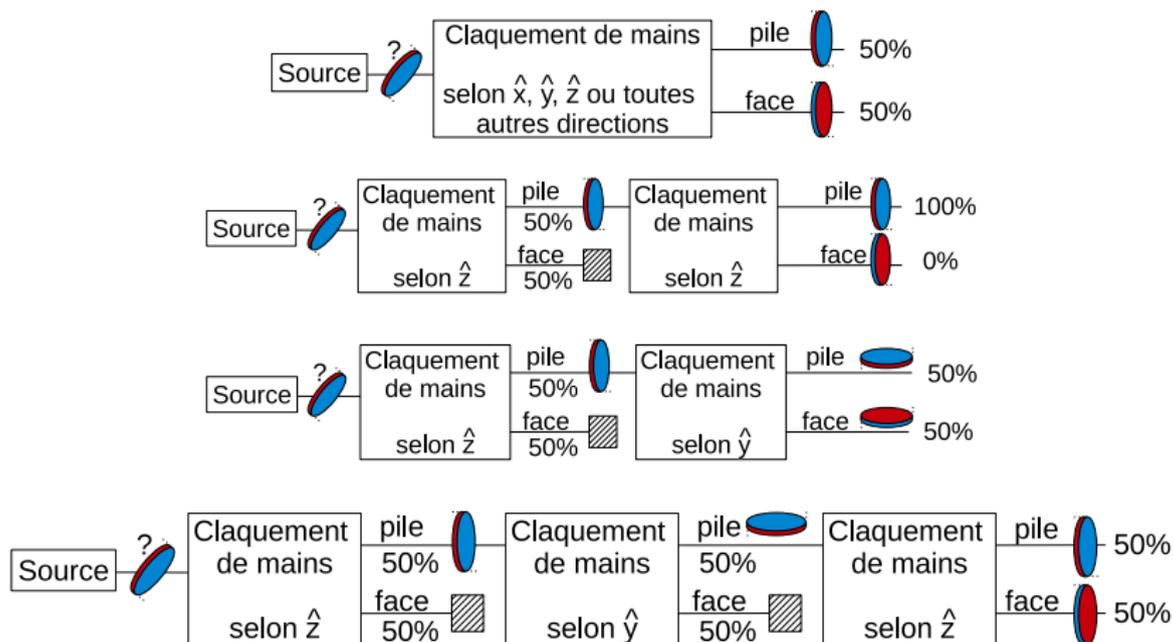
⇒ Spin : propriété à valeurs continues mais mesurable uniquement de façon discrète

Parallèle avec le jeu de pile ou face dans l'espace

Mesure contextuelle : Pile ou face dans l'Espace

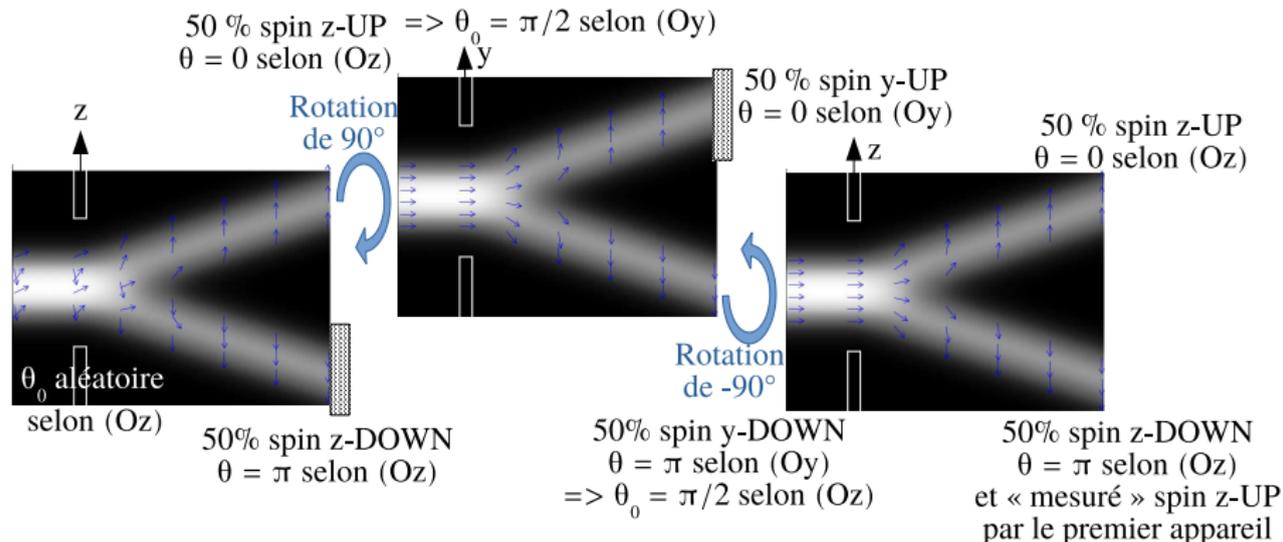


Mesure contextuelle : Pile ou face dans l'Espace



Calcul - Mesures successives du spin

- 1er appareil SG selon (Oz) : mélange d'états purs
- 2e appareil SG selon (Oy) : état pur $\pi/2$
- 3e appareil SG selon (Oz) : état pur $\pi/2$



\Rightarrow Le spin d'un même atome est successivement *mesurée* UP (1er appareil) puis DOWN (3e appareil)

Superposition : phénomène non observable donc soumis à interprétations

■ Interprétation-s de Copenhague

- Phénomène incompréhensible : *“Shut up and calculate”*
- Toutes les propriétés (position, vitesse, énergie, masse...) sont comme le spin, des propriétés contextuelles créées par la mesure
- Pointe une inconscience de la théorie : problème de la mesure (chat de Schrödinger)

Superposition : phénomène non observable donc soumis à interprétations

■ Interprétation-s de Copenhague

- Phénomène incompréhensible : *"Shut up and calculate"*
- Toutes les propriétés (position, vitesse, énergie, masse...) sont comme le spin, des propriétés contextuelles créées par la mesure
- Pointe une inconscience de la théorie : problème de la mesure (chat de Schrödinger)

■ Interprétation d'Everett

- Superposition = superposition des mondes dans un Univers unique
- N'explique pas l'aléa à l'intérieur d'un même monde

Superposition : phénomène non observable donc soumis à interprétations

■ Interprétation-s de Copenhague

- Phénomène incompréhensible : *"Shut up and calculate"*
- Toutes les propriétés (position, vitesse, énergie, masse...) sont comme le spin, des propriétés contextuelles créées par la mesure
- Pointe une inconscience de la théorie : problème de la mesure (chat de Schrödinger)

■ Interprétation d'Everett

- Superposition = superposition des mondes dans un Univers unique
- N'explique pas l'aléa à l'intérieur d'un même monde

■ Théorie de de Broglie-Bohm

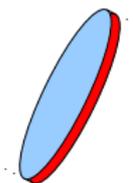
- L'ajout de la position à l'intérieur du paquet d'onde explique les mesures.
- Non contextualité quantique est la même que classiquement

Interprétation de
Copenhague
(la plus répandue)



la superposition est un
état nouveau
(uniquement quantique)

Interprétation à
variables supplémentaires
ex. : De Broglie-Bohm



la superposition est un
état intermédiaire
entre les états mesurables

Interprétation des mondes
multiples d'Everett

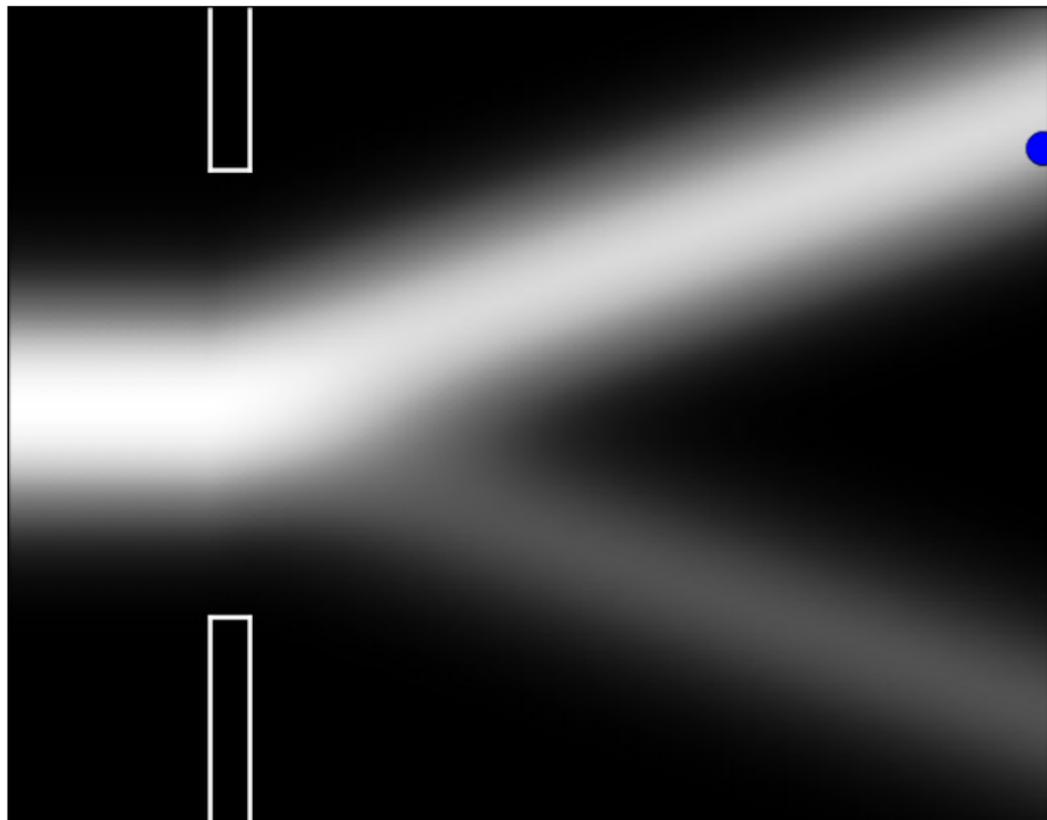


monde 1

monde 2

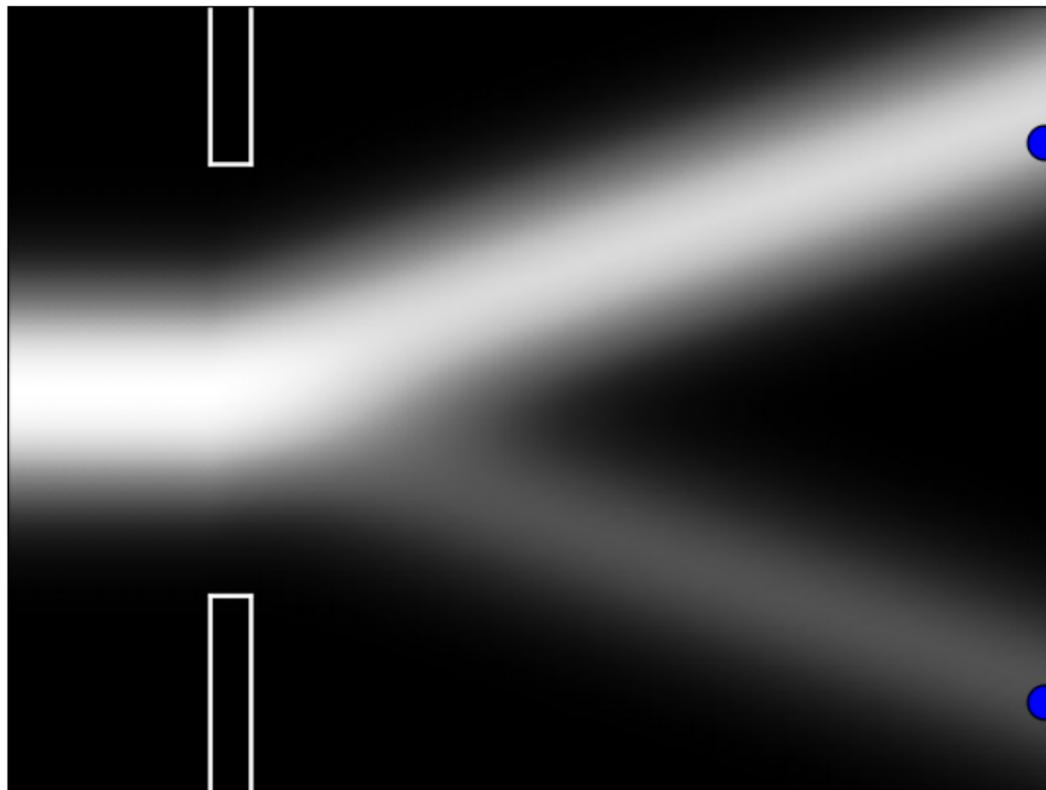
la superposition est à considérer
dans des mondes différents

État pur $\theta_0 = \pi/3$



Création de la position au moment de la mesure

État pur $\theta_0 = \pi/3$



Création de deux mondes

Expérience de Stern et Gerlach

Densité de probabilité avec champ de spineurs $\theta = \frac{\pi}{3}$ + une position initiale

Stern et Gerlach

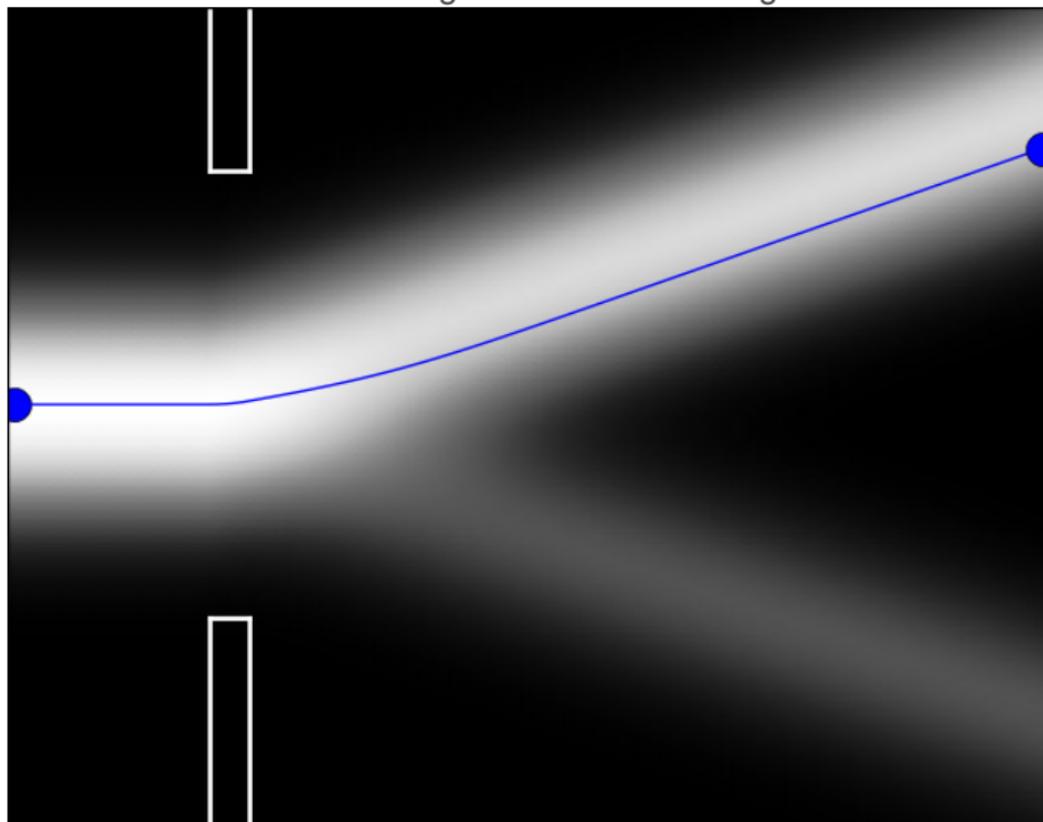
Expérience de Stern et Gerlach

Densité de probabilité avec champ de spineurs $\theta = \frac{\pi}{3}$ + une position initiale et trace

Stern et Gerlach

État pur $\theta_0 = \pi/3$

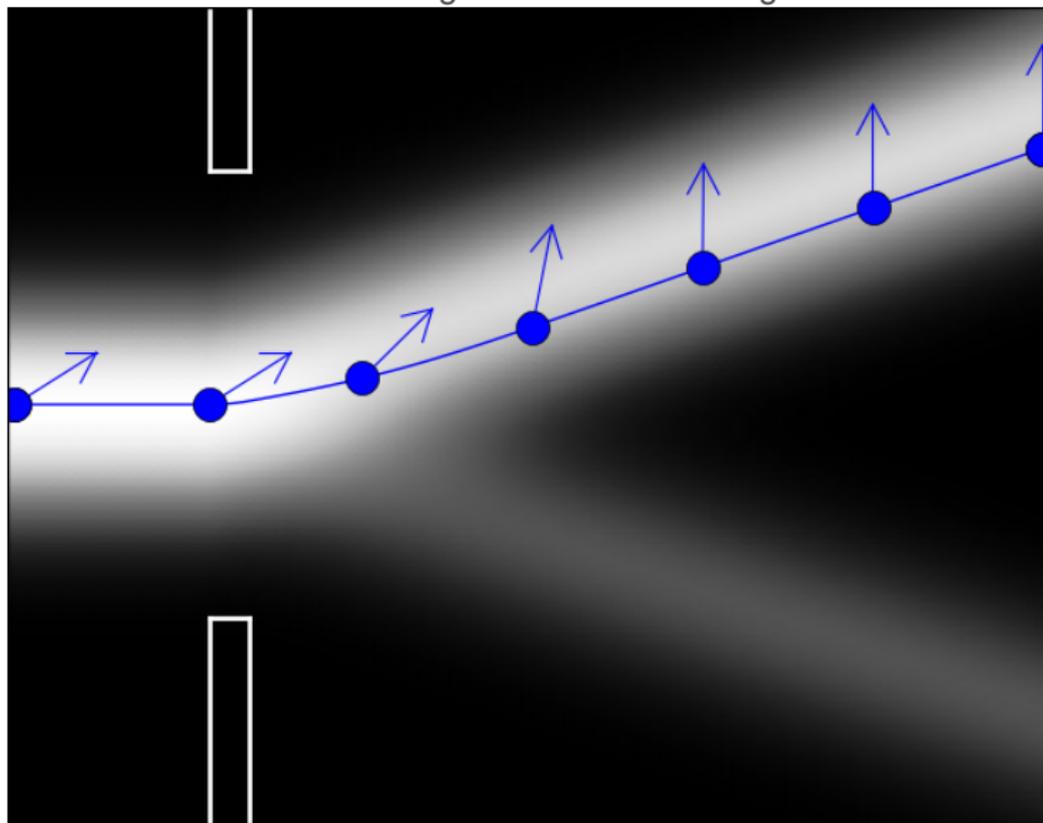
Théorie de de Broglie-Bohm : réalité augmentée



Théorie dBB - Calcul - Expérience de Stern et Gerlach

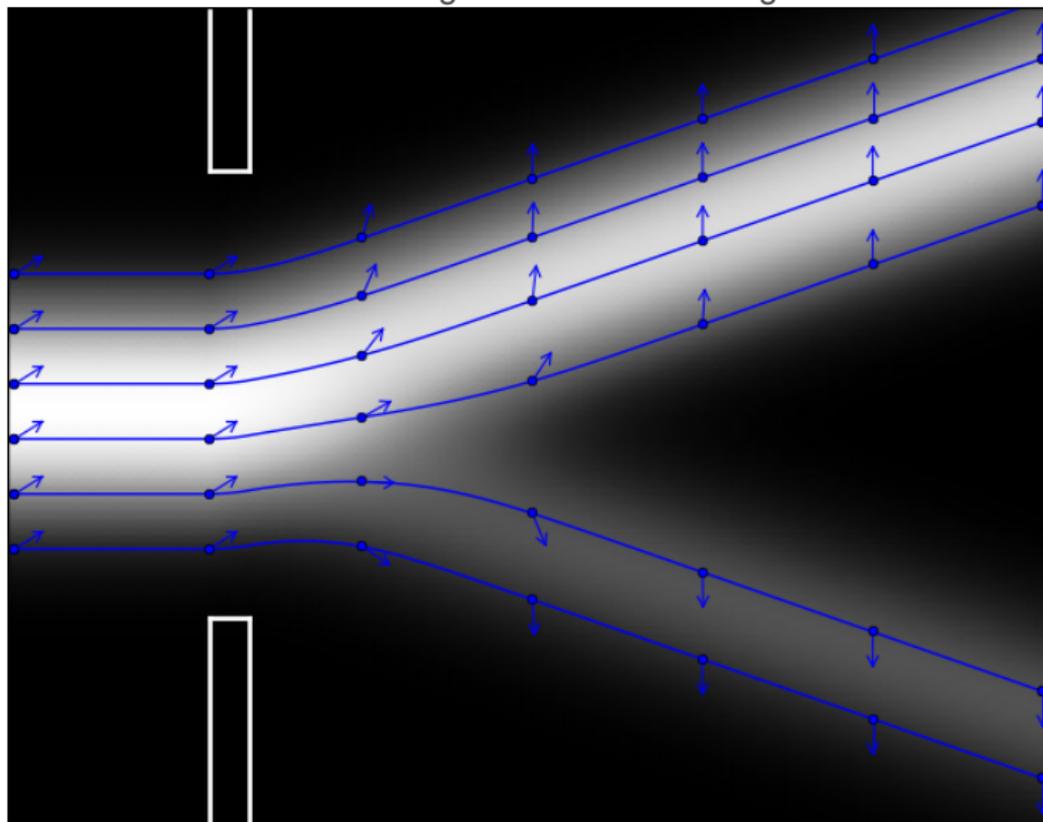
État pur $\theta_0 = \pi/3$

Théorie de de Broglie-Bohm : réalité augmentée



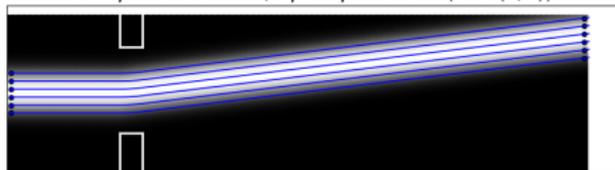
État pur $\theta_0 = \pi/3$

Théorie de de Broglie-Bohm : réalité augmentée

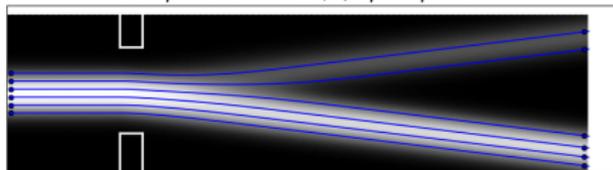


Théorie de de Broglie-Bohm : réalité augmentée

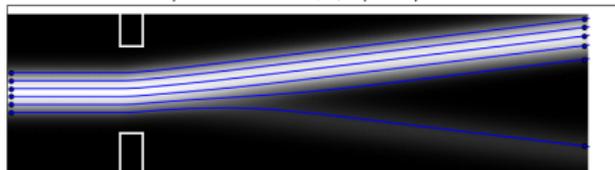
État pur avec $\theta = 0$, spin up : 100% ($\cos^2(\theta/2)$)



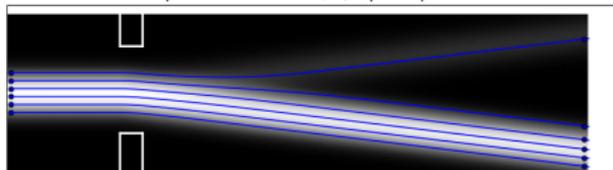
État pur avec $\theta = 2\pi/3$, spin up : 25%



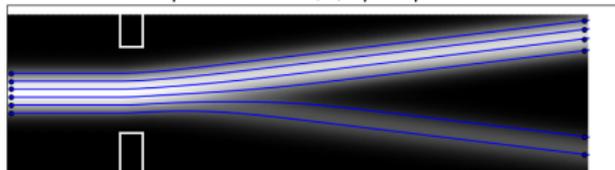
État pur avec $\theta = \pi/4$, spin up : 85%



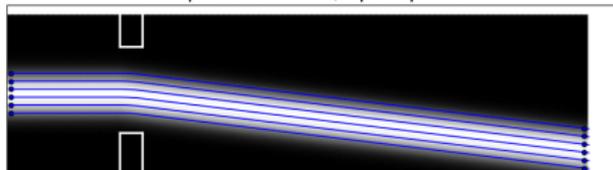
État pur avec $\theta = 3\pi/4$, spin up : 15%



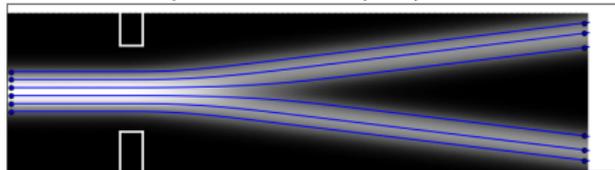
État pur avec $\theta = \pi/3$, spin up : 75%



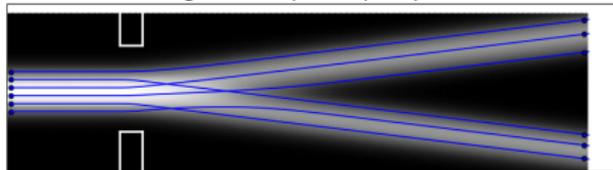
État pur avec $\theta = \pi$, spin up : 0%



État pur avec $\theta = \pi/2$, spin up : 50%



Mélange d'états purs, spin up : 50%



Expérience de Stern et Gerlach

Densité de probabilité et trajectoires quand θ varie de 0 à $\pi/2$.

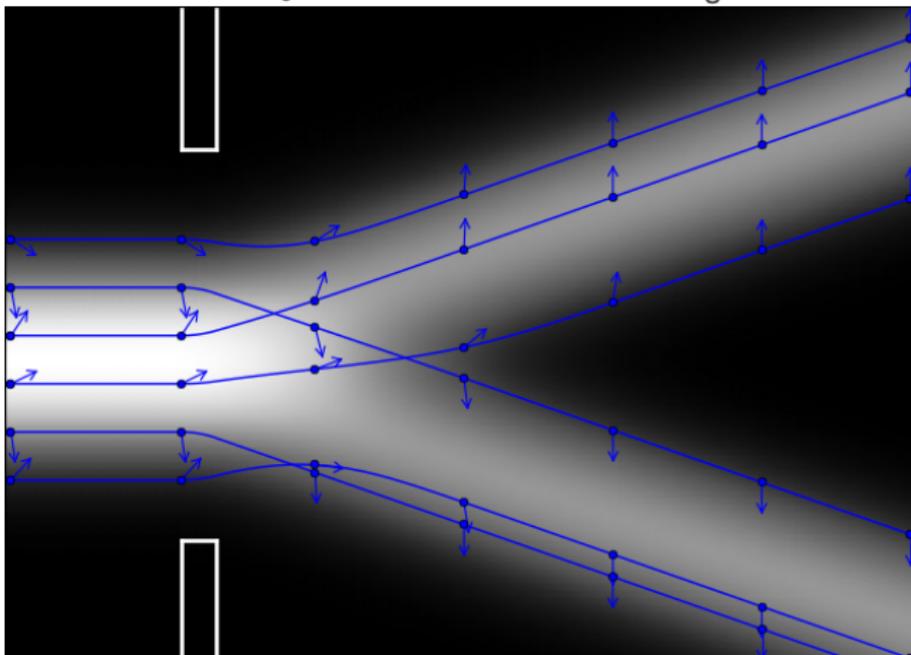
Stern et Gerlach

Expérience de Stern et Gerlach

Densité de probabilité avec mixture d'états différents + une position initiale et trace

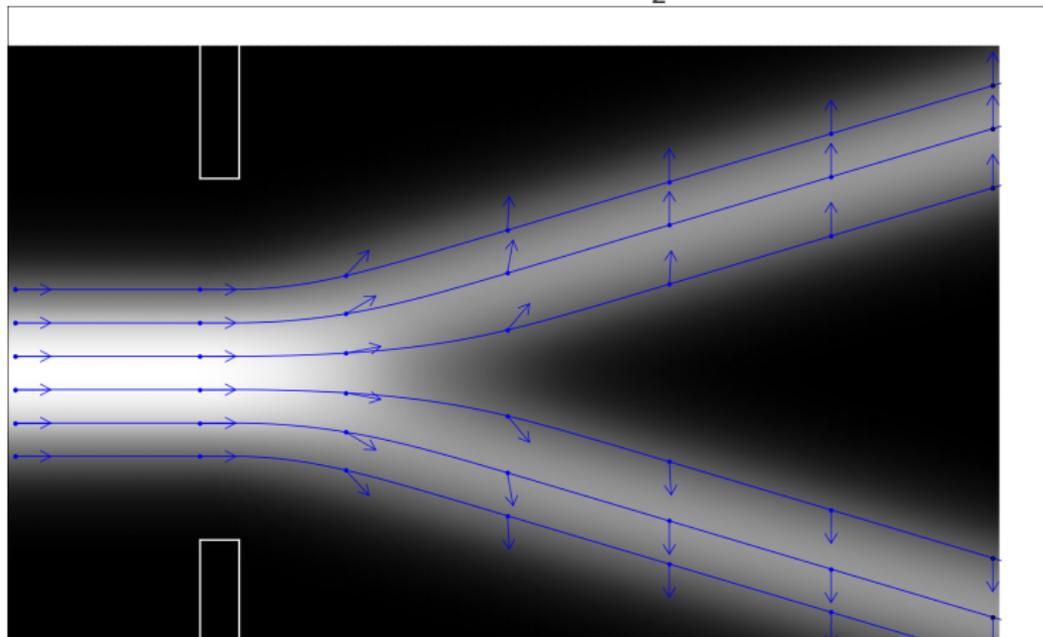
Stern et Gerlach

État mixte : θ_0 tiré aléatoirement : aléa d'ignorance



- La mesure ne fait pas que révéler une propriété pré-existante (avant la mesure).
- Elle modifie cette valeur.
- Explication simple des mesures successives.

≠État pur : $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$



- La mesure ne fait pas que révéler une propriété pré-existante (avant la mesure).
- Elle modifie cette valeur.
- Explication simple des mesures successives.

Dans la théorie de dBB, la superposition ne signifie pas être dans deux états à la fois, c'est simplement être dans un état non mesurable.

Parrallélisme ?

- Interprétations très différentes du phénomène de superposition :
 - Véritable parallélisme pour les interprétations de Copenhague et des mondes multiples.
 - Modèle causal sous-jacent pour la théorie de de Broglie-Bohm
 - Le calculateur quantique fonctionne uniquement si le parallélisme est véritable. Le phénomène de superposition signifie être simultanément dans deux états à la fois (interprétations de Copenhague ou des mondes multiples vrais).
 - Si on reste réaliste, l'interprétation de de de Broglie-Bohm, le Qubit n'existe que statistiquement (pas de passage à l'échelle possible).
- ⇒ L'interprétation de la mécanique quantique n'est pas que la métaphysique

Superposition

- Avec 4 bits, on code les entiers de 0 à 15.
 - Avec 4 Qubits intriqués, on code les entiers de 0 à 15, mais aussi toutes superpositions de ces 16 entiers.
- ⇒ On peut être dans un état qui est la combinaison linéaire des 16 états à la fois (avec un poids de $\frac{1}{16}$ chacun).
- ⇒ Si on calcul une fonction quelconque $f : [0, 15] \rightarrow \mathbb{R}$, alors en une passe, on calcule la valeur des 16 états à la fois (car l'équation de Schrödinger est *linéaire*).
- mais...**

Superposition

- Avec 4 bits, on code les entiers de 0 à 15.
 - Avec 4 Qubits intriqués, on code les entiers de 0 à 15, mais aussi toutes superpositions de ces 16 entiers.
- ⇒ On peut être dans un état qui est la combinaison linéaire des 16 états à la fois (avec un poids de $\frac{1}{16}$ chacun).
- ⇒ Si on calcul une fonction quelconque $f : [0, 15] \rightarrow \mathbb{R}$, alors en une passe, on calcule la valeur des 16 états à la fois (car l'équation de Schrödinger est *linéaire*).
- mais...**

Mesure des Qubits

- Mesure uniquement un des 16 états avec la fréquence $\frac{1}{16}$
 - Analogie avec un dé à 16 faces ou 4 tirages de pile ou face...

Magie de la superposition ?

Superposition

- Avec 4 bits, on code les entiers de 0 à 15.
 - Avec 4 Qubits intriqués, on code les entiers de 0 à 15, mais aussi toutes superpositions de ces 16 entiers.
- ⇒ On peut être dans un état qui est la combinaison linéaire des 16 états à la fois (avec un poids de $\frac{1}{16}$ chacun).
- ⇒ Si on calcul une fonction quelconque $f : [0, 15] \rightarrow \mathbb{R}$, alors en une passe, on calcule la valeur des 16 états à la fois (car l'équation de Schrödinger est *linéaire*).
- mais...**

Mesure des Qubits

- Mesure uniquement un des 16 états avec la fréquence $\frac{1}{16}$
 - Analogie avec un dé à 16 faces ou 4 tirages de pile ou face...

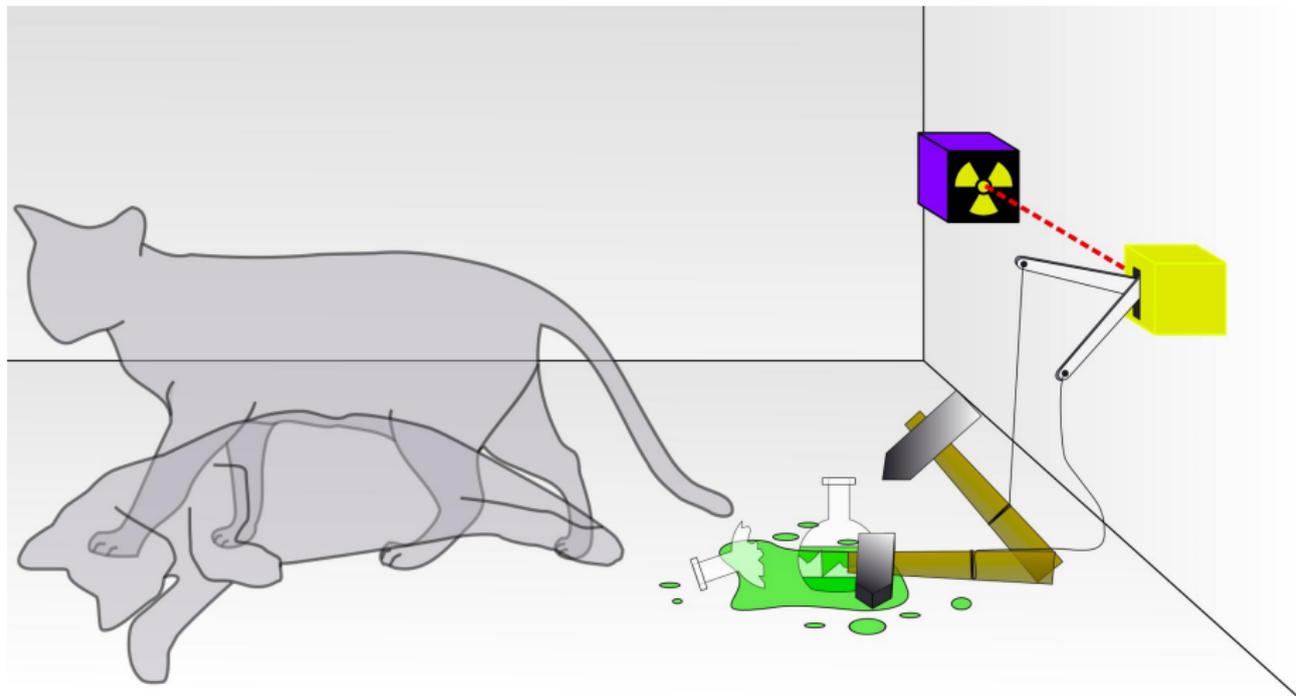
Conclusion

Algorithme quantique doit tenir compte de la superposition et de la mesure.

- Algorithme de Shor : calcul la période d'une fonction mais pas ces valeurs.

Chat de Schrödinger : problème de la mesure

1935 : critique d'Erwin Schrödinger de l'interprétation de Copenhague



Jeu de pile ou face : chat de Schrödinger classique

Non consistance de la mécanique quantique

2 façon différentes de faire évoluer la fonction d'onde

1 Équation de Schrödinger (postulat 2)

2 Réduction du paquet d'onde (postulat 6)

⇒ Pas de règles dans la théorie pour choisir lequel utiliser

⇒ Qu'est-ce qui distingue une interaction normale d'une mesure par un observateur ?

Non consistance de la mécanique quantique

2 façon différentes de faire évoluer la fonction d'onde

1 Équation de Schrödinger (postulat 2)

2 Réduction du paquet d'onde (postulat 6)

⇒ Pas de règles dans la théorie pour choisir lequel utiliser

⇒ Qu'est-ce qui distingue une interaction normale d'une mesure par un observateur ?

Plusieurs axes d'approche

- Problème de la mesure
- Le chat de Schrödinger
- Interprétation de la superposition : véritable vs incomplétude
- Pas de convergence de la mécanique quantique vers la mécanique classique

Théorème :

3 assertions mutuellement incompatibles

- 1 La superposition n'existe pas à l'échelle macroscopique
- 2 L'équation de Schrödinger est linéaire et déterministe
- 3 La fonction d'onde décrit complètement tout système physique

Démonstration

- une *observable* A

- Ψ_i vecteur propre de A
- λ_i valeur propre de A

$$A\Psi_i = \lambda_i\Psi_i$$

- un état du système Ψ (superposition) :

$$\Psi = \sum c_i\Psi_i$$

- $|c_i|$ probabilité que la valeur λ_i soit trouvée lors de la mesure de A . $\sum_i |c_i| = 1$
- État du système après la mesure : $\Psi \rightarrow \Psi_i$ (réduction du paquet d'onde)

Démonstration (suite)

■ Système à 2 états : $\Psi = c_1\Psi_1 + c_2\Psi_2$

■ Fonction d'onde de l'appareil de mesure : Θ

⇒ Fonction d'onde totale : $\Theta\Psi$

■ Si $\Psi = \Psi_1$ alors $\Theta\Psi_1 \rightarrow \Theta_1\Psi_1$

■ Si $\Psi = \Psi_2$ alors $\Theta\Psi_2 \rightarrow \Theta_2\Psi_2$

■ Si $\Psi = c_1\Psi_1 + c_2\Psi_2$ alors

$$\Theta\Psi \rightarrow c_1\Theta_1\Psi_1 + c_2\Theta_2\Psi_2$$

car l'évolution de Schrödinger est **linéaire**

Démonstration (suite)

■ Système à 2 états : $\Psi = c_1\Psi_1 + c_2\Psi_2$

■ Fonction d'onde de l'appareil de mesure : Θ

⇒ Fonction d'onde totale : $\Theta\Psi$

■ Si $\Psi = \Psi_1$ alors $\Theta\Psi_1 \rightarrow \Theta_1\Psi_1$

■ Si $\Psi = \Psi_2$ alors $\Theta\Psi_2 \rightarrow \Theta_2\Psi_2$

■ Si $\Psi = c_1\Psi_1 + c_2\Psi_2$ alors

$$\Theta\Psi \rightarrow c_1\Theta_1\Psi_1 + c_2\Theta_2\Psi_2$$

car l'évolution de Schrödinger est **linéaire**

Problème de la mesure : l'état de l'appareil est **soit** dans l'état Θ_1 **soit** dans l'état Θ_2 , mais jamais dans les deux à la fois.

Théorème :

3 assertions mutuellement incompatibles

- 1 La superposition n'existe pas à l'échelle macroscopique
- 2 L'équation de Schrödinger est linéaire et déterministe
- 3 La fonction d'onde décrit complètement tout système physique

Théorème :

3 assertions mutuellement incompatibles

- 1 La superposition n'existe pas à l'échelle macroscopique
- 2 L'équation de Schrödinger est linéaire et déterministe
- 3 La fonction d'onde décrit complètement tout système physique

Fausse solutions

- 1 Théorie de la décohérence
- 2 Abandon du déterminisme
- 3 Abandon du réalisme

Abandonner l'une des 3 assertions

- 1 La superposition n'existe pas à l'échelle macroscopique
- 2 L'équation de Schrödinger est linéaire et déterministe
- 3 La fonction d'onde décrit complètement tout système physique

Abandonner l'une des 3 assertions

- 1 La superposition n'existe pas à l'échelle macroscopique
- 2 L'équation de Schrödinger est linéaire et déterministe
- 3 La fonction d'onde décrit complètement tout système physique

3 solutions

- 1 Coexistence des états macroscopiques distincts
⇒ Mondes multiples (théorie d'Everett)
- 2 Dynamique non linéaire et/ou stochastique
⇒ GRW (G.C. Ghirardi, A. Rimini, T. Weber)
- 3 Introduire des variables cachées en plus de la fonction d'onde
⇒ Théorie de Broglie-Bohm

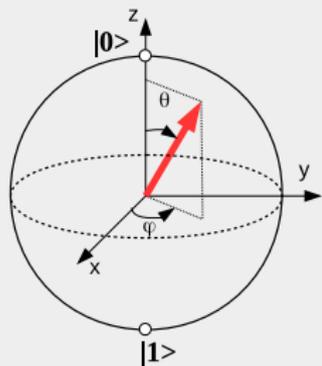
Diverses superpositions

- Position : Fentes de Young
- Spin 1/2 (électron) : Stern et Gerlach (position en définitive)
- Polarisation de la lumière (position en définitive)
- Niveau d'énergie d'un atome (position de photons)
- Spin nucléaire (noyau d'atome)
- Charges / flux / phases du courant électrique dans un circuit supraconducteur...

Qu'est ce qu'un qubit ?

Généralisation du bit classique

- Système à deux états : spin 1/2 d'un électron, deux états d'énergie d'un atome (fondamental et excité)...
- Superposition de ces 2 états



$$\begin{aligned}\psi &= \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} e^{i\frac{\phi}{2}} \\ \sin \frac{\theta}{2} e^{i\frac{\phi}{2}} \end{pmatrix} \\ &= \cos \frac{\theta}{2} e^{i\phi} |0\rangle + \sin \frac{\theta}{2} |1\rangle\end{aligned}$$

Si $\theta = 0$ alors l'atome est dans l'état $|0\rangle$

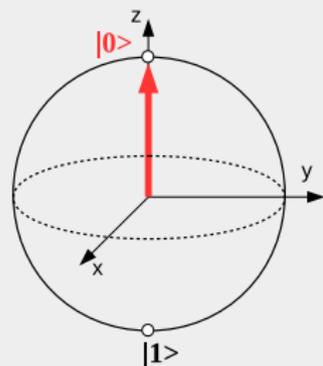
Si $\theta = \pi$ alors l'atome est dans l'état $|1\rangle$

Sinon superposition des 2 états (combinaison linéaire)

Qu'est ce qu'un qubit ?

Généralisation du bit classique

- Système à deux états : spin 1/2 d'un électron, deux états d'énergie d'un atome (fondamental et excité)...
- Superposition de ces 2 états



$$\begin{aligned}\psi &= \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} e^{i\frac{\varphi}{2}} \\ \sin \frac{\theta}{2} e^{i\frac{\varphi}{2}} \end{pmatrix} \\ &= \cos \frac{\theta}{2} e^{i\varphi} |0\rangle + \sin \frac{\theta}{2} |1\rangle\end{aligned}$$

Si $\theta = 0$ alors l'atome est dans l'état $|0\rangle$

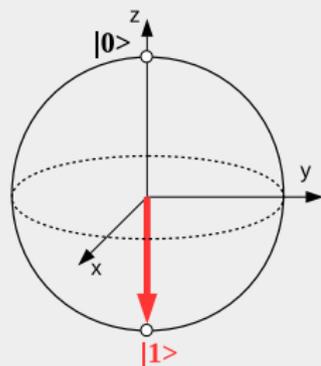
Si $\theta = \pi$ alors l'atome est dans l'état $|1\rangle$

Sinon superposition des 2 états (combinaison linéaire)

Qu'est ce qu'un qubit ?

Généralisation du bit classique

- Système à deux états : spin 1/2 d'un électron, deux états d'énergie d'un atome (fondamental et excité)...
- Superposition de ces 2 états



$$\begin{aligned}\psi &= \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} e^{i\frac{\varphi}{2}} \\ \sin \frac{\theta}{2} e^{i\frac{\varphi}{2}} \end{pmatrix} \\ &= \cos \frac{\theta}{2} e^{i\varphi} |0\rangle + \sin \frac{\theta}{2} |1\rangle\end{aligned}$$

Si $\theta = 0$ alors l'atome est dans l'état $|0\rangle$

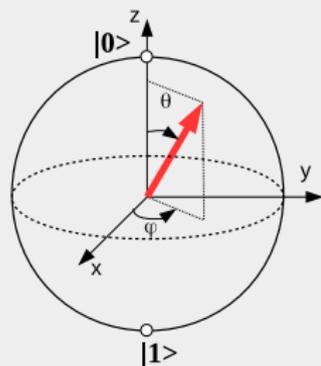
Si $\theta = \pi$ alors l'atome est dans l'état $|1\rangle$

Sinon superposition des 2 états (combinaison linéaire)

Qu'est ce qu'un qubit ?

Généralisation du bit classique

- Système à deux états : spin 1/2 d'un électron, deux états d'énergie d'un atome (fondamental et excité)...
- Superposition de ces 2 états



$$\begin{aligned}\psi &= \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} e^{i\frac{\phi}{2}} \\ \sin \frac{\theta}{2} e^{i\frac{\phi}{2}} \end{pmatrix} \\ &= \cos \frac{\theta}{2} e^{i\phi} |0\rangle + \sin \frac{\theta}{2} |1\rangle\end{aligned}$$

Si $\theta = 0$ alors l'atome est dans l'état $|0\rangle$

Si $\theta = \pi$ alors l'atome est dans l'état $|1\rangle$

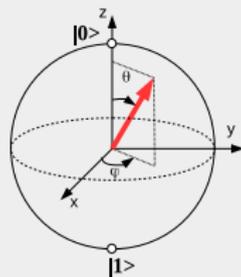
Sinon superposition des 2 états (combinaison linéaire)

Incomplétude des Qubits - le Qubit ponctuel

En mécanique quantique, la fonction d'onde n'est **jamais ponctuelle**.

Qubit ponctuel : idéal - utilisé en informatique quantique

$$\psi = \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} e^{i\frac{\phi}{2}} \\ \sin \frac{\theta}{2} e^{i\frac{-\phi}{2}} \end{pmatrix}$$

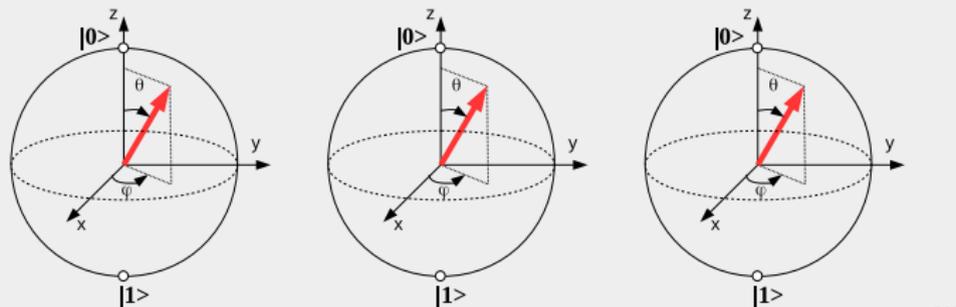


Qubit non ponctuel : réel, avec extension spatiale

Fonction d'onde **gaussienne** écart type σ_0

$$\Psi(z) = (2\pi\sigma_0^2)^{-1/4} \times e^{-z^2/4\sigma_0^2} \times \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} e^{i\frac{\phi}{2}} \\ \sin \frac{\theta}{2} e^{i\frac{-\phi}{2}} \end{pmatrix}$$

Dès que l'on a plusieurs Qubits, la factorisation n'est plus exacte



- Analogue à : $ab + ac + ad = a(b + c + d)$

(2 additions et 1 ou 3 multiplications)

si $a \simeq a' \simeq a''$, alors $ab + a'c + a''d \simeq a(b + c + d)$

⇒ le calcul est alors approché

- Plus il y a de Qubits, plus l'approximation est importante

- Qubit, Qutrit...
- Qubit individuel (1 Qubit = 1 système unique) et Qubit statistique (1 Qubit = 10^6 molécules)

Quelques implémentations de Qubit

- Résonance magnétique nucléaire RMN - spin nucléaire
- Ion unique piégé (niveau d'énergie)
- Photon unique ou laser (polarisation)
- Point quantique
- Cavité quantique (atome artificiel) centre NV / spin d'électron
- Jonction Josephson (atome artificiel) (charge / flux / phase du courant électrique)

La décohérence

- Perte de la superposition cohérente des états du système
- Actions incontrôlées de l'environnement sur un système quantique brouille la cohérence de la superposition => mélange statistique
- Besoin d'isoler un système quantique
- N'explique pas la réduction du paquet d'onde (chaîne d'intrication)

Propriété contextuelle - Expérience de Stern et Gerlach

- Variable à valeurs non prédéterminées
- Rôle actif de l'instrument de mesure (redresse le spin)

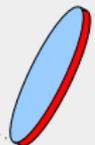
Interprétation de la superposition : chat de Schrödinger

Interprétation de
Copenhague
(la plus répandue)



la superposition est un
état nouveau
(uniquement quantique)

Interprétation à
variables supplémentaires
ex. : De Broglie-Bohm



la superposition est un
état intermédiaire
entre les états mesurables

Interprétation des mondes
multiples d'Everett



monde 1

monde 2

la superposition est à considérer
dans des mondes différents

- 1 Les différents type d'ordinateurs quantiques
- 2 Retour à la mécanique quantique : dualité onde-corpuscule
- 3 La superposition et le Qubit
- 4 L'intrication et la porte logique**
- 5 Conclusions

Qubit et superposition

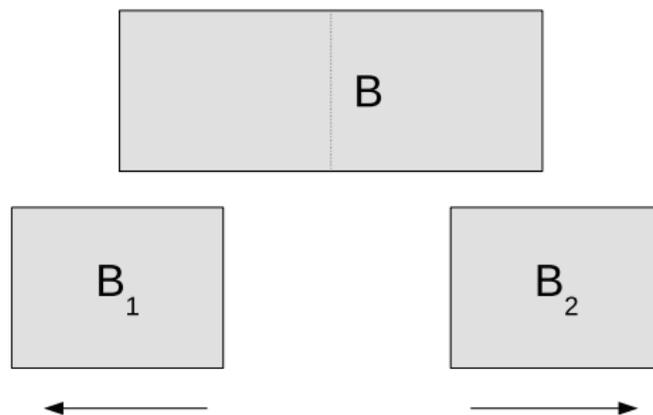
- Superposition révèle la non ponctualité de la fonction d'onde
- Non-localité individuelle
- Incomplétude de la théorie ou nature nouvelle
- Qubits seuls, pas de calcul

Qubit et superposition

- Superposition révèle la non ponctualité de la fonction d'onde
- Non-localité individuelle
- Incomplétude de la théorie ou nature nouvelle
- Qubits seuls, pas de calcul

Calcul quantique et classique

- Comment faire des portes logiques quantiques ?
- ⇒ Phénomène d'intrication quantique (mélanger les superpositions)
- Une fonction d'onde pour plusieurs particules
 - Incomplétude et action à distance instantanée



[Norsen 2005, Am. J. Phys.]

Superposition et incomplétude

- Action à distance instantanée : Newton et la gravité... et Einstein
- Instantanée de la réduction de la fonction d'onde
... ou incomplétude de l'information du système ?

Historique

- 1935 Einstein, Podolsky and Rosen : théorème EPR
- 1951 EPR-Bohm
- 1964 Théorème de Bell
- 1981-82 Expériences d'Aspect

Expérience de pensée - "Paradoxe" EPR

"Peut-on considérer que la mécanique quantique donne de la réalité physique une description complète?"

EINSTEIN ATTACKS QUANTUM THEORY

**Scientist and Two Colleagues
Find It Is Not 'Complete'
Even Though 'Correct.'**

SEE FULLER ONE POSSIBLE

**Believe a Whole Description of
'the Physical Reality' Can Be
Provided Eventually.**



Albert Einstein (1879-1955)



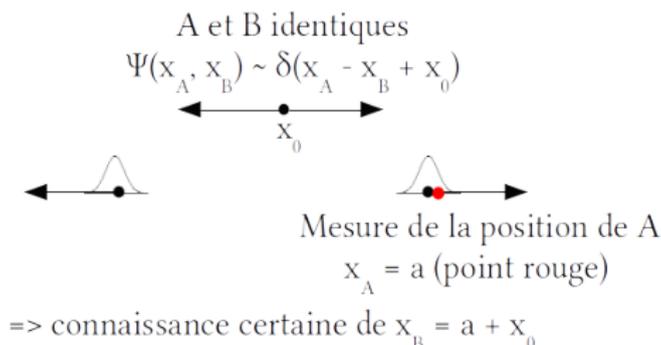
Boris Podolsky (1896-1966)



Nathan Rosen (1909-95)

Expérience de pensée

- 2 particules identiques A et B : fonction d'onde tel que $\delta(x_A - x_B + x_0)$
- Critère de réalité : sans modification, prédiction avec certitude => élément de réalité
- Critère de complétude d'une théorie : rendre compte des éléments de réalité
- Principe de localité : pas d'action à distance instantanée



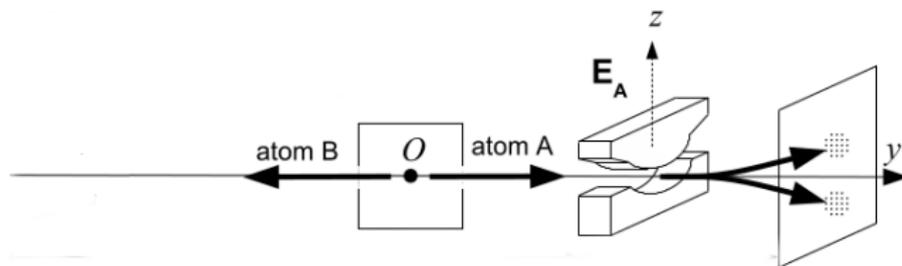
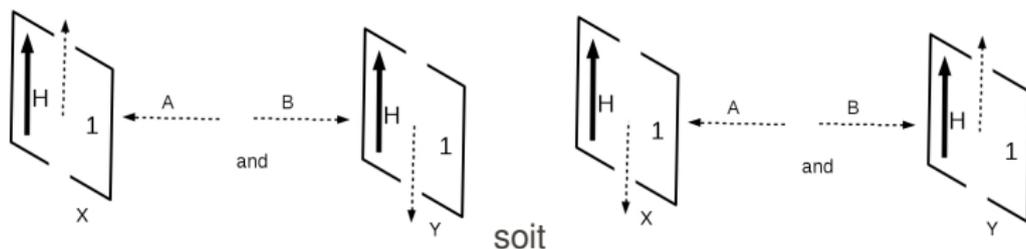
Théorème : Si les prédictions de la mécanique quantique concernant la mesure sont exactes et si la réalité physique peut être décrite de façon locale (ou séparable), alors la mécanique quantique n'est pas complète ; il existe des "élément de réalité" dont elle ne rend pas compte.

Expérience EPR-Bohm : variante 1951

- Mesure du spins
- Anti-corrélation des mesures des spins lors de la désintégration d'une molécule en 2 atomes
- Plus réaliste
- Même constat d'incomplétude (si absence d'interaction)
- État intriqué par le spin :
 $1/\sqrt{2}(|+A, -B\rangle - |-A, +B\rangle)$



David Bohm (1917-1992)

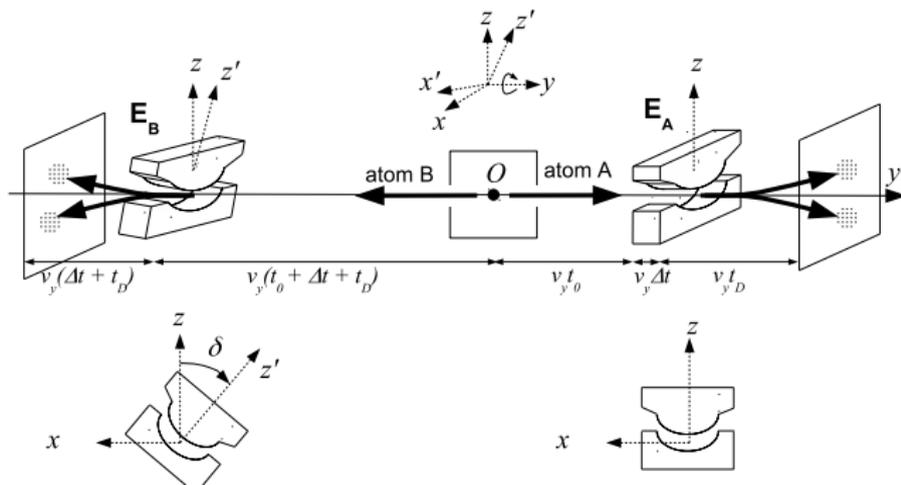


Théorème de Bell, 1964

- Expérience de pensée devient testable
 - Test la non-localité ou action à distance instantanée
 - Hypothèse de variables cachées locales
- ⇒ Inégalités de Bell
- Nécessité de modifier l'axe de mesure du spin

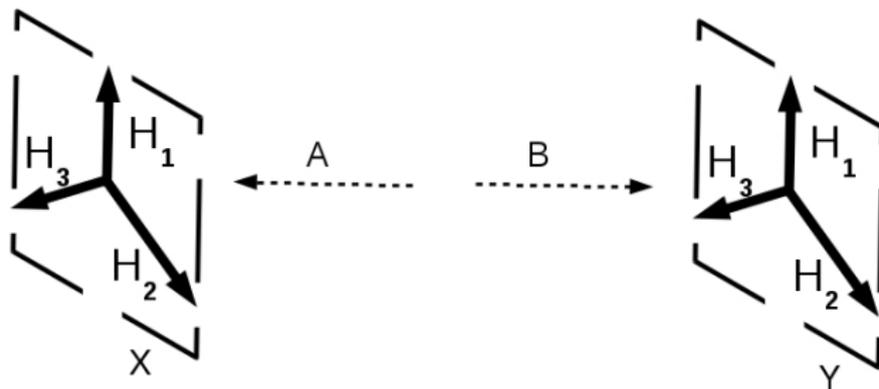


John Bell (1928-1990)



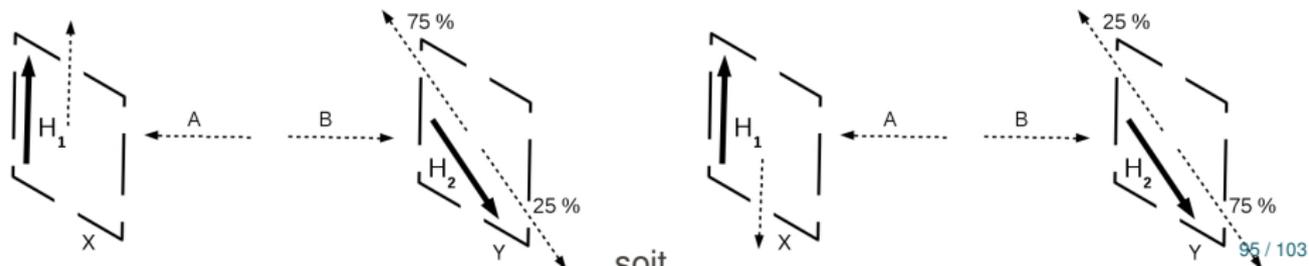
Théorème de Bell, 1964

- 3 orientations possibles des appareils de Stern et Gerlach
- 2 mesures possibles selon chaque orientation

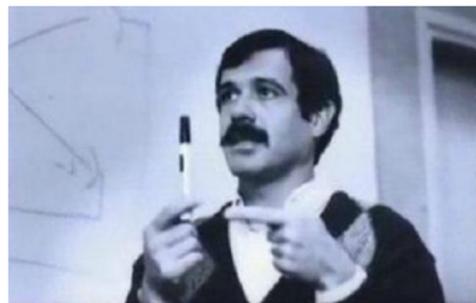


Avec des variables locales (sans interaction à distance instantanée)

- Si même orientation des appareils de Stern et Gerlach : anti-corrélation
- Si orientations différentes : anti-corrélation 1 fois sur 4



- Réalisation de l'expérience EPR-B avec des photons (polarisation) - Alain Aspect, Philippe Grangier, Gérard Roger et Jean Dalibard
- Violation des inégalités de Bell (sur-corrélation)



Alain Aspect (1947-)

- ⇒ Action à distance instantanée (50 000 x plus rapide que la vitesse de la lumière) ou non-localité (une seule fonction d'onde pour décrire des particules arbitrairement éloignées)
- Effet arbitrairement loin, ne décroît pas avec la distance
 - Effet individualisé
 - Pas d'envois de message (ni de transfert instantané de matière ou d'énergie)

Contradiction avec le relativité restreinte d'Einstein

Karl Popper (1982) : *“l'expérience d'Aspect serait la première expérience cruciale visant à trancher entre les interprétations lorentzienne et einsteinienne des transformations de Lorentz.”*

- Abandonner l'interprétation d'Einstein [de 1905] de la relativité restreinte pour l'interprétation de Lorentz
- Même formalisme (pas d'abandons d'équations)
- Espace et temps absolus mais non détectable

Autres intrications que par le spin

État intriqué par le spin : $1/\sqrt{2}(|+A, -B\rangle - |-A, +B\rangle)$

- Positions (expérience EPR initiale) ?
- Niveau d'énergie ?
- Transfert d'information, d'énergie et de matière

Mesure sur l'orientation du spin d'Alice

expérience EPR-B

Expérience EPR-Bohm (EPRB)

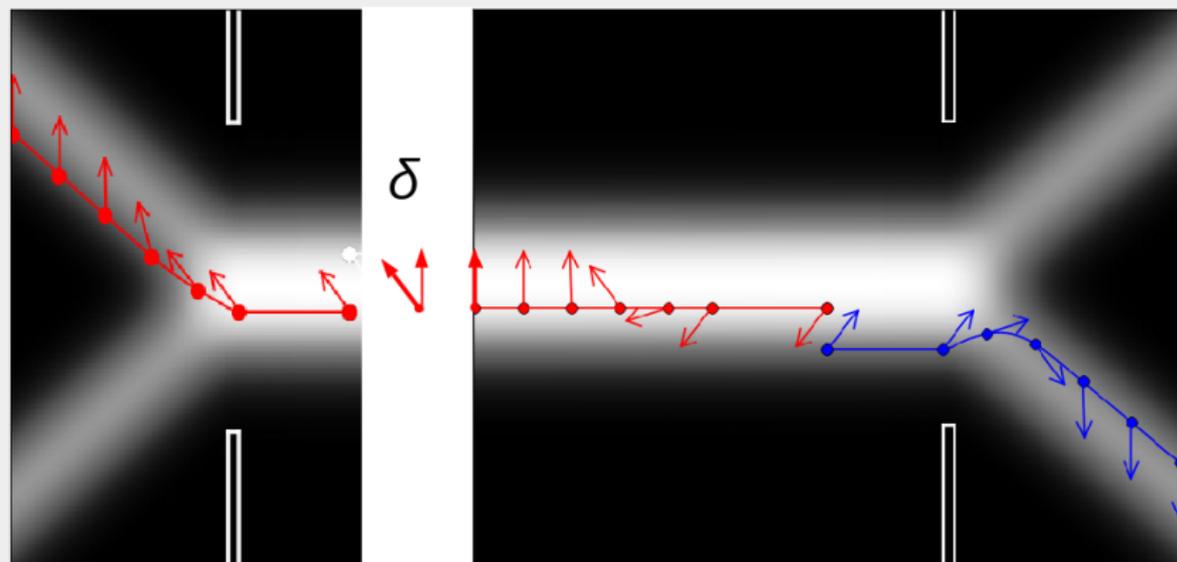
L'orientation du spin de Bob est continuellement et instantanément anti-symétrisation à celle d'Alice.

expérience EPR-B

Théorie de de Broglie-Bohm

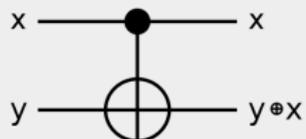
Deux mesures de Stern et Gerlach successives (hors cône de causalité)

Action instantanée : anti-symétrisation des spins de A et B continuellement



La porte CNOT

Faire interagir les superpositions de 2 qubits.



| input | | output | |
|-------|----|--------|-----|
| x | y | x | y+x |
| 0⟩ | 0⟩ | 0⟩ | 0⟩ |
| 0⟩ | 1⟩ | 0⟩ | 1⟩ |
| 1⟩ | 0⟩ | 1⟩ | 1⟩ |
| 1⟩ | 1⟩ | 1⟩ | 0⟩ |

| input | | output | |
|-------|---|--------|-----|
| x | y | x | y+x |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |

Brique élémentaire pour le calcul quantique

Validation de la porte : violation des inégalités de Bell

- 1 Les différents type d'ordinateurs quantiques
- 2 Retour à la mécanique quantique : dualité onde-corpuscule
- 3 La superposition et le Qubit
- 4 L'intrication et la porte logique
- 5 Conclusions**

Physique sous-jacente aux calculateurs quantiques

- Superposition spatiale (fentes de Young) et du spin (Stern et Gerlach)
- Intrication : interaction à distance instantanée ou non-localité (EPR)

Physique sous-jacente aux calculateurs quantiques

- Superposition spatiale (fentes de Young) et du spin (Stern et Gerlach)
- Intrication : interaction à distance instantanée ou non-localité (EPR)

Calculateurs quantiques utiles ?

- Doute sur les calculateurs avec correcteurs d'erreur
- ⇒ Problème de de passage à l'échelle (quelques qubits intriqués) : décohérence
- Problème d'interprétation du phénomène de superposition : Copenhague, Everett, de Broglie-Bohm
- Véritable parallélisme pour les interprétations de Copenhague et des mondes multiples.
- Modèle causal sous-jacent pour la théorie de de Broglie-Bohm
- Le calculateur quantique fonctionne uniquement si le parallélisme est véritable
- ⇒ L'interprétation de la mécanique quantique n'est pas que la métaphysique
- ⇒ Pas d'inquiétude pour l'optimisation combinatoire classique

Physique sous-jacente aux calculateurs quantiques

- Superposition spatiale (fentes de Young) et du spin (Stern et Gerlach)
- Intrication : interaction à distance instantanée ou non-localité (EPR)

Calculateurs quantiques utiles ?

- Doute sur les calculateurs avec correcteurs d'erreur
- ⇒ Problème de de passage à l'échelle (quelques qubits intriqués) : décohérence
- Problème d'interprétation du phénomène de superposition : Copenhague, Everett, de Broglie-Bohm
- Véritable parallélisme pour les interprétations de Copenhague et des mondes multiples.
- Modèle causal sous-jacent pour la théorie de de Broglie-Bohm
- Le calculateur quantique fonctionne uniquement si le parallélisme est véritable
- ⇒ L'interprétation de la mécanique quantique n'est pas que la métaphysique
- ⇒ Pas d'inquiétude pour l'optimisation combinatoire classique