

Méthodes de poursuite de phase pour signaux GNSS multifréquence en environnement dégradé

Doctorat réalisé en collaboration avec

CNES, Thales Alenia Space, TéSA et l'ISAE

JURY

Emmanuel DUFLOS

Rapporteur

Lionel FILLATRE

Rapporteur

Sylvie MARCOS

Examinatrice

Lionel RIES

Examineur

Olivier BESSON

Directeur de thèse

Stéphanie BIDON

Co-directrice de thèse



SECTION 5

Conclusions et perspectives

SECTION 4

Poursuite de phase bifréquence par filtrage Bayésien variationnel

SECTION 3

Structures de DPLL avec système de développement de phase multifréquence

SECTION 2

Systèmes de développement de phase monofréquence pour DPLL

SECTION 1

Introduction

INTRODUCTION

Présentation des systèmes GNSS
Objectif de la thèse
Poursuite de la phase porteuse

GNSS

Global Navigation Satellite System

Systèmes de positionnement par satellites offrant la possibilité à un récepteur de déterminer à n'importe quel moment sa position en trois dimensions sur l'ensemble de la Terre.

Exemples de système GNSS :



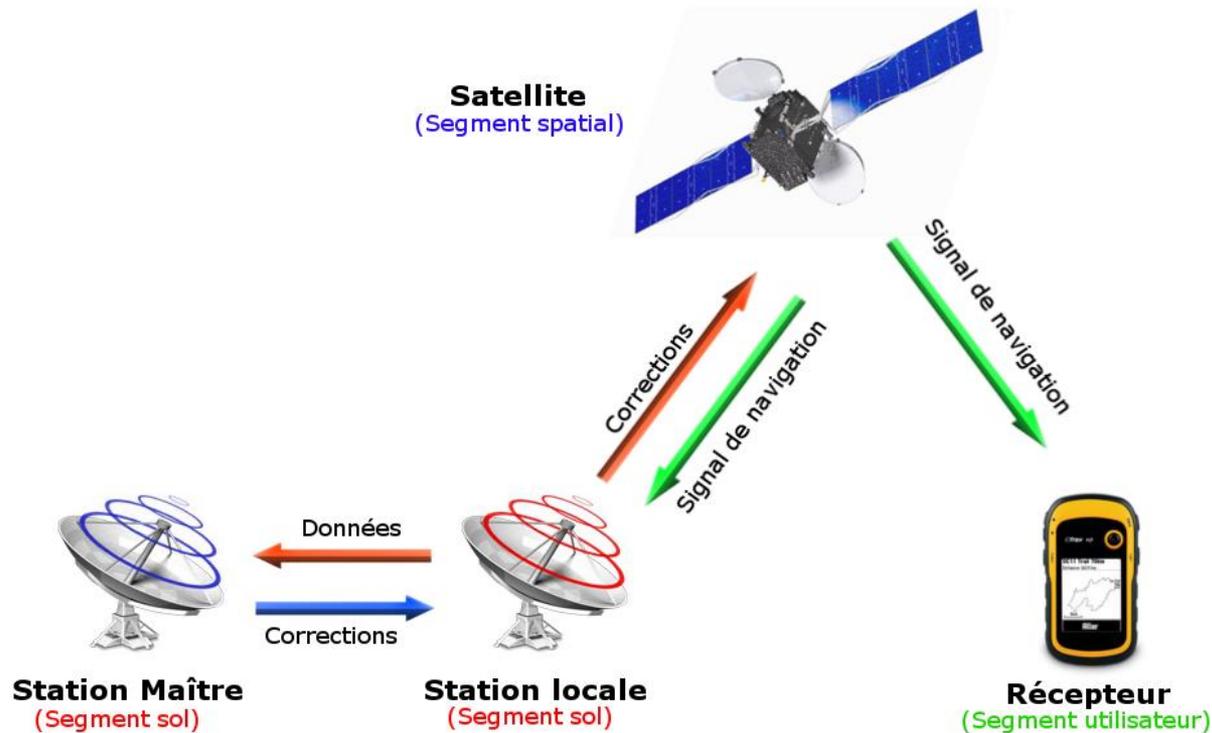
GPS



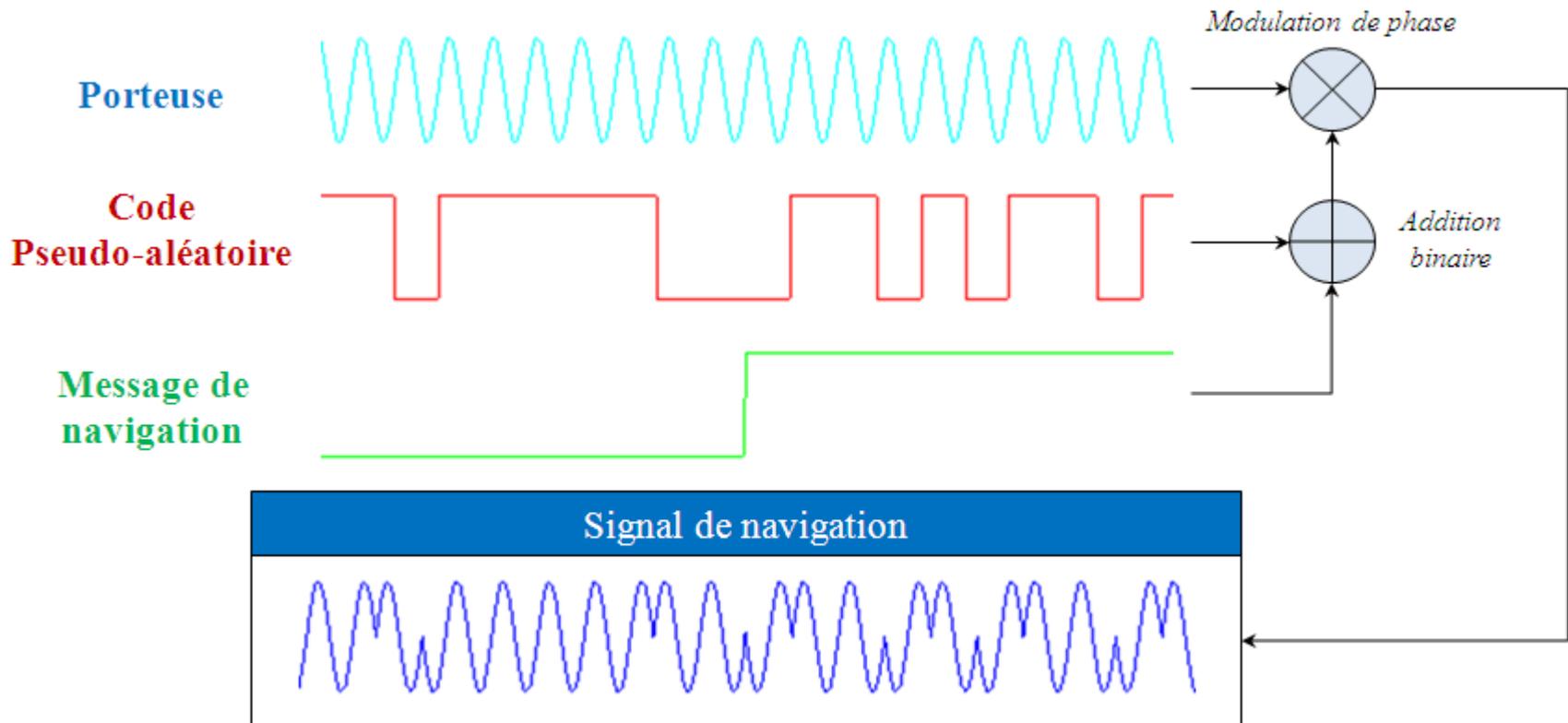
Galileo



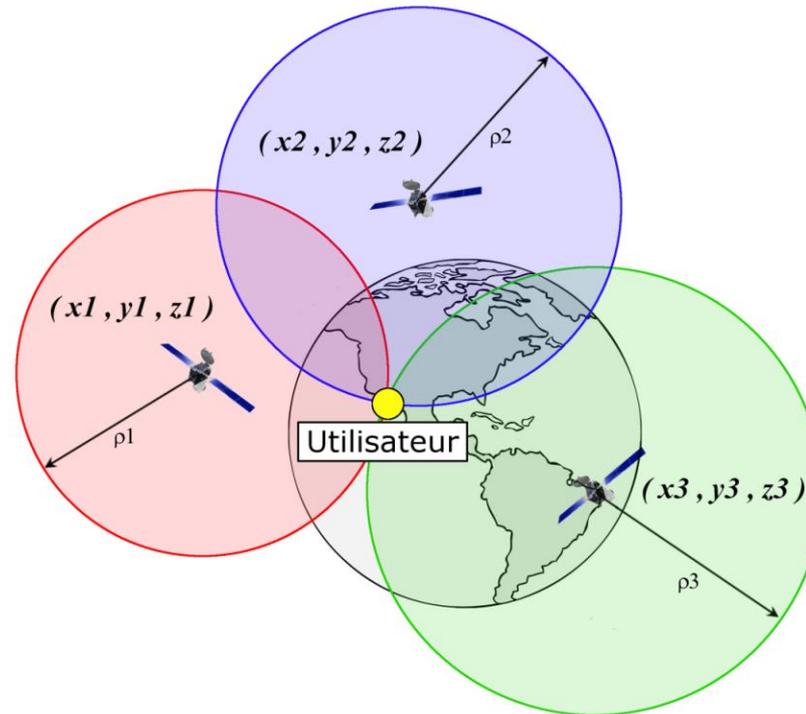
- Les systèmes GPS et Galileo sont composés des **trois segments** suivants :
 - Le segment spatial
 - Le segment sol
 - Le segment utilisateur



- Les signaux GPS et Galileo ont des architectures similaires : par exemple, une **fréquence porteuse** sinusoïdale qui véhicule différents **signaux binaires** modulés en BPSK.

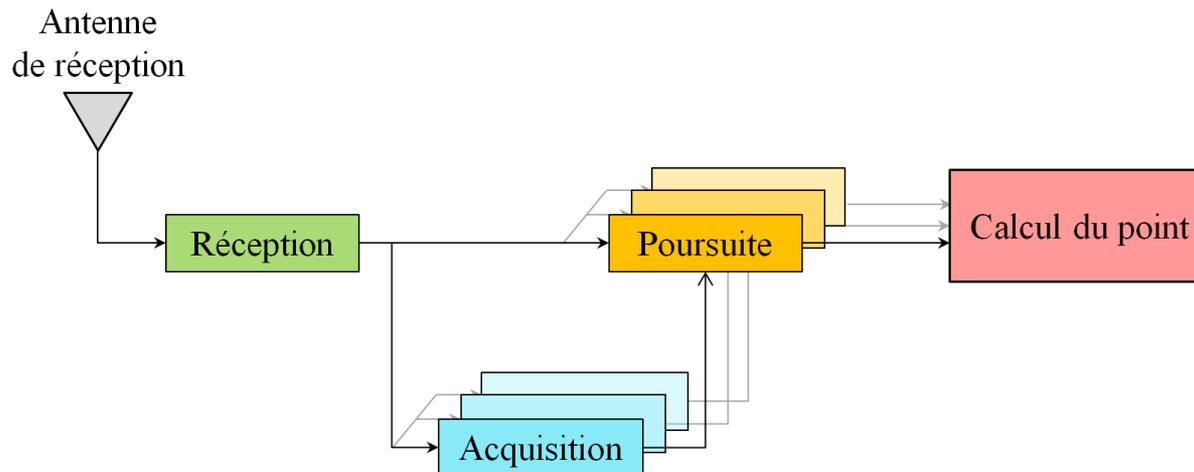


- Grâce au principe de **trilatération**, un récepteur peut déterminer sa position s'il parvient à estimer les distances qui le séparent d'un nombre minimum de satellites.



- La distance satellite/utilisateur est mesurée via les estimations :
 - du **décalage** induit sur le code pseudo-aléatoire,
 - de la **rotation de phase** induite sur la phase porteuse du signal.

- Le suivi dans le temps du délai de propagation et le calcul de la position sont réalisés grâce à une **chaîne de réception**.



- Deux méthodes pour calculer la position de l'utilisateur :

+	Robuste
-	Peu précis

Méthodes de positionnement standards

Utilisation des observations du **délai**

Méthodes de positionnement précis

Utilisation des observations du **délai** et de la **phase**

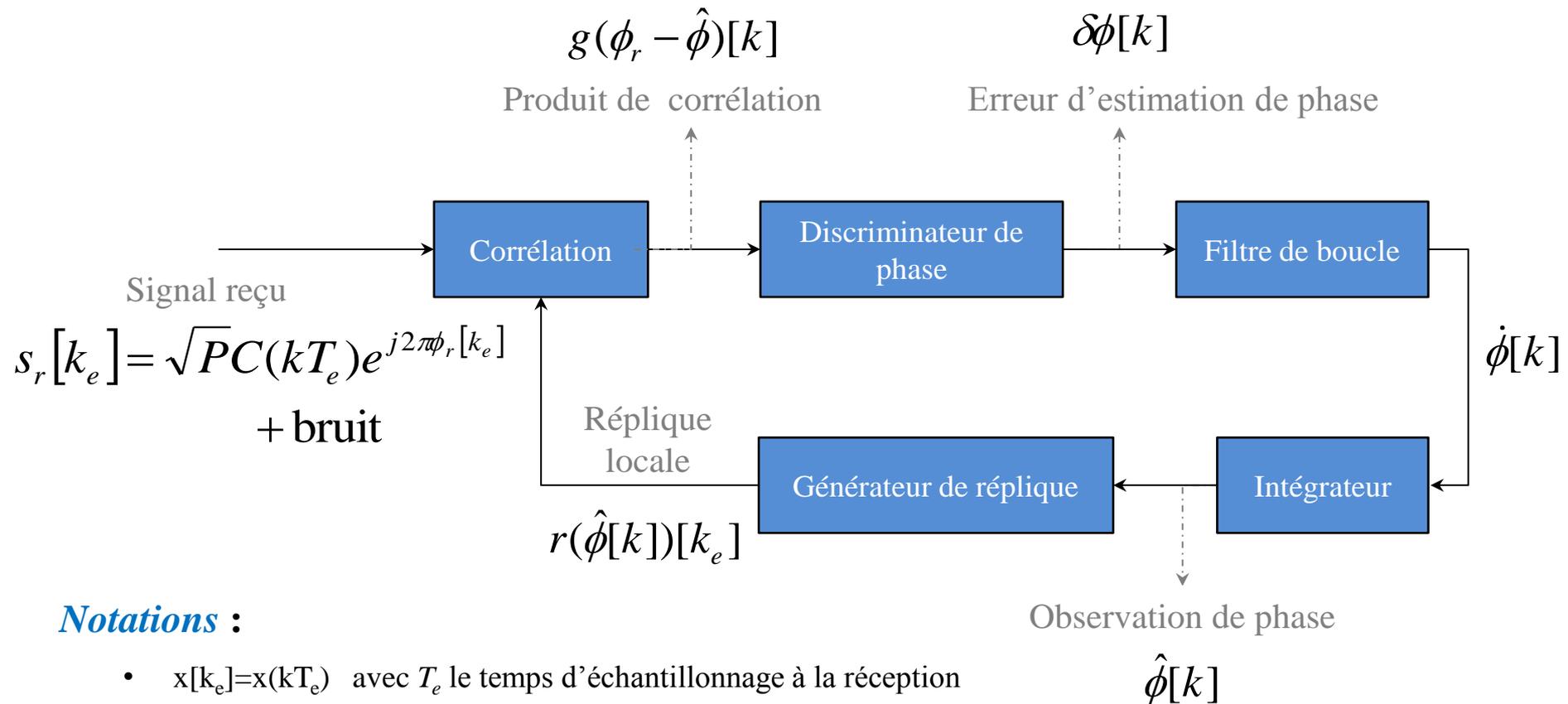
+	Précis
-	Peu robuste

- Les applications GNSS étant de plus en plus exigeantes en termes de précision, **les techniques de positionnement précis** suscitent de plus en plus d'intérêt.
- Cependant, **le manque de robustesse au bruit des algorithmes de poursuite de phase** ne permet pas leurs implémentations dans des récepteurs grand public.

OBJECTIF DE LA THESE

Développer des nouvelles méthodes de poursuite de phase multifréquence pouvant opérer à des niveaux de bruit inférieurs aux limites actuelles

- Nous allons dans un premier temps étudier la poursuite de phase scalaire réalisée via une **DPLL** (*Digital Phase Locked Loop*).



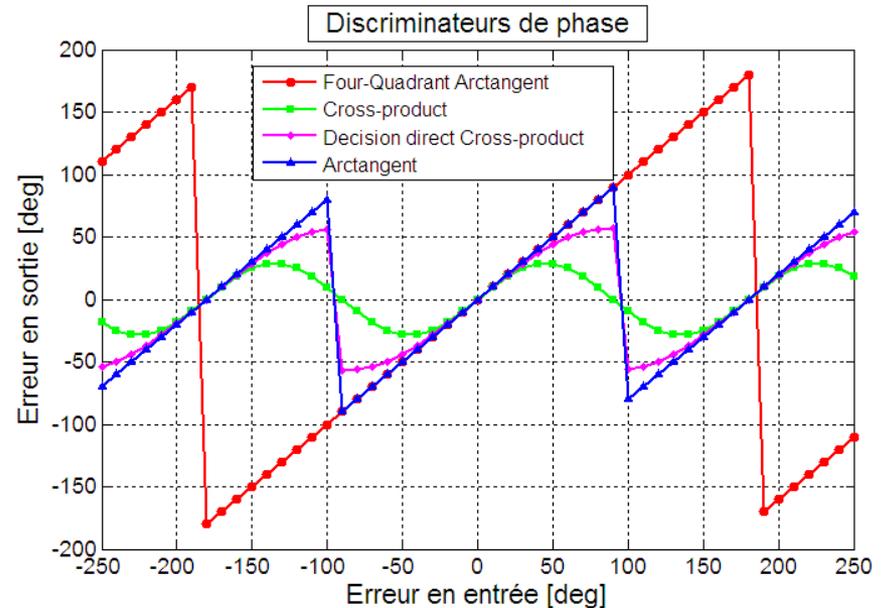
Notations :

- $x[k_e] = x(kT_e)$ avec T_e le temps d'échantillonnage à la réception
- $x[k] = x(kT_{corr})$ avec T_{corr} le temps de corrélation

- Il existe plusieurs types de discriminateurs de phase.

$$I_P = \Re(g(\phi_r - \hat{\phi})) \quad Q_P = \Im(g(\phi_r - \hat{\phi}))$$

Four-Quadrant Arctangent	$\arctan2(Q_P, I_P)$
Cross-product (<i>Costas</i>)	$Q_P \times I_P$
Decision Direct Cross-product (<i>Costas</i>)	$Q_P \times \text{sign}(I_P)$
Arctangent (<i>Costas</i>)	$\arctan(Q_P / I_P)$



- Fonctionnement de la boucle en régime linéaire :

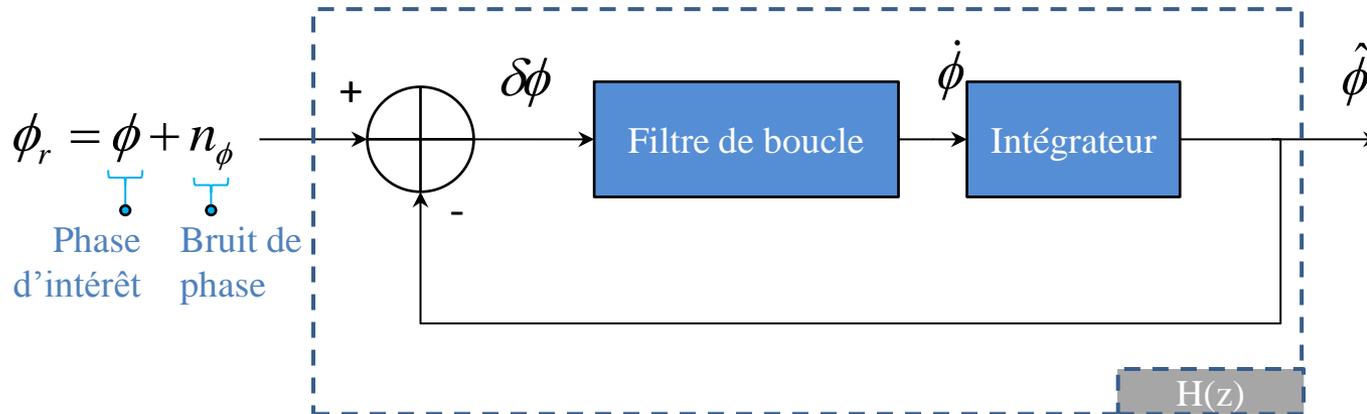
$$D(g(\phi_r - \hat{\phi})) = \delta\phi = \phi_r - \hat{\phi}$$

avec $D(\cdot)$ l'opération d'extraction de phase

INTRODUCTION

Poursuite de la phase porteuse
Les boucles à verrouillage de phase

- Le modèle linéaire de la DPLL est donné par :



- On définit la **bande de boucle** B_L :

$$2B_L = \frac{1}{i2\pi T_{corr}} \oint H(z)H(z^{-1})z^{-1}dz$$

La bande de boucle représente grossièrement la **bande passante** de la DPLL.



Suivi de la
dynamique

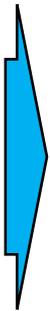
Filtrage
du bruit

- Sous certaines conditions de **dynamique et de bruit**, on a :

$$D\left(g(\phi_r - \hat{\phi})\right) = \delta\phi \neq \phi_r - \hat{\phi}$$

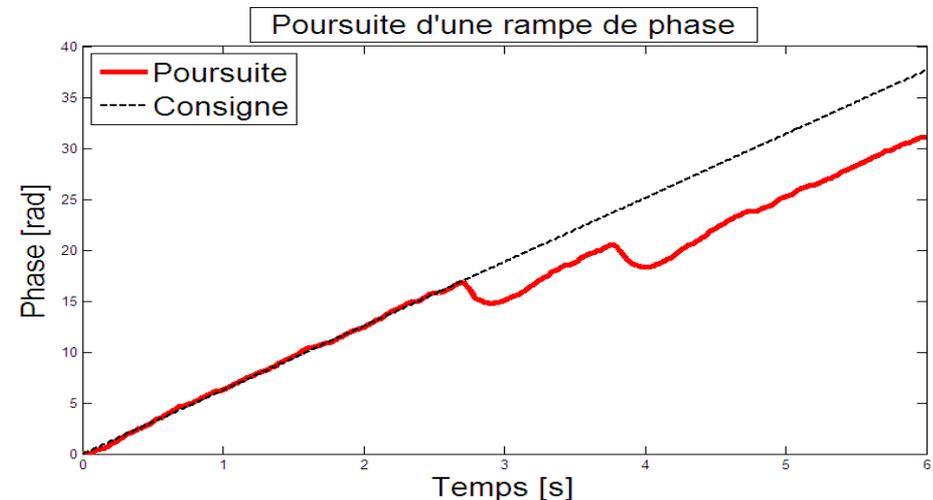
conséquence directe de la nature périodique des discriminateurs de phase

- L'une des conséquences de ce comportement non-linéaire est le **phénomène de saut de cycles**

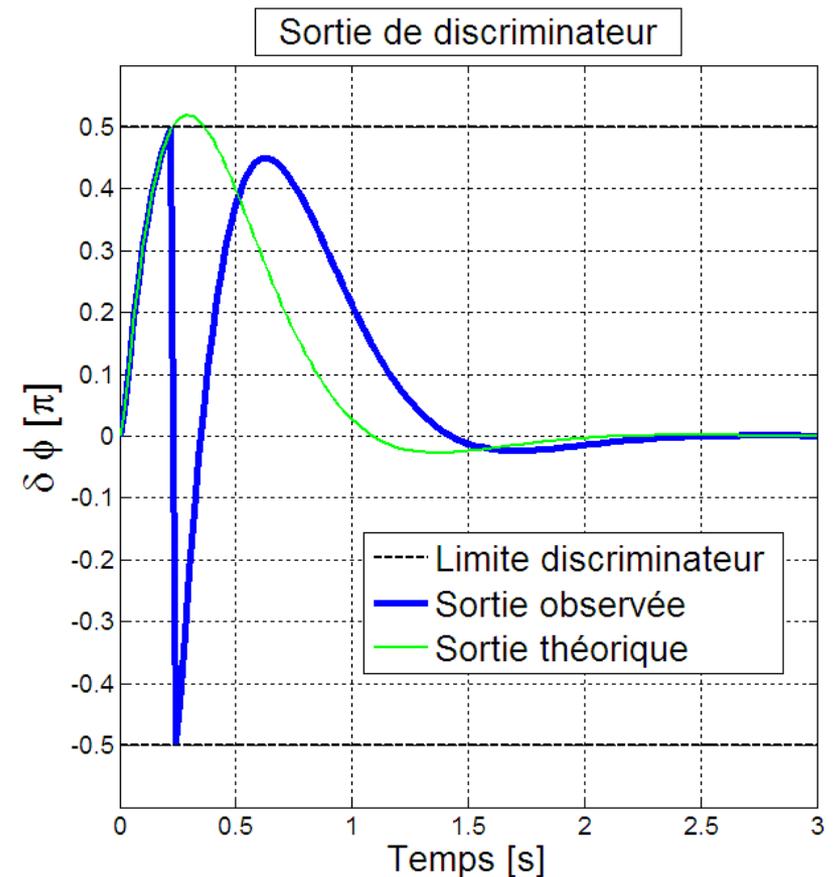
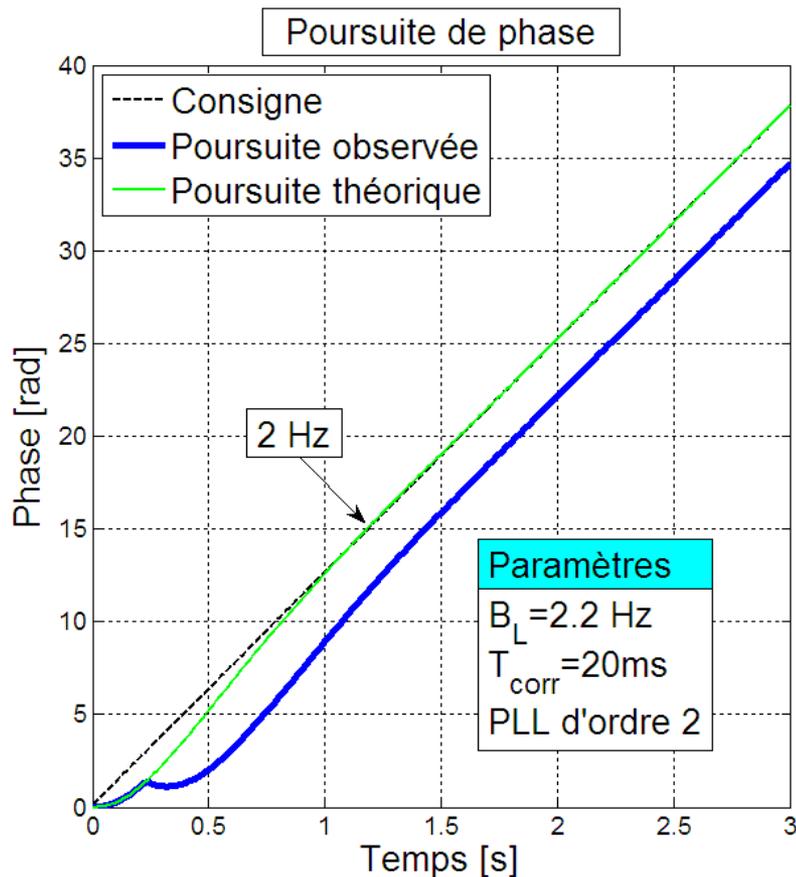


**Biais dans
l'estimation de la
phase d'intérêt**

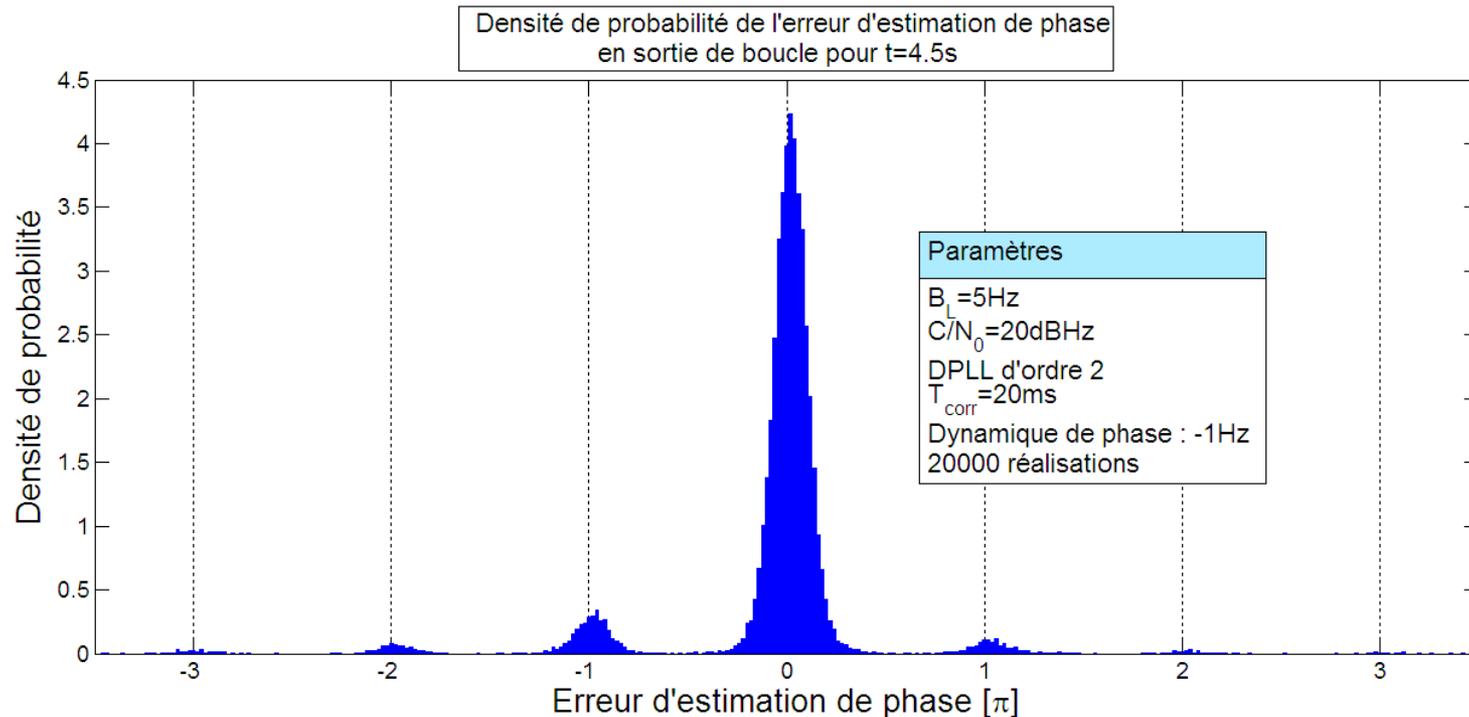
(avec possibilité de décrochage)



- Exemple d'un saut de cycle dû à une forte dynamique de phase :

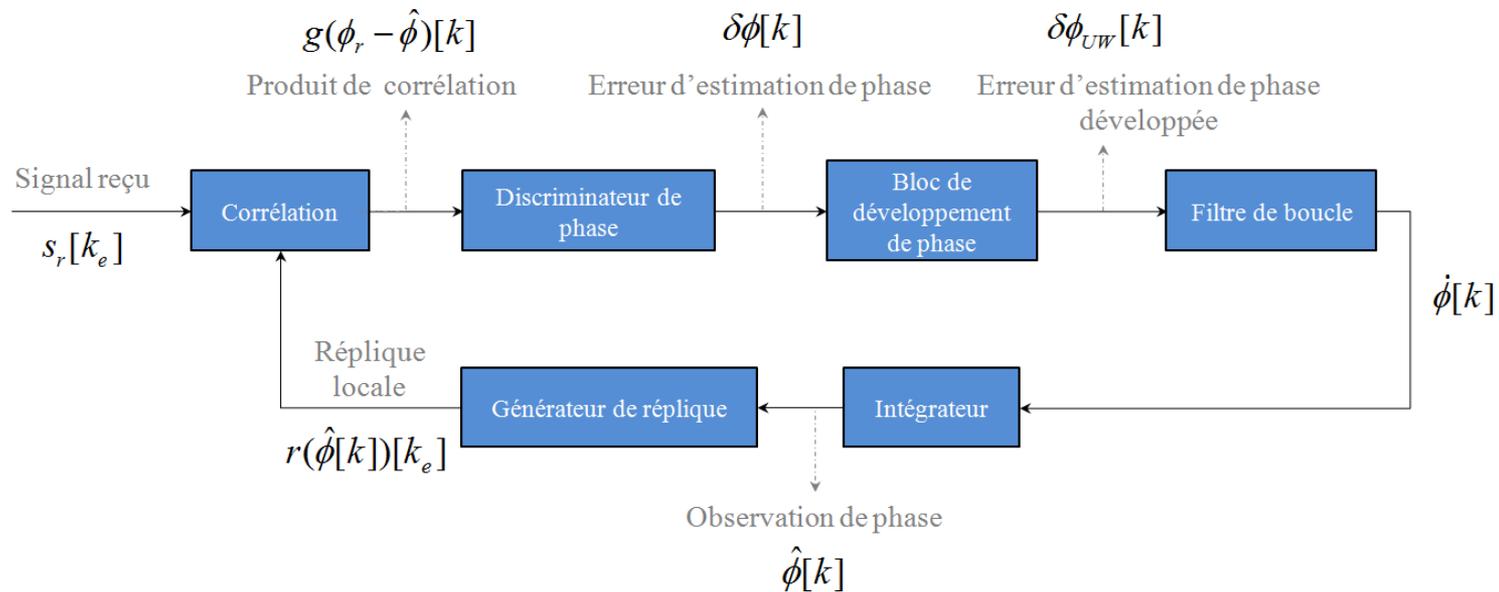


- En présence de sauts de cycles, la distribution de l'erreur d'estimation est multimodale.



- Les métriques de performance basées sur un modèle linéaire de la DPLL ne sont plus valables en présence du phénomène de saut de cycles.

- Il est possible de trouver dans la littérature des structures de DPLL développant la phase en sortie du discriminateur.



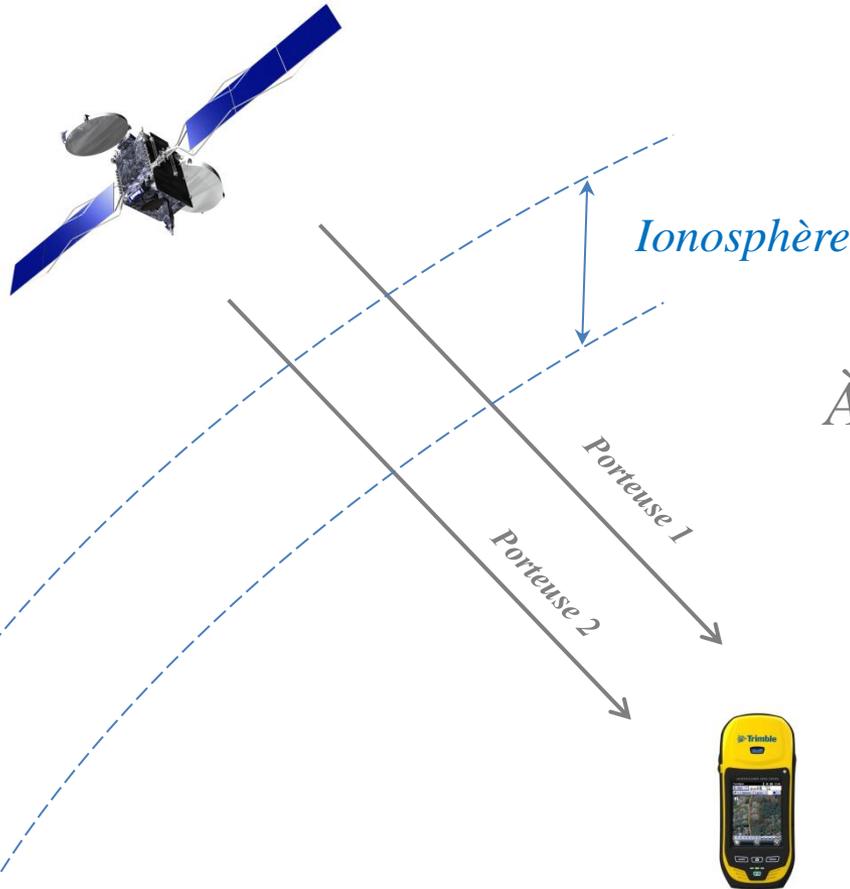
- Ces méthodes utilisent des fonctions de **seuillage** pour détecter et corriger les sauts de cycle.

➔ **Faible robustesse au bruit de phase**

INTRODUCTION

Poursuite de la phase porteuse
Poursuite de phase multifréquence

- Il est possible de rendre les poursuites de phase plus robustes grâce à une approche **multifréquence**.



Perturbation ionosphérique sur la phase

$$\Delta I_{\phi} = -2\pi \frac{40.3}{cf_p} TEC$$

À la réception $\Rightarrow \hat{\phi}_1 \neq \frac{f_{p,2}}{f_{p,1}} \hat{\phi}_2$

- Impact sur la fréquence du signal :

$$\Delta I_{\dot{\phi}} = \frac{d}{dt} \Delta I_{\phi}$$

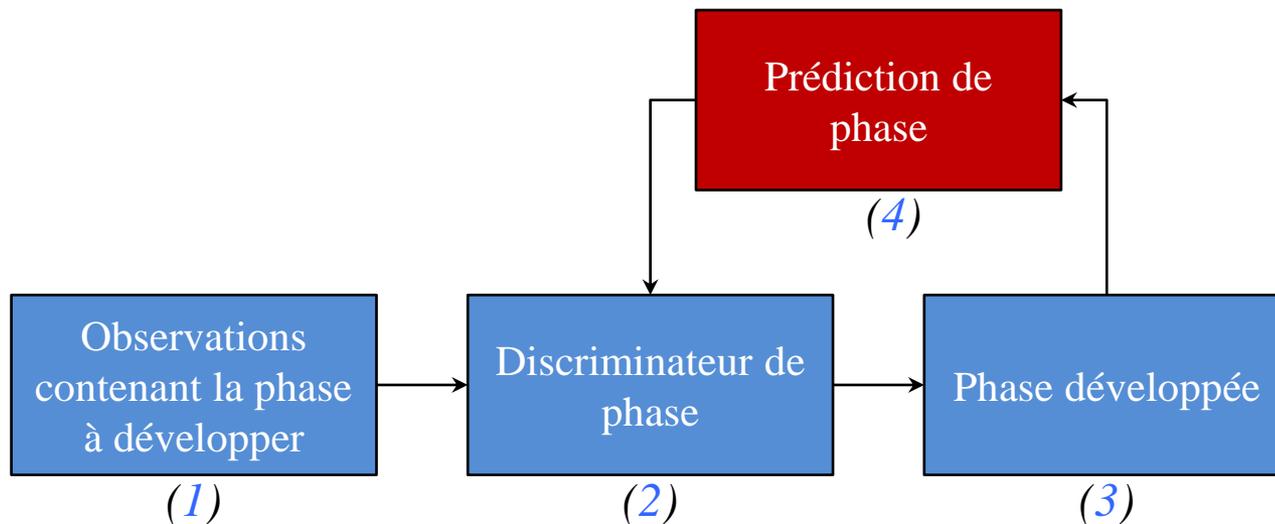
négligeable en condition non-critique

Section 2

SYSTEMES DE DEVELOPPEMENT DE
PHASE MONOFREQUENCE POUR DPLL

Approche de développement de phase par prédiction et pré-compensation
Développement de phase par analyse des sorties du discriminateur
Développement de phase par analyse des sorties du filtre de boucle
Simulations numériques

- La technique de développement de phase par seuillage n'étant pas robuste en régime bruité, nous avons envisagé une **nouvelle approche** :



$$j_{uw}^{(3)}[k+1] = D^{(2)}\left(g^{(1)} e^{-j2\rho j_{uw} \hat{\epsilon}^{k+1|k}}\right) + j_{uw}^{(4)} \hat{\epsilon}^{k+1|k}$$

$$g(\phi_r - \hat{\phi} - K\delta\hat{\phi}_{UW}[k+1|k])[k]$$

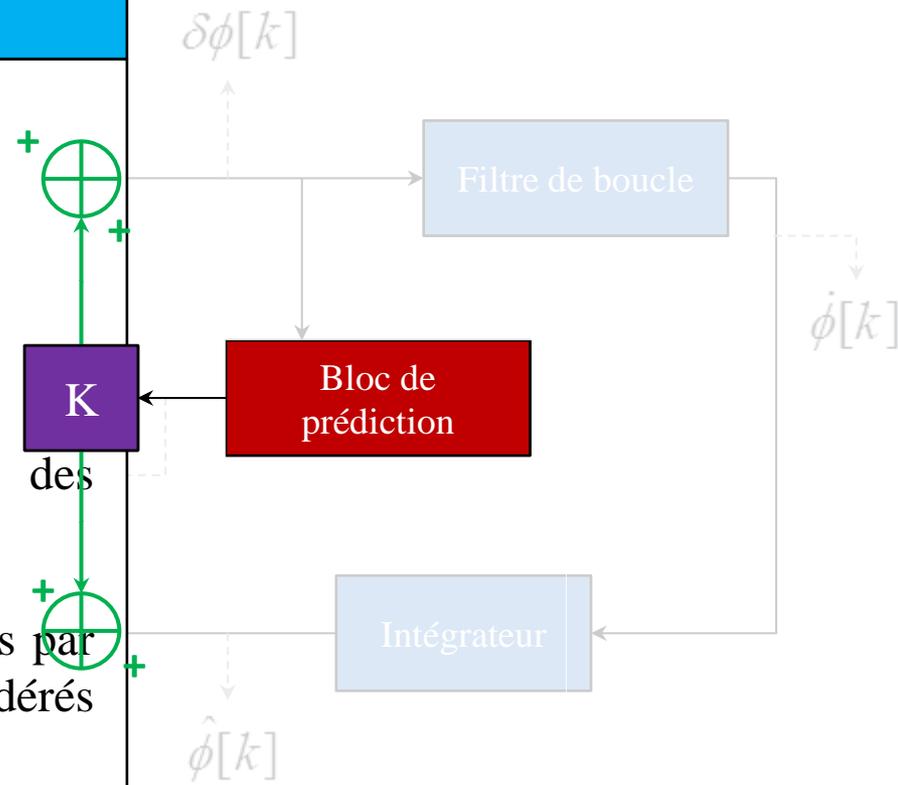
- Modèle d'analyse polynomial d'ordre M :

$$\phi_{UW}[k] = \sum_{m=0}^M a_m k^m + \text{bruit}$$

(pour la suite on prendra $M=1$)

- La prédiction est réalisée via l'estimation des coefficients a_m .

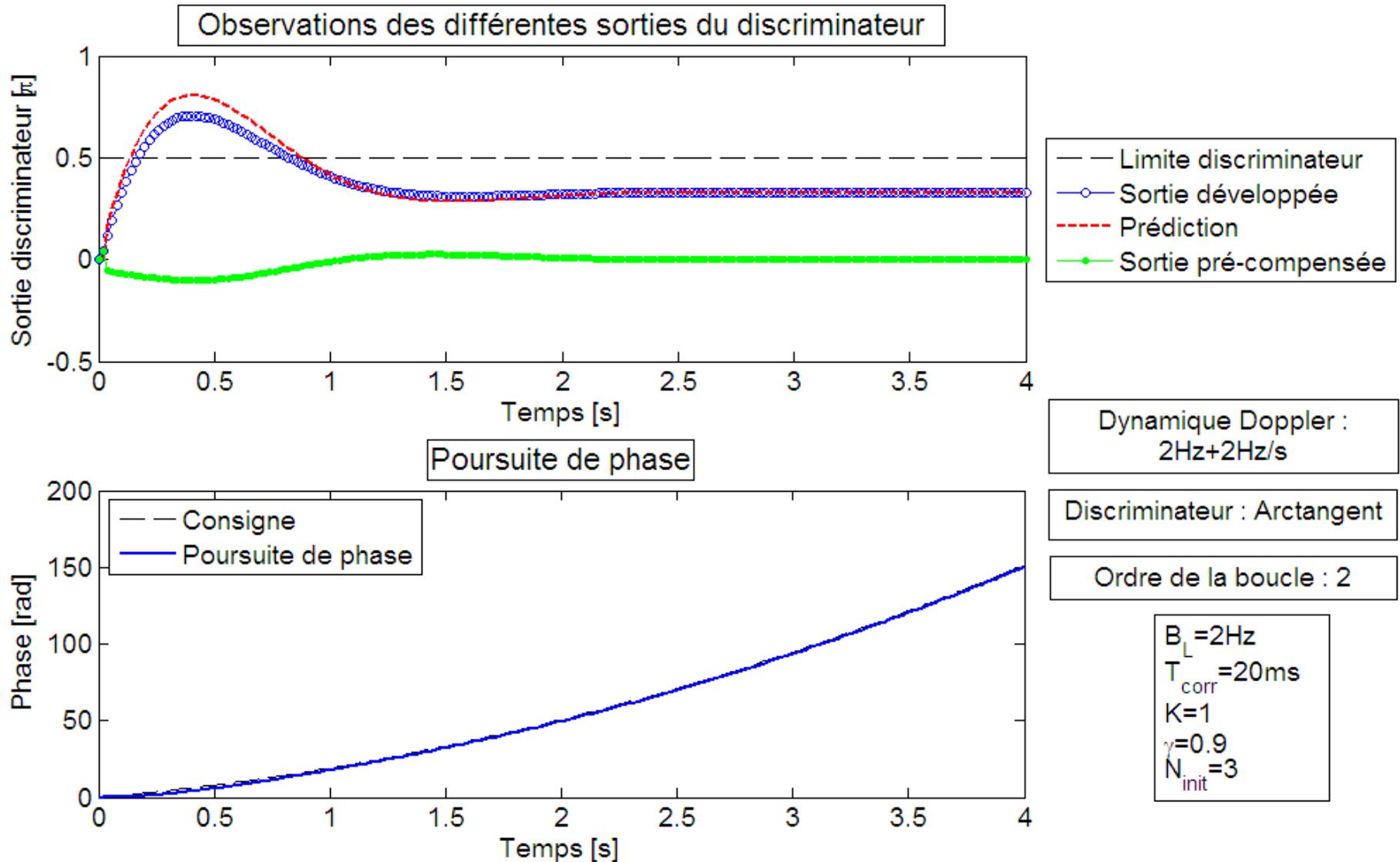
- Les coefficients sont estimés au cours du temps par l'algorithme des moindres carrés récurrents pondérés (**WRLS**) $r(\hat{\phi}[k] + K\delta\hat{\phi}_{UW}[k+1|k])[k_e]$

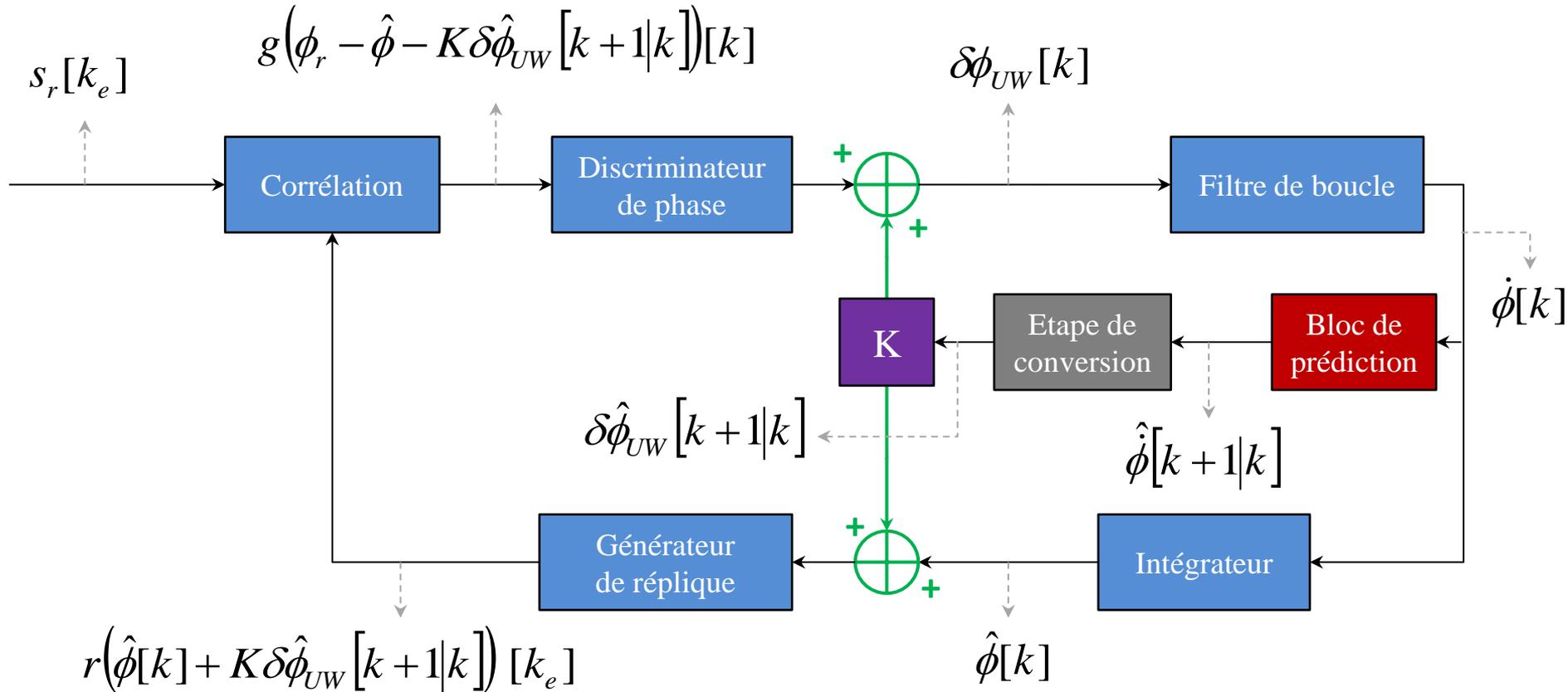


1 – Prédiction de la prochaine sortie du discriminateur

2 – Gain correctif (réduction du bruit)

3 – Pré-compensation de la prédiction



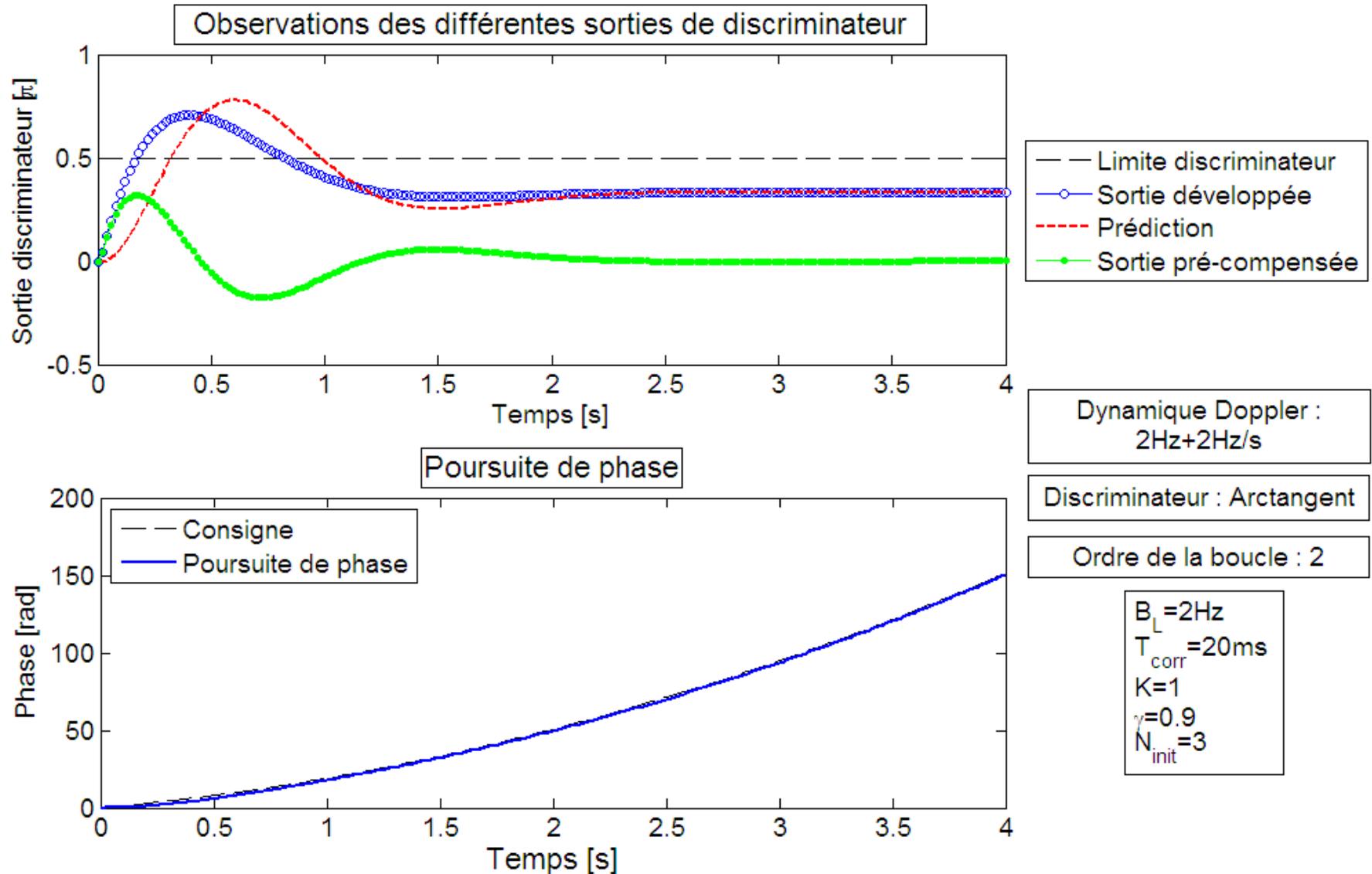


1 – Prédiction de la prochaine sortie du filtre de boucle

2 – Conversion
(*fréquence - phase*)

3 – Gain correctif
(*réduction du bruit*)

4 – Pré-compensation de la prédiction



Modèle du signal

- Le signal reçu est **généré** de la sorte : $s_r[k] = \sqrt{P}e^{j2\pi\phi[k]} + n[k]$

avec $n[k] \sim CN(0, \sigma_n^2)$ et $\phi[k] = \dot{\phi}[0]kT_e + \ddot{\phi}[0]\frac{(kT_e)^2}{2}$

Réglages de la simulation

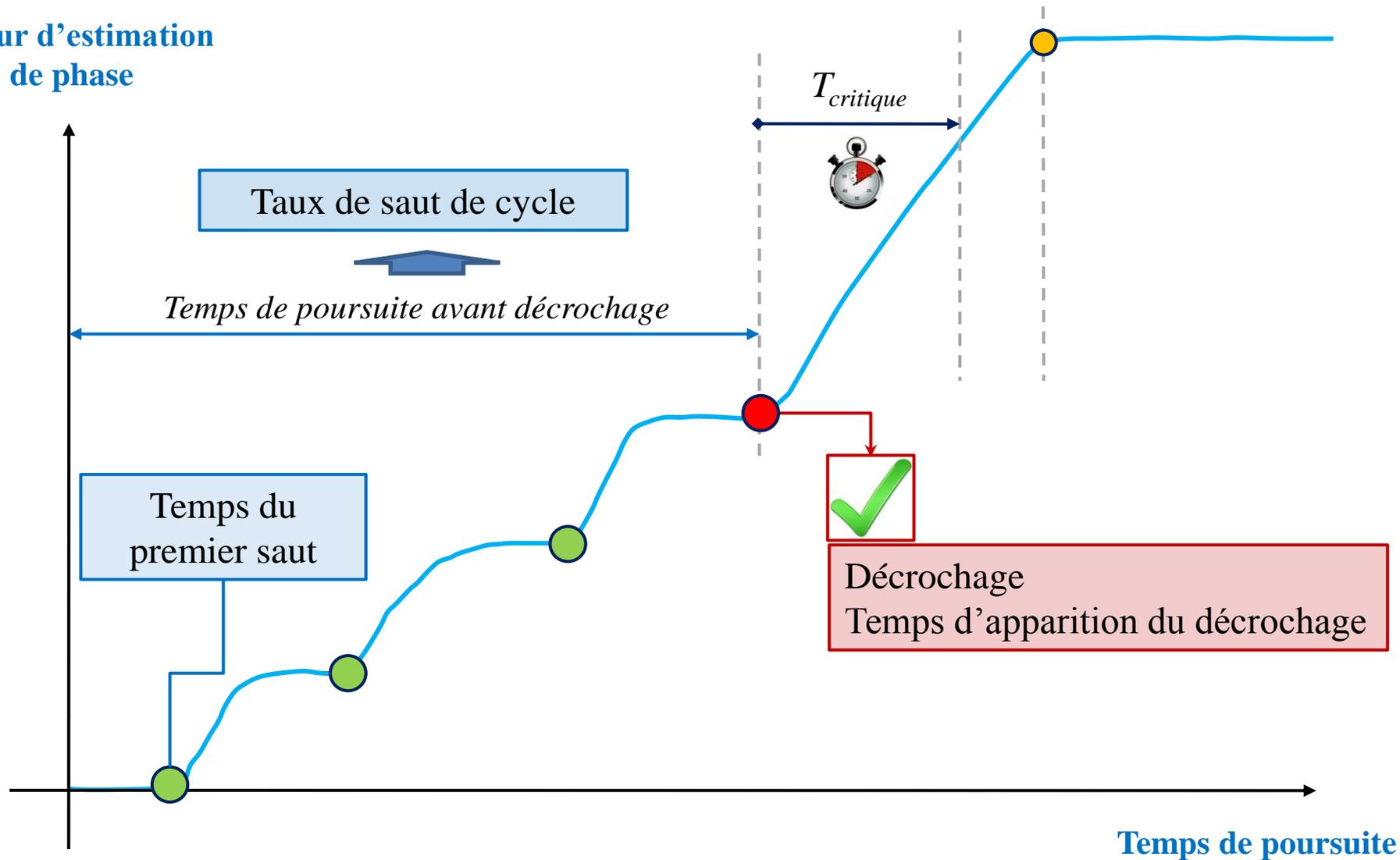
- Réglage des boucles :
 - DPLL d'ordre 2
 - $B_L=3\text{Hz}$
 - $T_{\text{corr}}=20\text{ms}$
 - $K=0.6$, $\gamma=0.8$ et $M=1$ pour les deux DPLL présentées dans ce chapitre
(réglages empiriques)

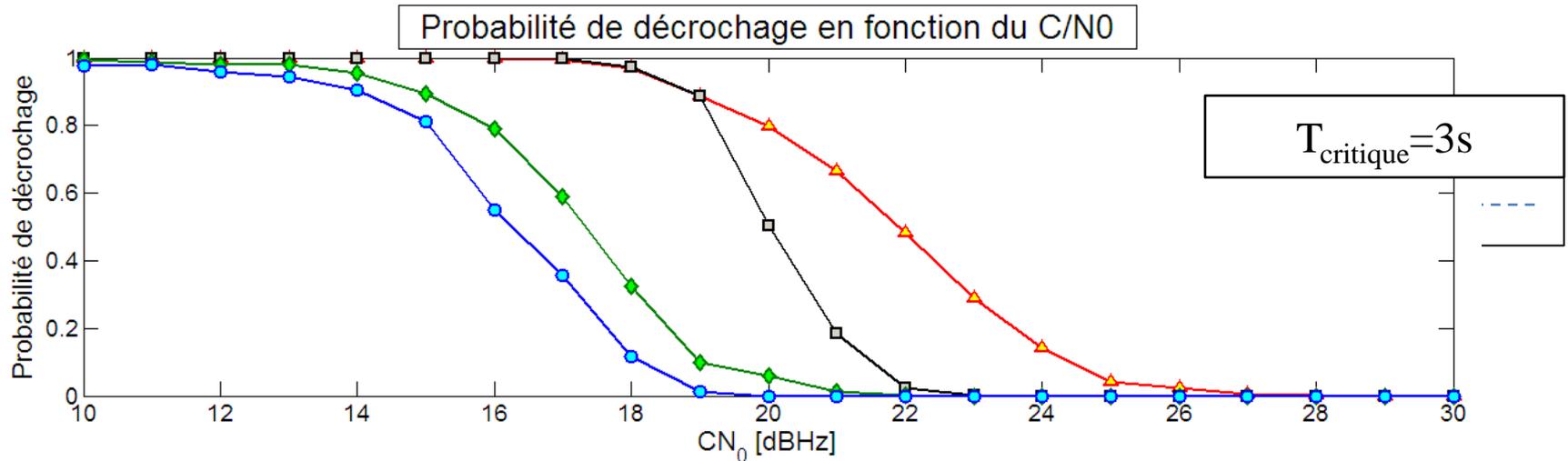
- Réglage de la dynamique :

$$\dot{\phi}[0] / 2\pi = 2\text{Hz}$$

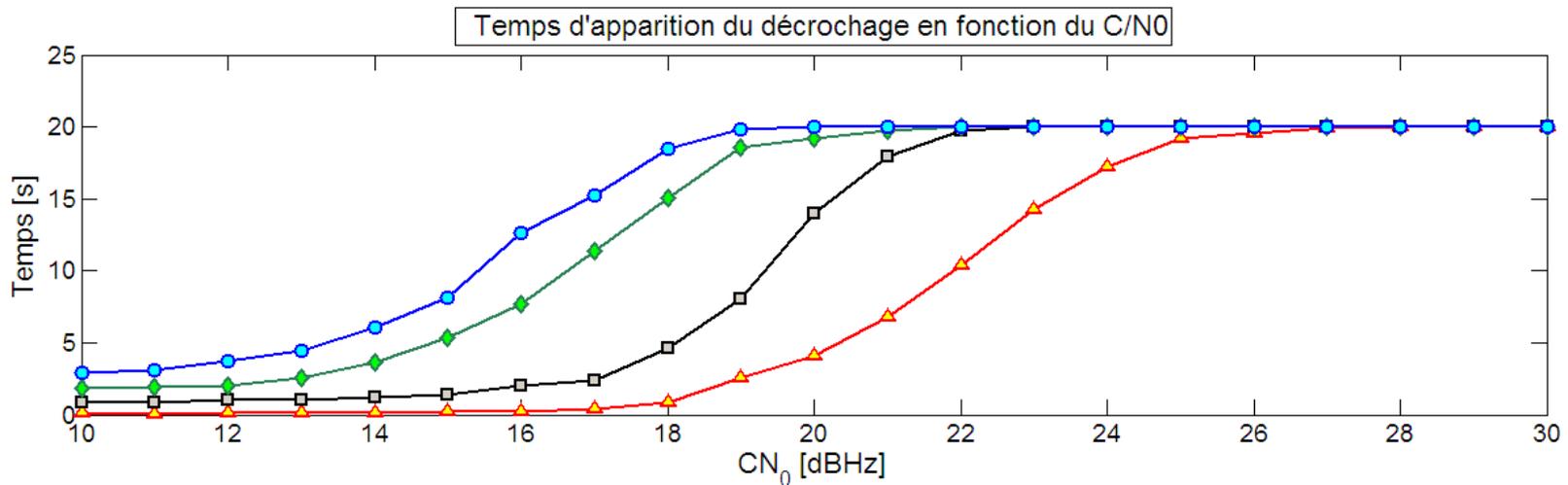
$$\ddot{\phi}[0] / 2\pi = 0.5\text{Hz/s}$$

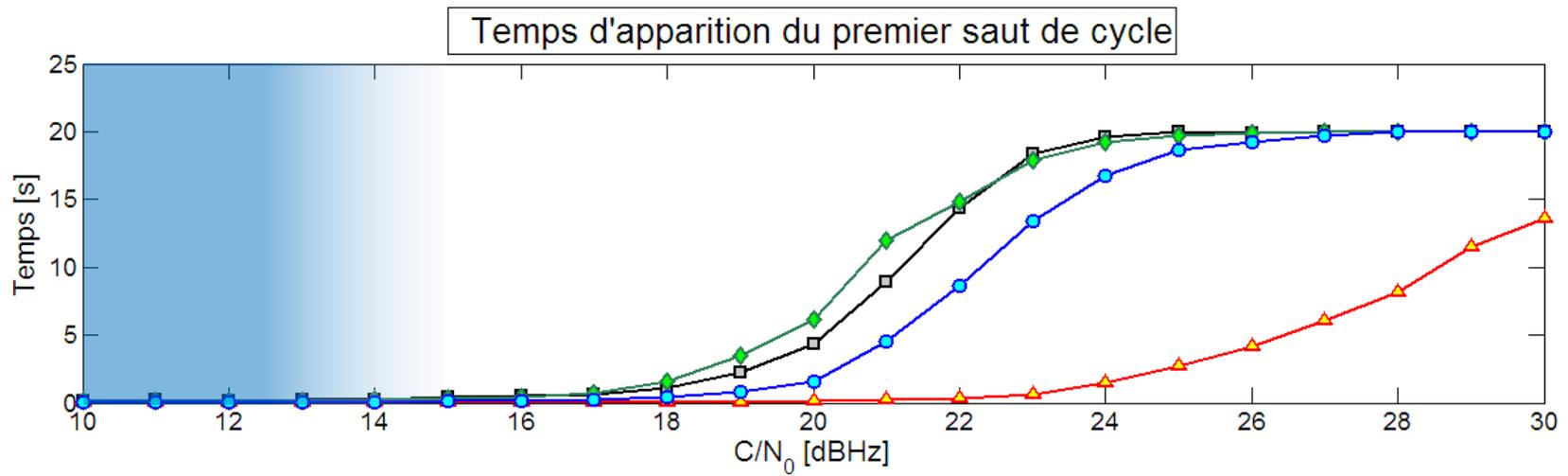
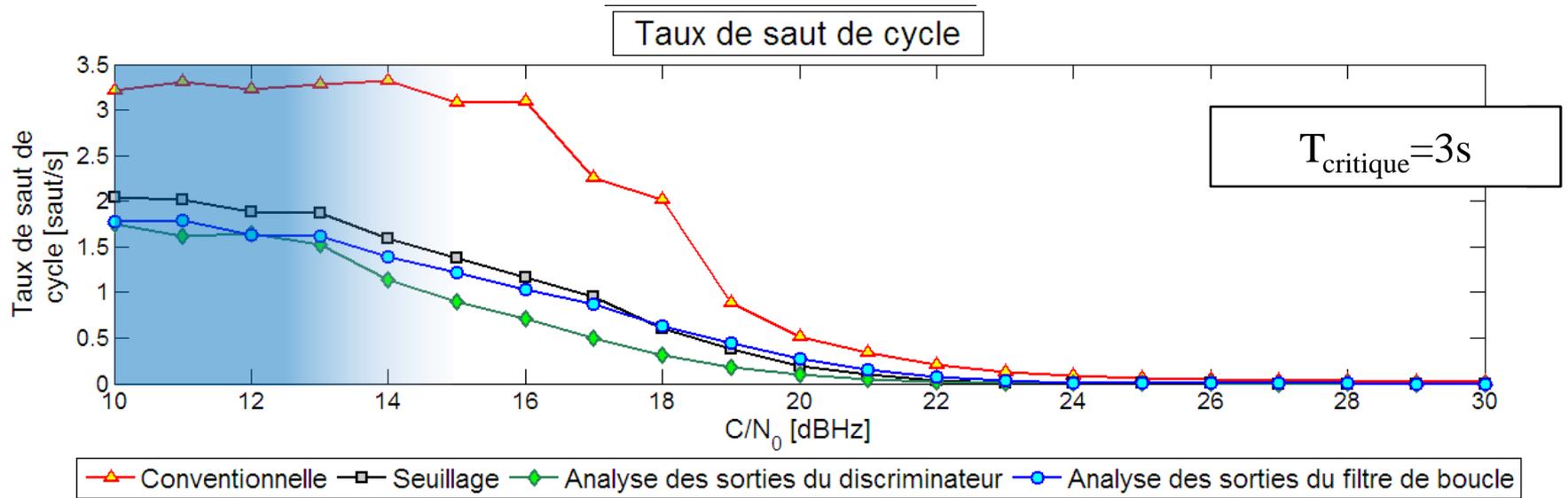
Erreur d'estimation de phase





—▲— Conventiennelle —■— Seuillage —◆— Analyse des sorties du discriminateur —●— Analyse des sorties du filtre de boucle





STRUCTURES DE DPLL AVEC SYSTEME
DE DEVELOPPEMENT DE PHASE
MULTIFREQUENCE

Systeme de fusion des données
Structures de DPLL multifréquence
Simulations numériques

- Pour adapter le système de développement de phase précédemment décrit, nous allons utiliser la **diversité en fréquence** du signal de navigation (émis par un même satellite).
- En supposant travailler en condition ionosphérique non-critique, on peut écrire :

$$\dot{\phi}_i = \frac{f_{p,i}}{f_{p,ref}} \dot{\phi}_{ref} \stackrel{\text{notation}}{=} r_i \dot{\phi}_{ref}$$

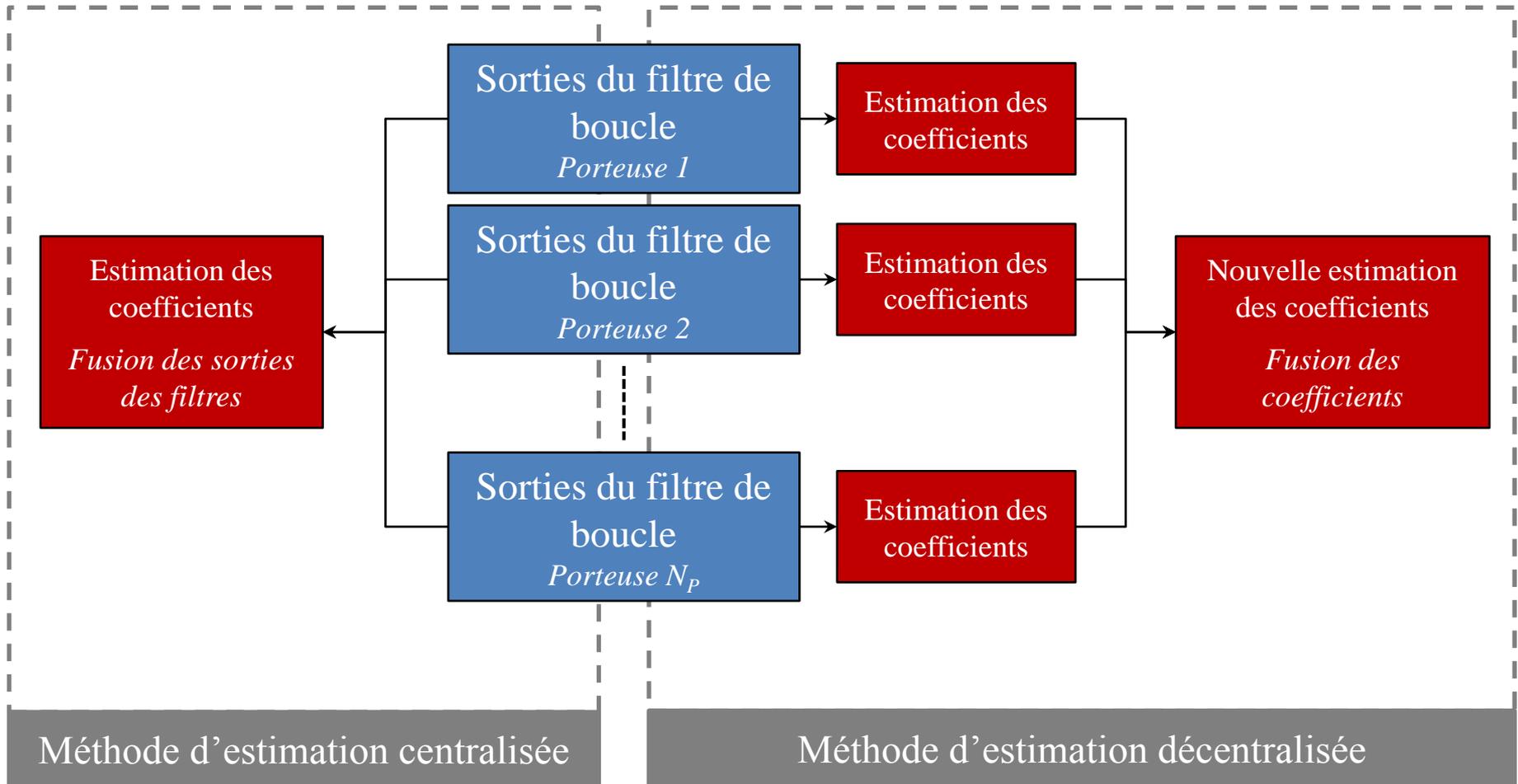
Proportionnalité des observations de fréquence (sorties du filtre de boucle)

$f_{p,ref}$ est une fréquence porteuse servant de référence

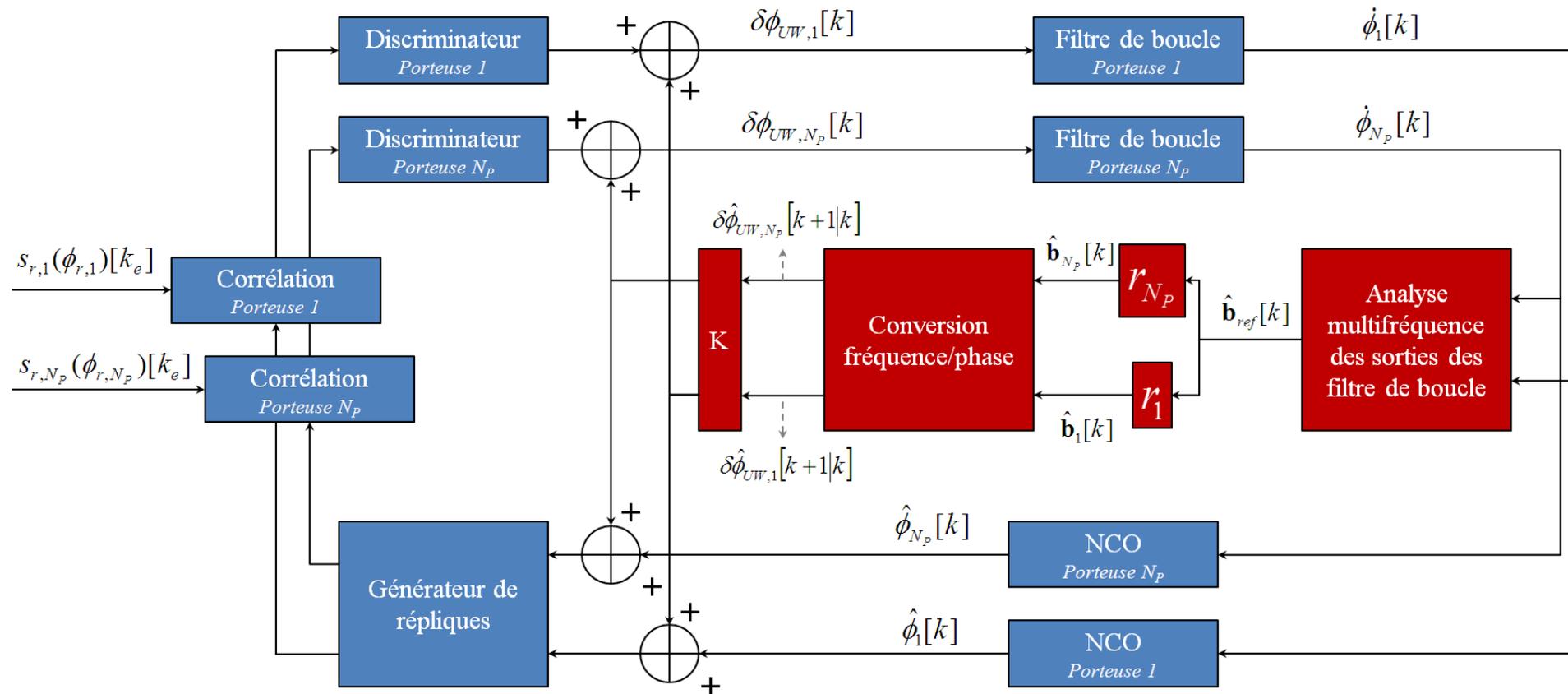
$$\begin{aligned} \dot{\phi}_i &= \sum_{m=0}^M b_{m,i} (kT_{corr})^m + n_{\dot{\phi},i} \\ &= r_i \sum_{m=0}^M b_{m,ref} (kT_{corr})^m + n_{\dot{\phi},i} \end{aligned}$$

Proportionnalité des coefficients polynomiaux

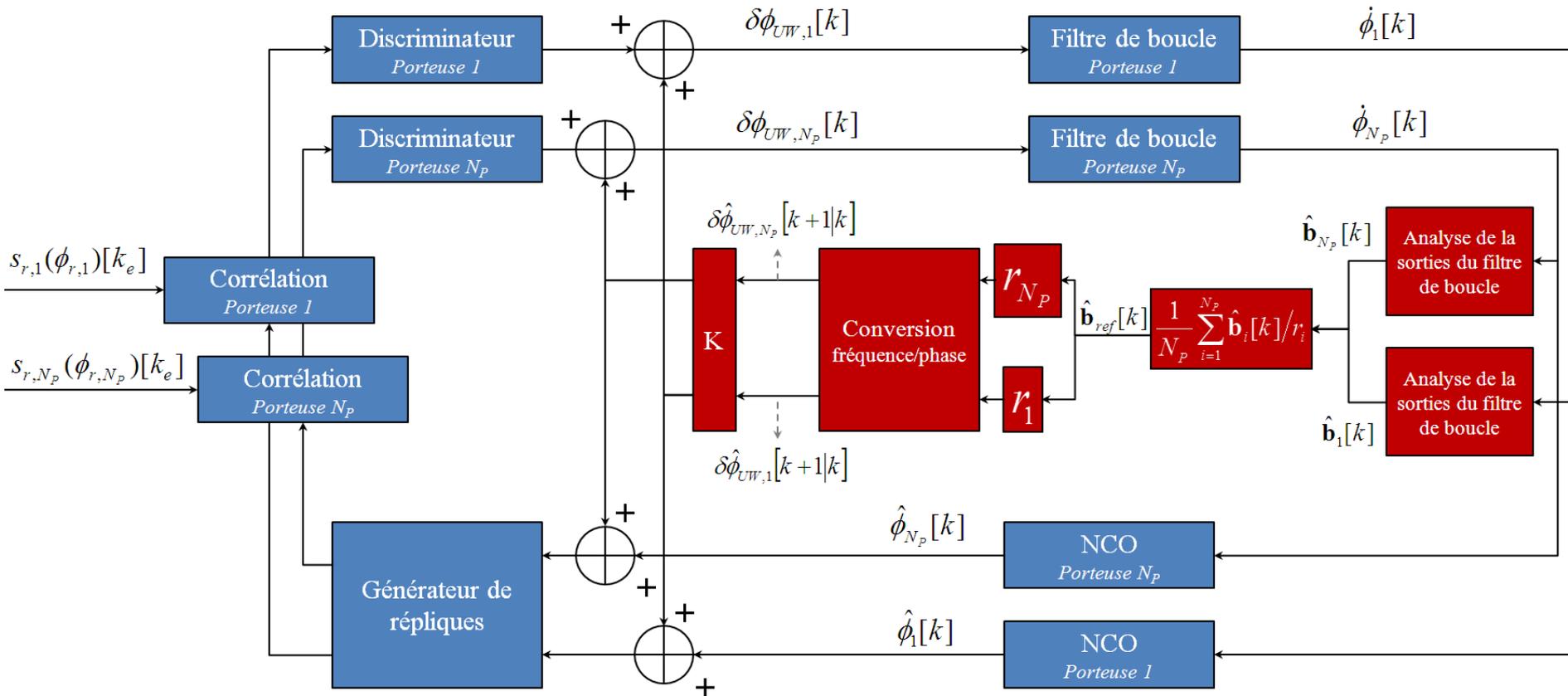
- Fonctionnement schématique des méthodes d'estimation **centralisée** et **décentralisée** :



Méthode d'estimation centralisée



Méthode d'estimation décentralisée



Modèle du signal

- Le signal reçu est **généré** de la sorte :

$$s_{r,i}[k] = \sqrt{P_i} e^{j2\pi r_i \phi[k]} + n_i[k]$$

$$i = 1, \dots, N_p$$
 avec $[n_1[k], \dots, n_{N_p}[k]]^T \sim CN(0, \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_p})$ et $\phi[k] = \dot{\phi}[0]kT_e + \ddot{\phi}[0] \frac{(kT_e)^2}{2}$

Réglages de la simulation

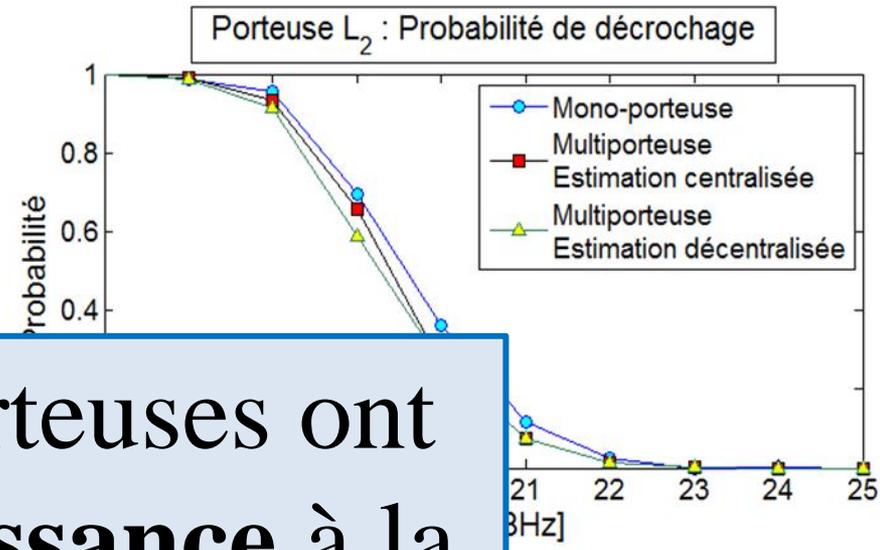
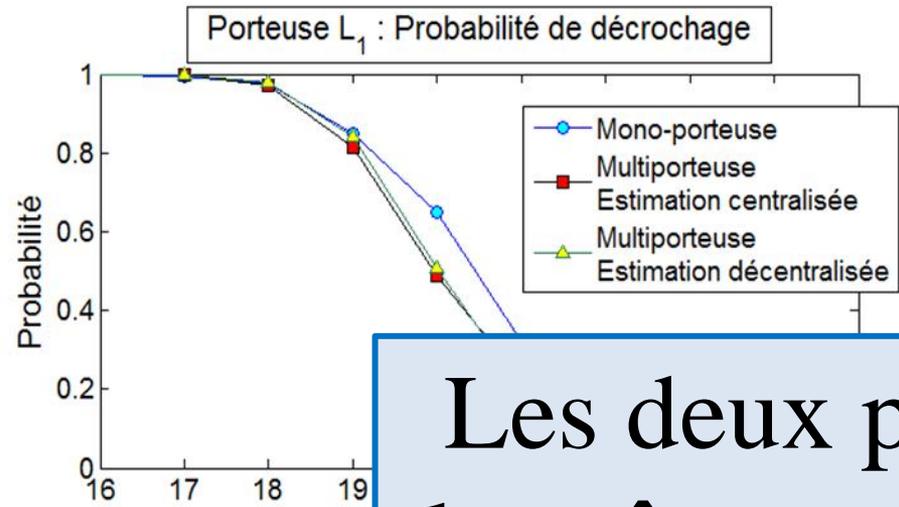
- Réglage des boucles :
 - DPLL d'ordre 2
 - $B_L = 5\text{Hz}$
 - $T_{\text{corr}} = 20\text{ms}$
 - $K = 0.6$, $\gamma = 0.8$ et $M = 1$ pour les deux DPLL
(réglages empiriques)
 - Bifréquence ($N_p = 2$) : L_1 (1,57GHz) et L_2 (1,22GHz)
- Réglage de la dynamique :

$$\left| \begin{array}{l} \dot{\phi}[0] / 2\pi = 3\text{Hz} \\ \ddot{\phi}[0] / 2\pi = 1\text{Hz/s} \end{array} \right.$$

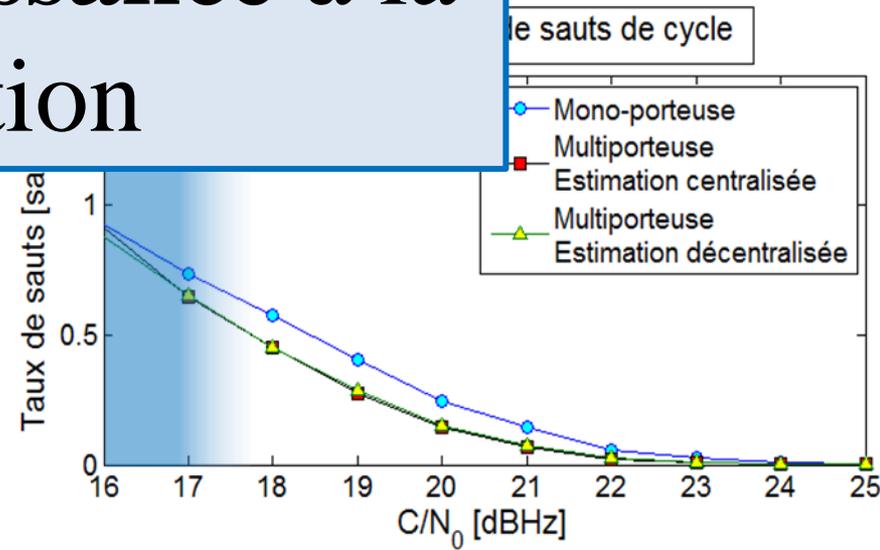
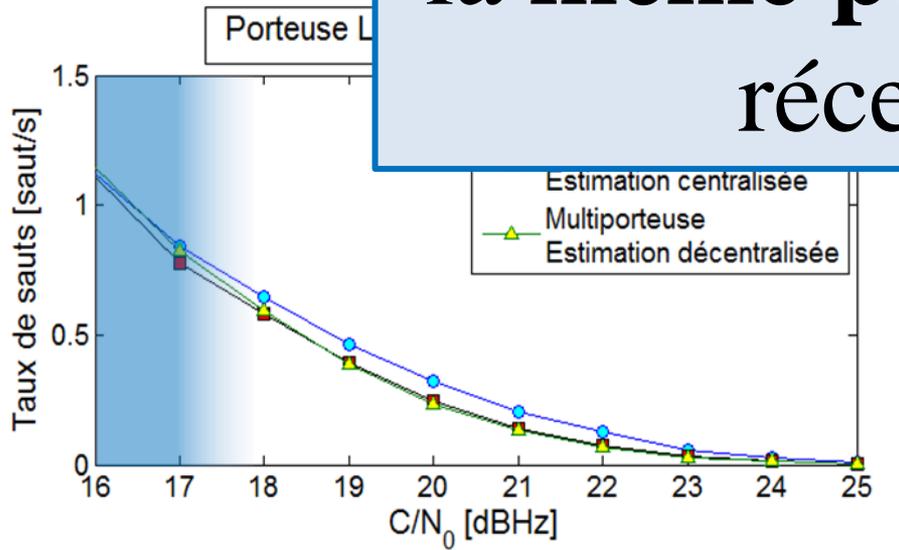
Porteuse L_1

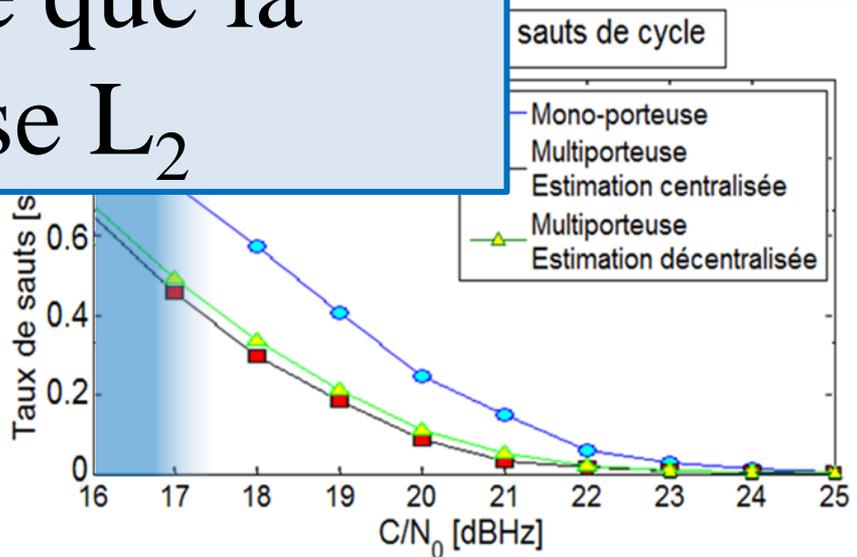
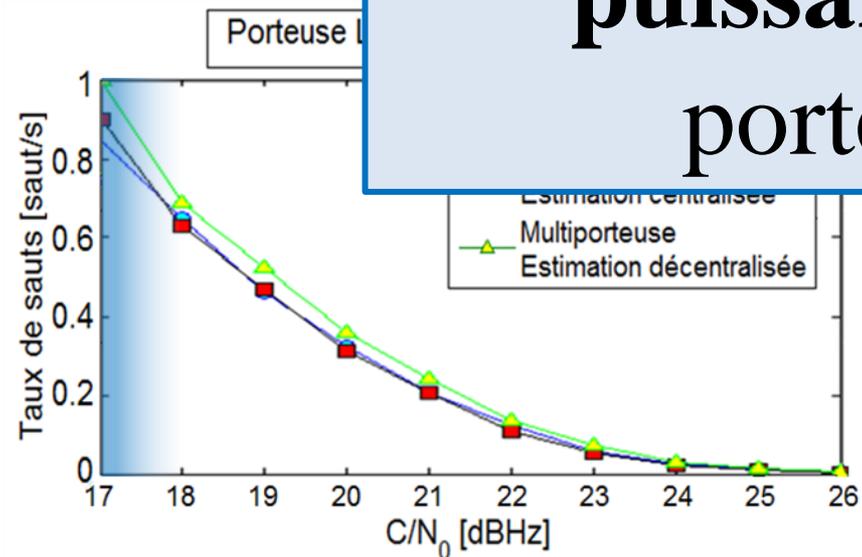
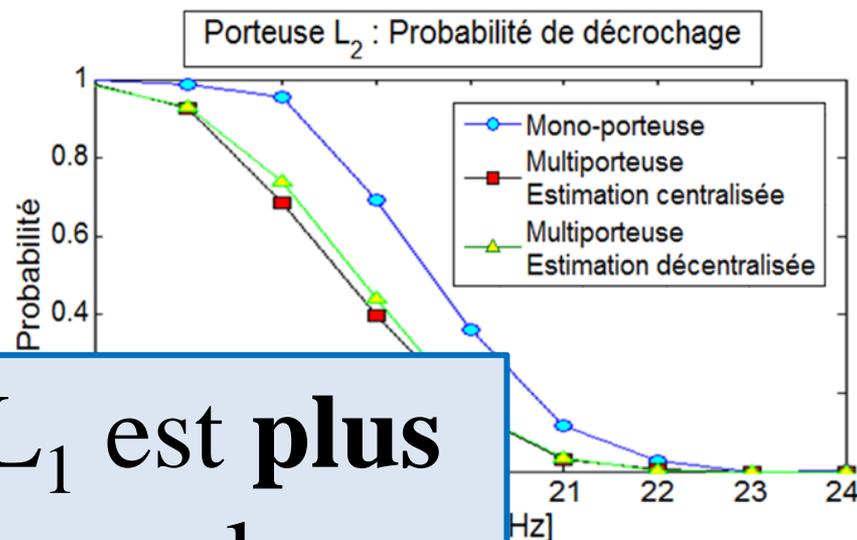
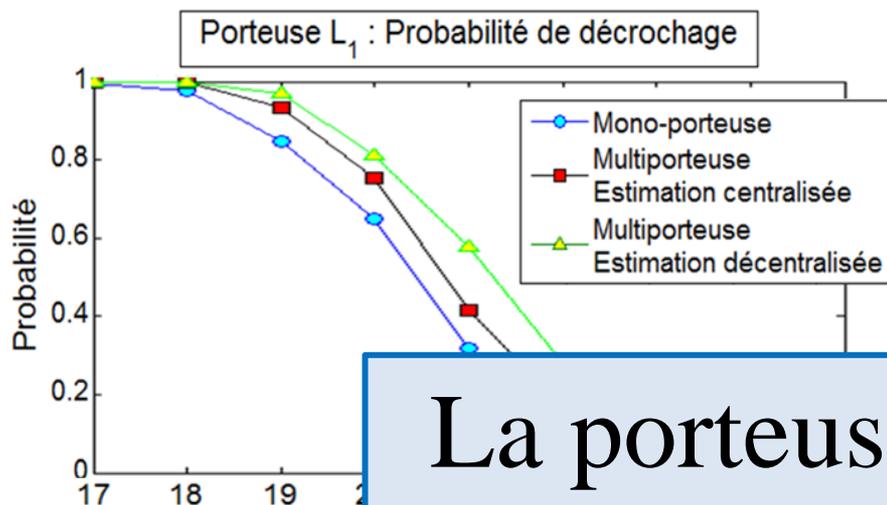
STRUCTURES DE DPLL AVEC SYSTÈME DE DEVELOPPEMENT DE PHASE MULTIFREQUENCE

Simulations numériques
Les résultats



Les deux porteuses ont la même puissance à la réception





La porteuse L_1 est plus puissante que la porteuse L_2

Section 4

POURSUITE DE PHASE BIFREQUENCE
PAR FILTRAGE BAYESIEN VARIATIONNEL

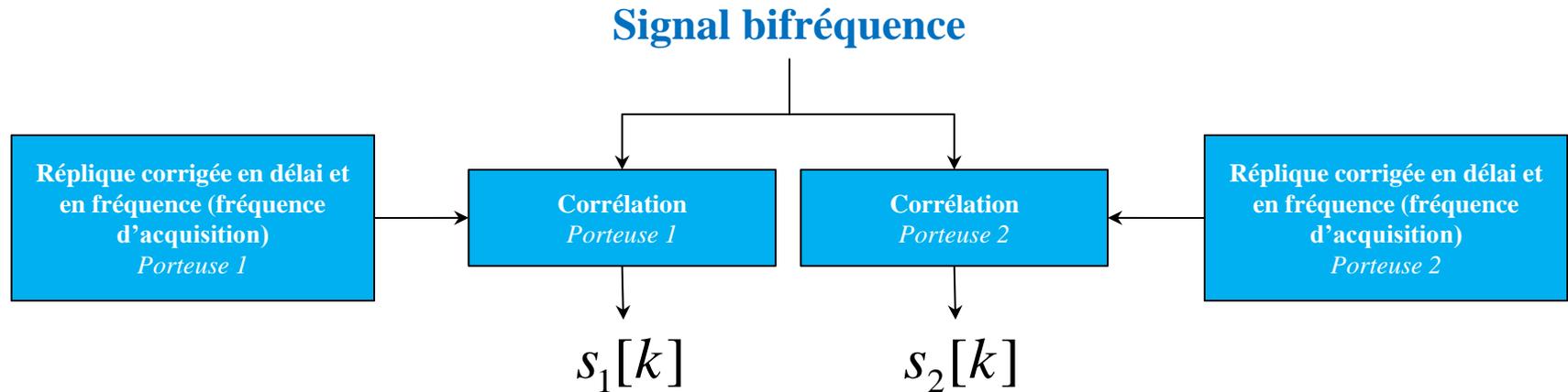
Modèle du signal

Discriminateur de phase bifréquence

Poursuite de phase RVB

Simulations numériques

- Nous allons maintenant étudier le signal **en sortie de corrélation**.



- Soit le **nouveau modèle de signal** en sortie de corrélation :

$$\begin{cases} s_1[k] \\ s_2[k] \end{cases} = \begin{cases} \alpha_1[k] e^{j\phi_k} + n_1[k] \\ \alpha_2[k] e^{jr\phi_k} + n_2[k] \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \mathbf{n}_k | \sigma_n^2 \sim CN(\mathbf{0}, \sigma_n^2 \mathbf{I}) \\ \mathbf{n}_k = [n_1[k], n_2[k]]^T \end{cases}$$

$$\phi_k = \phi_1[k] = \frac{\phi_2[k]}{r}, \quad r = f_{p,2} / f_{p,1} > 1$$

- *Observations*

$$\mathbf{s}_k = \mathbf{a}_k \otimes \begin{bmatrix} e^{j\phi_k} \\ e^{jr\phi_k} \end{bmatrix} + \mathbf{n}_k$$

- *A priori sur l'amplitude*

$$\mathbf{a}_k | \sigma_\alpha^2, \rho \sim \text{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{R}_\alpha)$$

$$\mathbf{R}_\alpha = \sigma_\alpha^2 \begin{pmatrix} 1 & \rho \\ \rho^* & 1 \end{pmatrix}$$

- *A priori sur la dynamique*

$$\phi_k | \phi_{k-1}, \sigma_\phi^2 \sim N(\phi_{k-1}, \sigma_\phi^2)$$

■ En maximisant la **vraisemblance marginalis e** par rapport   \mathbf{a}_k on a :

$$\hat{\phi}_k^{MML} = \arg \max_{\phi_k} f(\mathbf{s}_k | \phi_k) = \frac{\varphi_k}{\bar{r}}$$

$$\begin{cases} \bar{r} = r - 1 \\ \varphi_k = \angle(\rho s_1^*[k] s_2[k]) \in [-\pi, \pi] \end{cases}$$

**Discriminateur de
phase bifréquence**

*Estimation de phase bruit e
et non-d velopp e*



POURSUITE DE PHASE BIFREQUENCE PAR FILTRAGE BAYESIEN VARIATIONNEL

Poursuite de phase RVB
Mise en place du système de filtrage



- L'approche multiplicité des phases ML, nous allons mettre en place un système de **filtrage bayésien** exploitant le modèle de phase Markovien.

$$f(\phi_k, \phi_{k-1} | \mathbf{s}_k, \phi_{k-1}) = f(\phi_k | \phi_{k-1}, \mathbf{s}_k) f(\phi_{k-1} | \mathbf{s}_k)$$

(minimisation de la divergence de Kullback-Liebler)

- L'algorithme récursif RVB (~~Restricted Bayesian~~) est donné par :

Filtrage Bayésien

- Prédiction

~~Prédiction~~

$$\tilde{f}(\phi_k | \mathbf{s}_{k-1}) \propto \exp \left[\langle \ln f(\phi_k | \phi_{k-1}) \rangle \tilde{f}(\phi_{k-1} | \mathbf{s}_{k-1}) \right]$$

$$f(\phi_k | \mathbf{s}_{k-1}) = f(\phi_k)$$

$$f(\phi_{k-1} | \mathbf{s}_k) \propto \tilde{f}(\phi_{k-1} | \mathbf{s}_{k-1}) \exp \left[\langle \ln f(\phi_{k-1} | \phi_k) \rangle \right]$$

- Mise à jour de la distribution de filtrage

~~Mise à jour de la distribution de filtrage~~

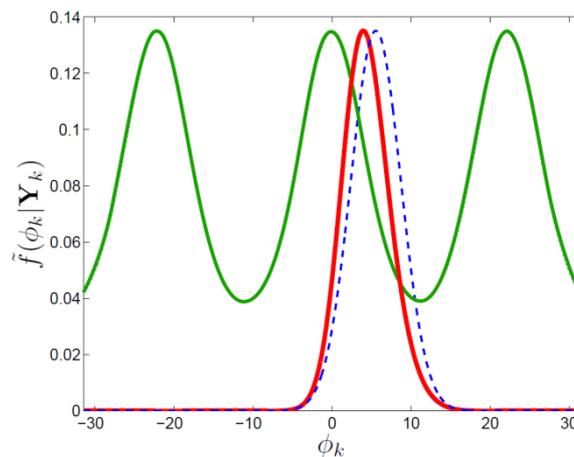
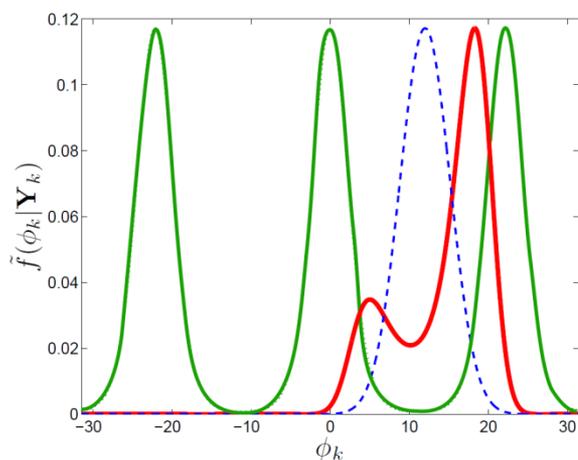
$$\tilde{f}(\phi_{k-1} | \mathbf{s}_{k-1}) f(\phi_k | \mathbf{s}_{k-1}) \rightarrow \text{Bayes}(k \geq 1) \tilde{f}(\phi_k | \mathbf{s}_k)$$

$$\tilde{f}(\phi_{k-1} | \mathbf{s}_{k-1}) f(\phi_k | \mathbf{s}_{k-1}) \rightarrow \text{Bayes}(k \geq 1) f(\phi_{k-1} | \mathbf{s}_k)$$

- L'algorithme récursif RVB nous donne **une forme analytique manipulable** de la distribution de filtrage approchée.

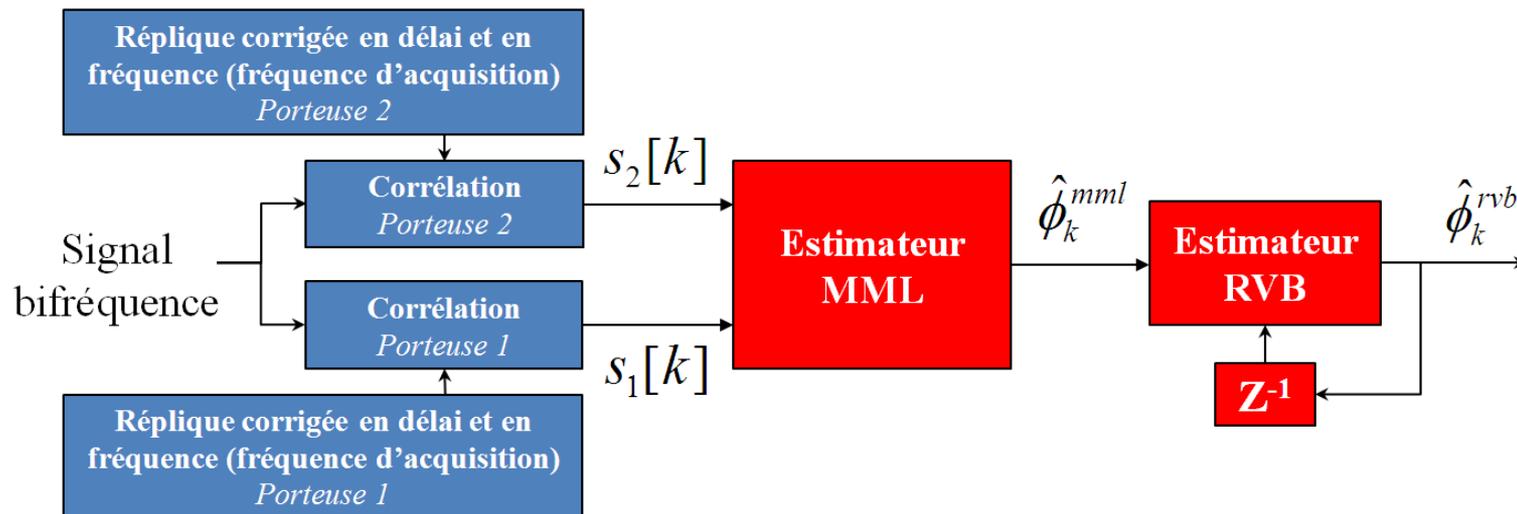
$$\tilde{f}(\phi_k | \mathbf{S}_k) \propto \exp \left\{ 2\xi |z_k| \cos(\bar{r}[\hat{\phi}_k^{mml} - \phi_k]) - \frac{(\phi_k - \langle \phi_{k-1} \rangle \tilde{f}(\phi_{k-1} | \mathbf{S}_{k-1}))^2}{2\sigma_\phi^2} \right\}$$

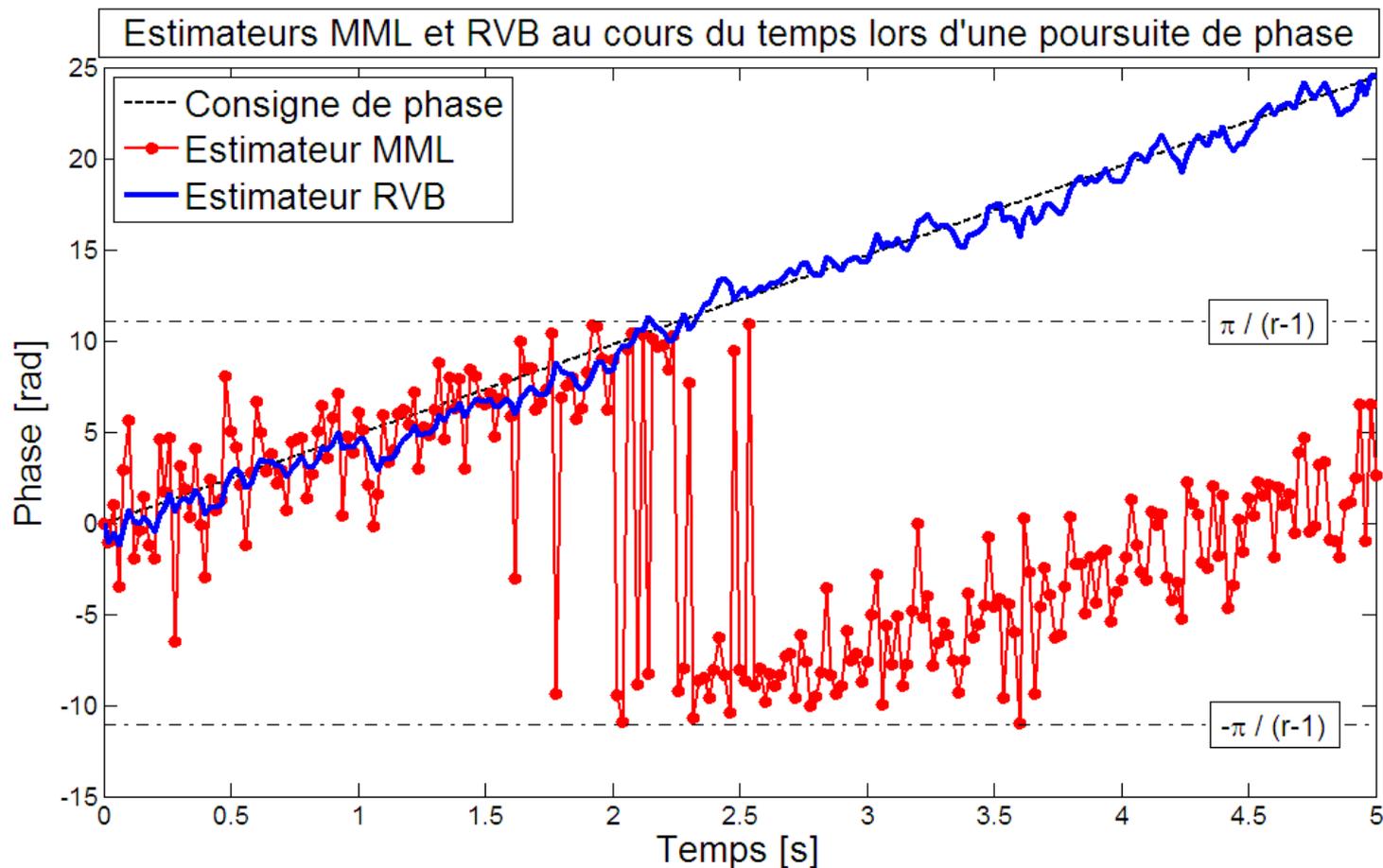
$$\text{avec } z_k = \rho s_1^*[k] s_2[k] \quad \text{et} \quad \xi = \frac{\sigma_\alpha^2}{[\sigma_n^2 + \sigma_\alpha^2]^2 - |\rho|^2 \sigma_\alpha^4}$$



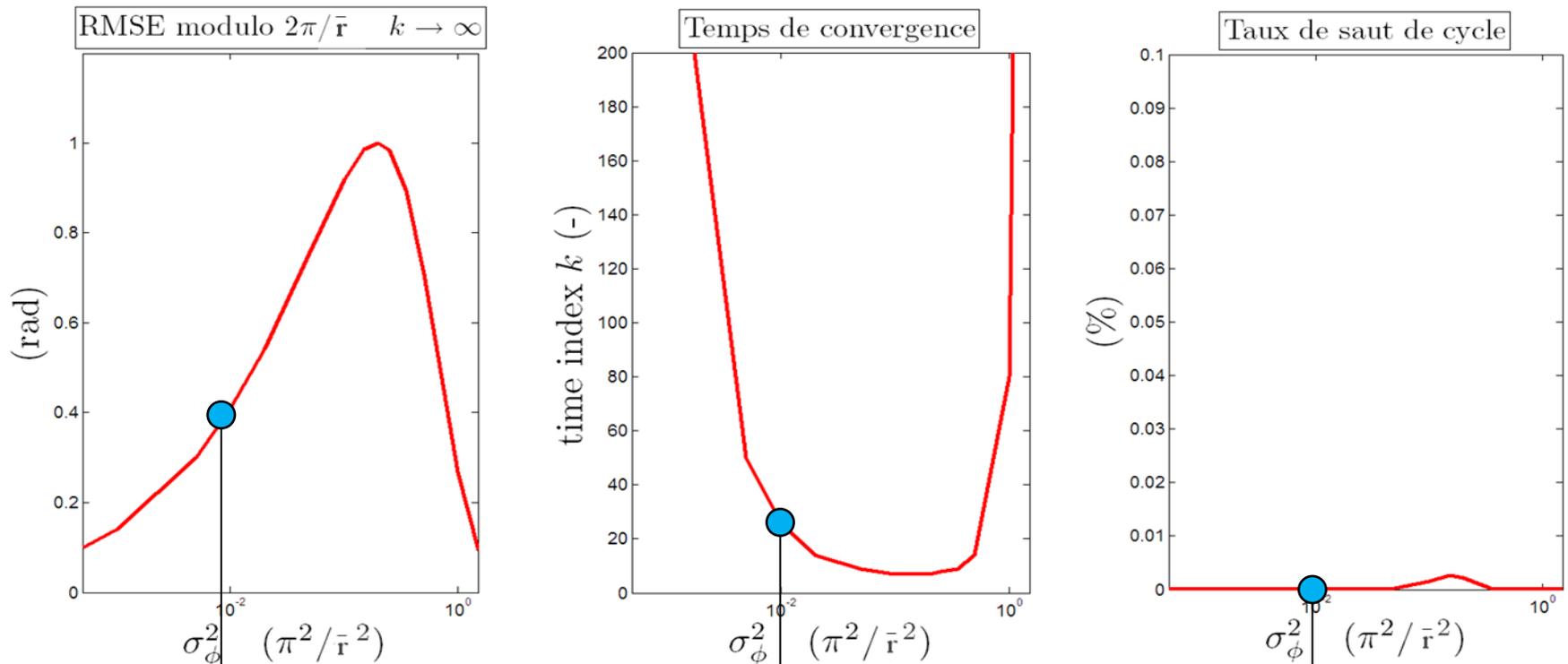
$$\hat{\phi}_k^{rvb} = \hat{\phi}_{k-1}^{rvb} + \sigma_\phi^2 \frac{2\bar{r} \sum_{q=1}^{+\infty} q I_q(\beta_k) \sin(q\bar{r} [\hat{\phi}_k^{mml} - \hat{\phi}_{k-1}^{rvb}]) e^{-\frac{\sigma_\phi^2 q^2 \bar{r}^2}{2}}}{I_0(\beta_k) + 2 \sum_{q=1}^{+\infty} I_q(\beta_k) \cos(q\bar{r} [\hat{\phi}_k^{mml} - \hat{\phi}_{k-1}^{rvb}]) e^{-\frac{\sigma_\phi^2 q^2 \bar{r}^2}{2}}}$$

- En combinant l'estimateur MML et le processus de filtrage RVB, on obtient la **structure de poursuite** suivante



■ Exemple de poursuite bifréquence L_1/L_2 

- La méthode RVB affiche un **comportement « non-linéaire »** en fonction de σ_ϕ^2 (dynamique de type échelon de $\pi/4$ rad)



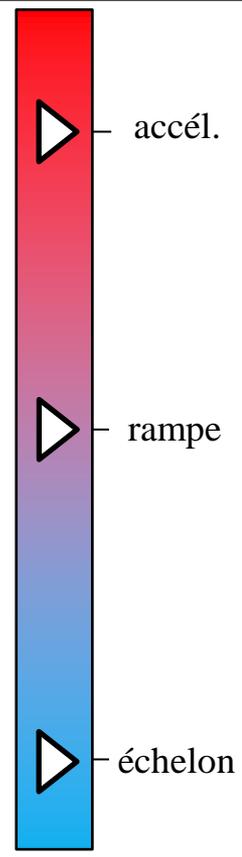
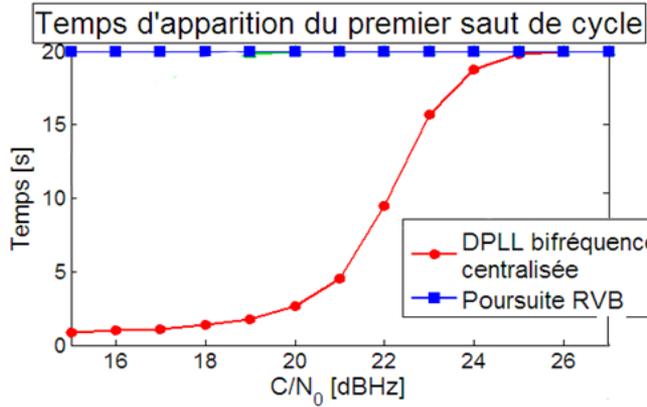
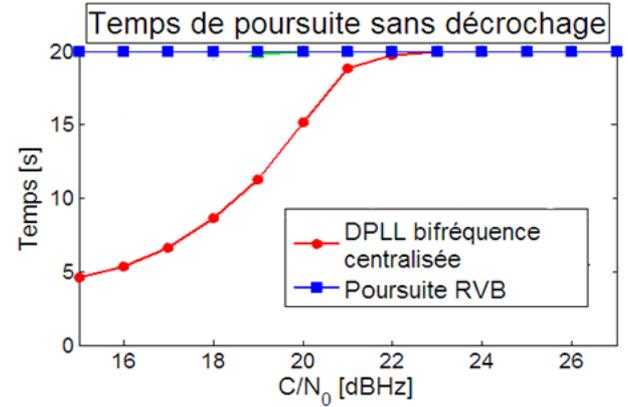
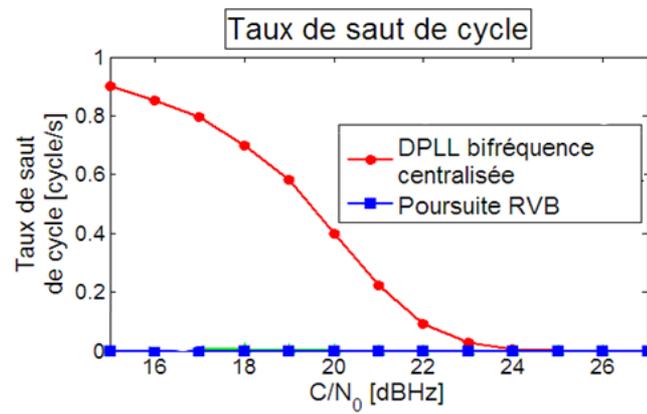
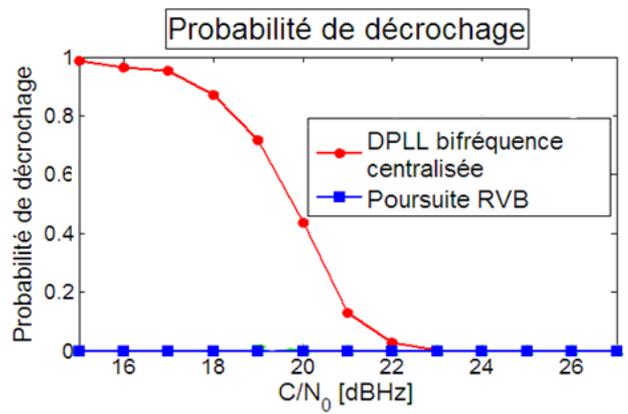
Réglage réalisant le meilleur compromis

POURSUITE DE PHASE BIFREQUENCE PAR FILTRAGE BAYESIEN VARIATIONNEL

Simulations numériques
Comparaison avec les DPLL multifréquence

Bifréquence L_1/L_2

■ Poursuite d'une échelon de $2\pi/4$ rad ($\sigma_\phi = 1/2$ s) ($\sigma_\phi^2 = 6.15$)



Dynamique

La poursuite de phase par filtrage bayésien variationnel offre de meilleures performances pour une dynamique de type rampe. Le modèle de phase Markovien d'ordre 1 n'est plus suffisant dans ce cas.

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Conclusions
Perspectives

Objectif

Développer des méthodes de poursuite de phase robustes au bruit.

Solutions

Réduire l'apparition du phénomène de sauts de cycle.
Opter pour une approche multifréquence de la poursuite de phase.

- Développement d'une DPLL monofréquence munie d'un système de développement de phase.
- Adaptation de la DPLL à la poursuite de phase multifréquence.
- Mise en place d'une nouvelle approche de poursuite de phase bifréquence par technique de filtrage Bayésien.

DPLL multifréquence

- Elaborer un système de pondération entre porteuses afin d'éviter les phénomènes de pollution.
- Prendre en compte les effets ionosphériques.

Poursuite RVB

- Affiner les modèles du signal (modèle des amplitudes, modèle de dynamique Markovien) afin de palier les problèmes de robustesse de la méthode.
- Prendre en compte les effets ionosphériques.

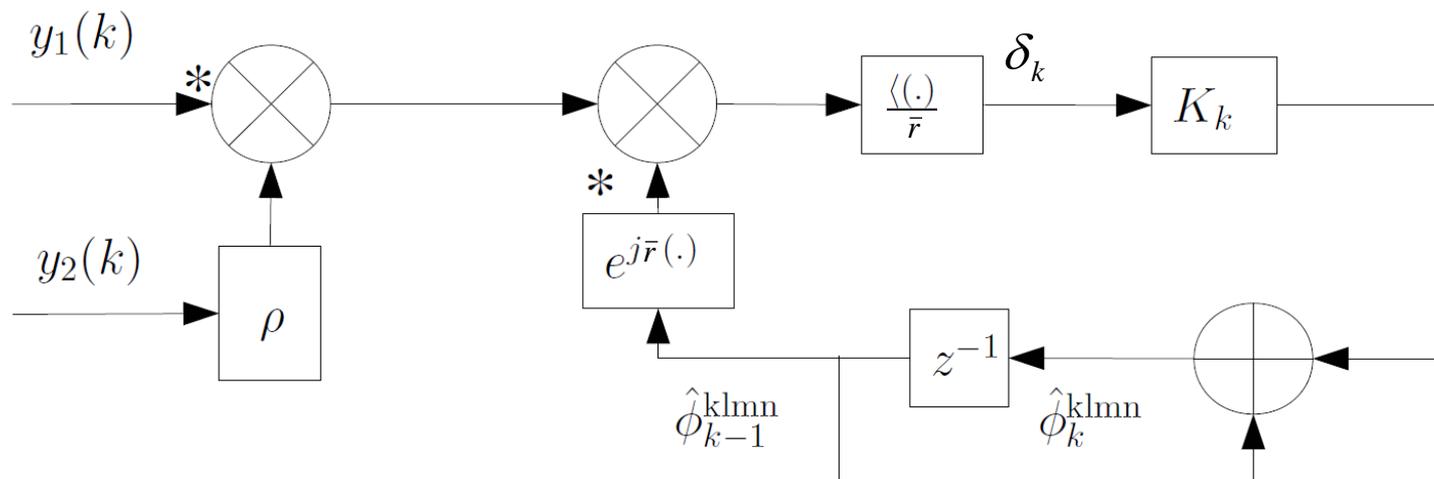
Méthodes de poursuite de phase pour signaux GNSS multifréquence en environnement dégradé

Merci de votre attention.

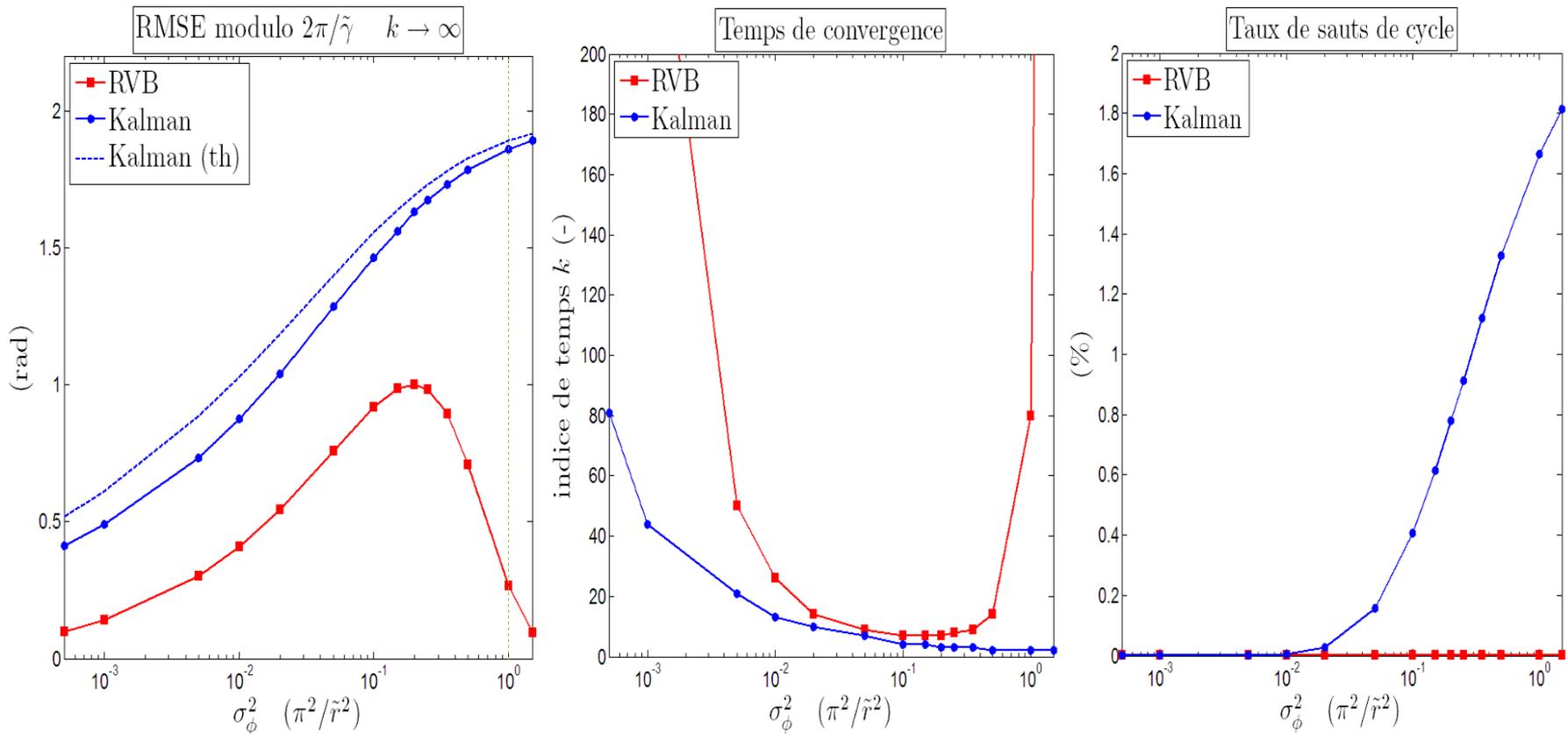
- En supposant utiliser le **discriminateur de phase MML** pour **linéariser les équations de mesure**, nous définissons le nouveau système :

$$\left[\begin{array}{l} \phi_k | \phi_{k-1}, \sigma_\phi^2 \sim N(\phi_{k-1}, \sigma_\phi^2) \\ v_k \sim N(\phi_k, \sigma_\omega^2) \end{array} \right. \Rightarrow \boxed{\hat{\phi}_k^{klmn} = \hat{\phi}_{k-1}^{klmn} + K_k \delta_k}$$

avec $\delta_k = v_k - \phi_{k-1}^{klm}$



■ Résultats obtenus pour une dynamique de type échelon de $\frac{\pi}{2\bar{r}}$



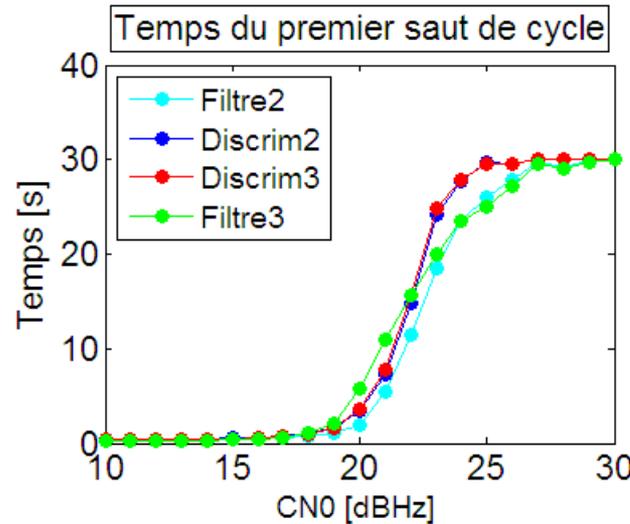
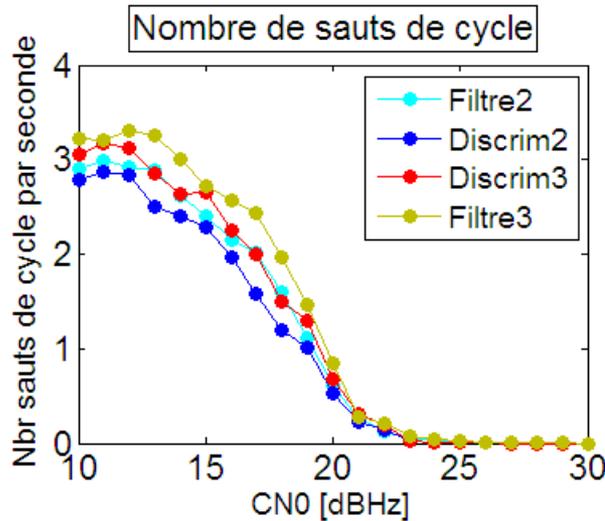
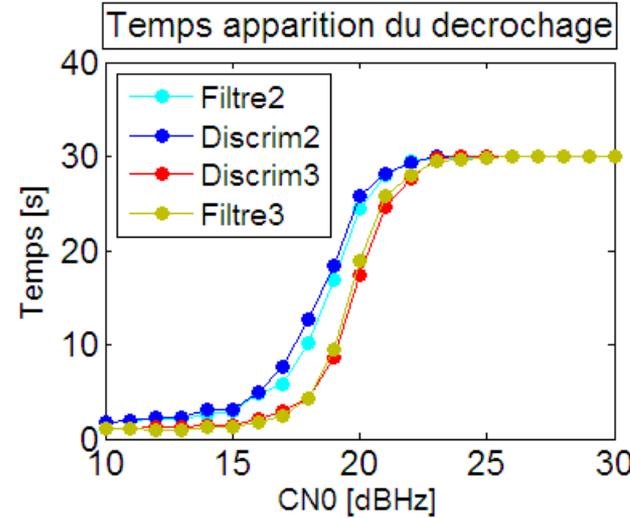
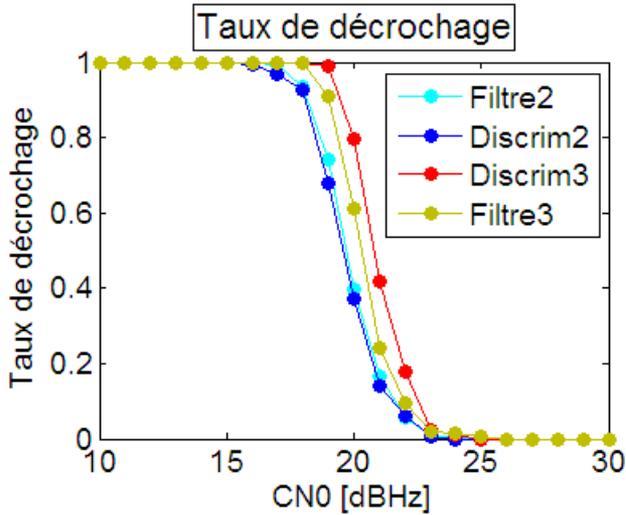
- Le gain de Kalman est donné par :

$$K_k = 1 - \frac{1}{1 + \frac{\sigma_\omega^2}{\sigma_\phi^2} + K_{k-1}}$$

- Lorsque le système a convergé :

$$K = \frac{\sigma_\phi^2}{2\sigma_\omega^2} \left[\sqrt{1 + 4 \frac{\sigma_\omega^2}{\sigma_\phi^2}} - 1 \right] \quad \longrightarrow \quad P = \frac{\sigma_\phi^2}{2} \left[\sqrt{1 + 4 \frac{\sigma_\omega^2}{\sigma_\phi^2}} - 1 \right]$$

$$K_k = P_{k|k}^{-1} H_k^T \sigma_\omega^{-2}$$



Paramètres

$$3\text{Hz} + 0.5\text{Hz} / s$$

$$B_L = 5\text{Hz}$$

$$T_{corr} = 20\text{ms}$$

ATAN

200 simulations

Gain par rapport à ATAN

ATAN 2

6 dBHz

⚠ MML

L_1 / L_5

10 dBHz

L_1 / L_2

11 dBHz

E_1 / E_6

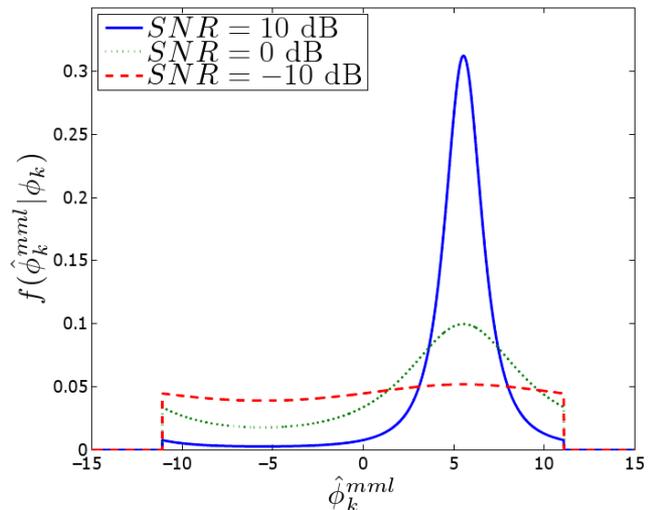
13 dBHz

L_2 / L_5

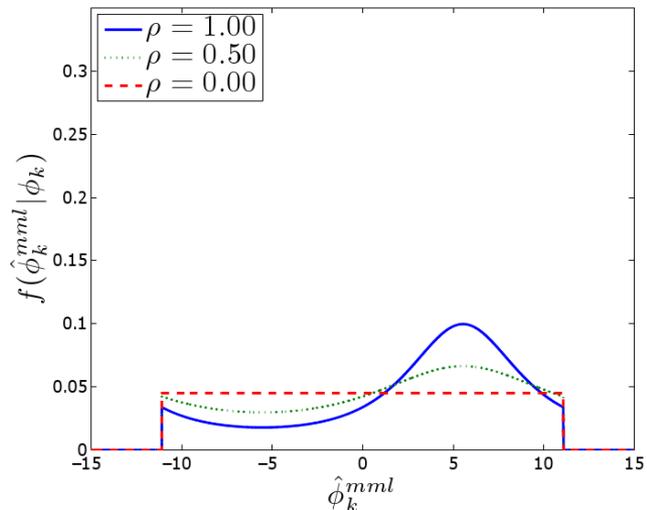
28 dBHz

E_{5A} / E_{5B}

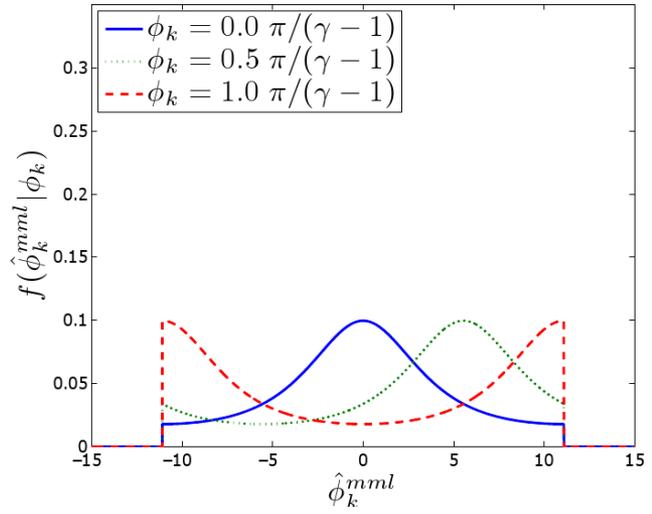
30 dBHz



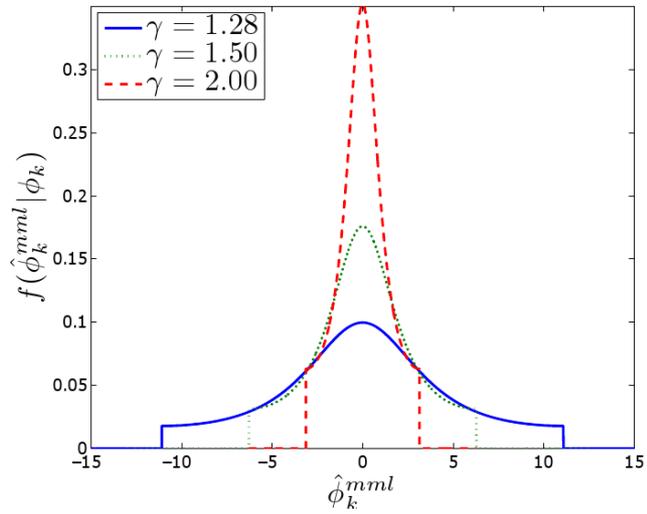
(a)



(b)



(c)



(d)

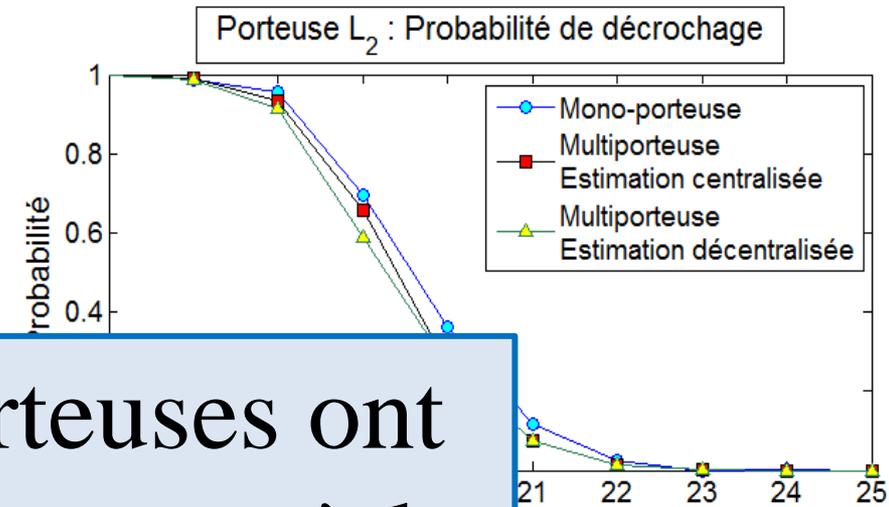
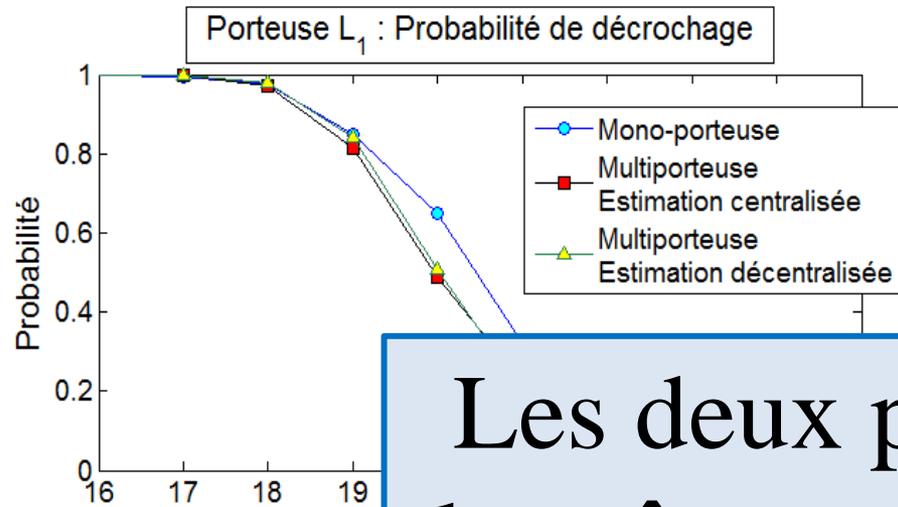
- Les algorithmes de poursuite fournissent une observation de phase pouvant se décomposer de la sorte :

géom.
perturbations

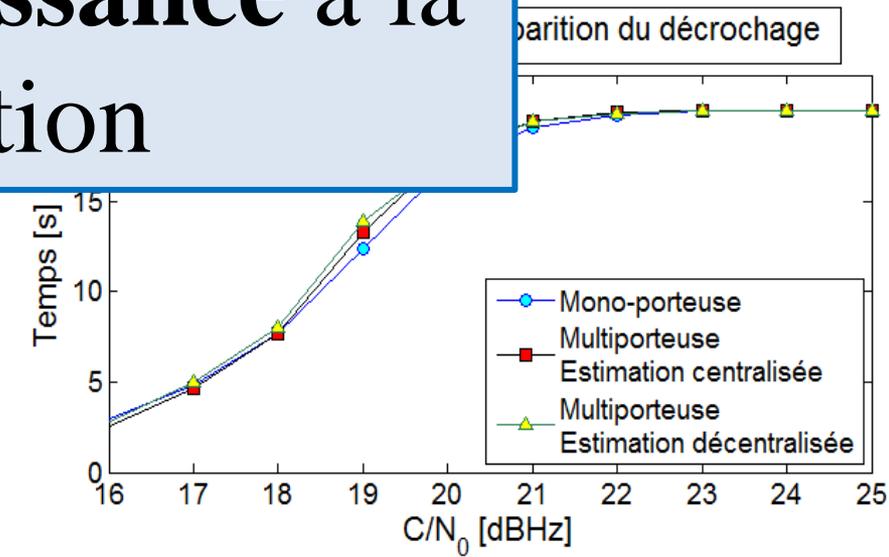
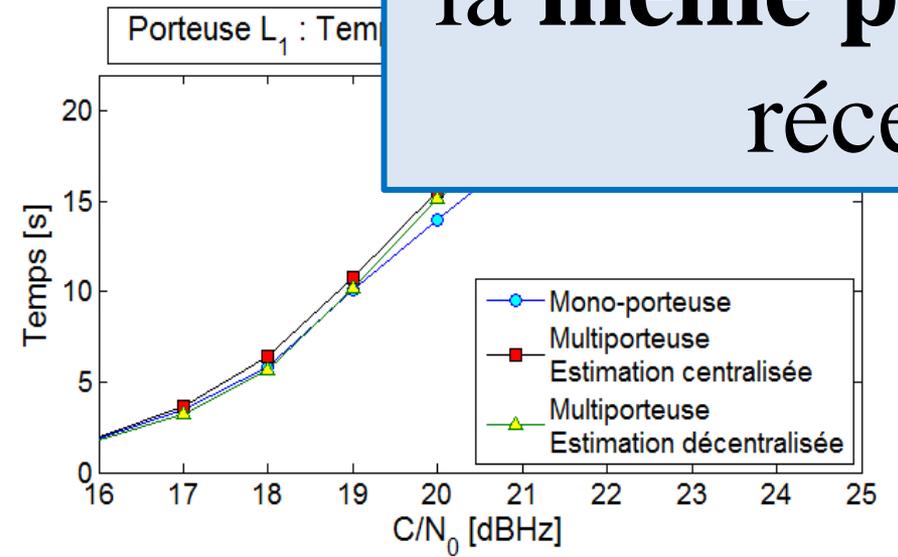
$$\hat{\phi} = \underbrace{\Delta\phi}_{\text{Distance satellite/utilisateur}} + \underbrace{2\pi f_p (\delta h_r - \delta h_s)}_{\substack{\text{Erreurs d'horloge} \\ \text{satellite et récepteur} \\ = \Delta H \\ \text{not.}}} + \underbrace{\Delta I_\phi}_{\substack{\text{Perturbations} \\ \text{atmosphériques}}} + \underbrace{\Delta T_\phi}_{\Delta T_\phi = 2\pi f_p \Delta T} + \underbrace{m_\phi}_{\text{Multitrajets}} + \underbrace{\Delta N}_{\substack{\text{Saut de cycles} \\ \text{Bruit thermique et} \\ \text{effet relativistes}}} + \underbrace{\varepsilon_\phi}_{\text{Bruit thermique et effet relativistes}}$$

$$\Delta\phi = 2\pi f_p \frac{d}{c}$$

$$\Delta I_\phi = -2\pi \frac{40.3}{cf_p} TEC$$



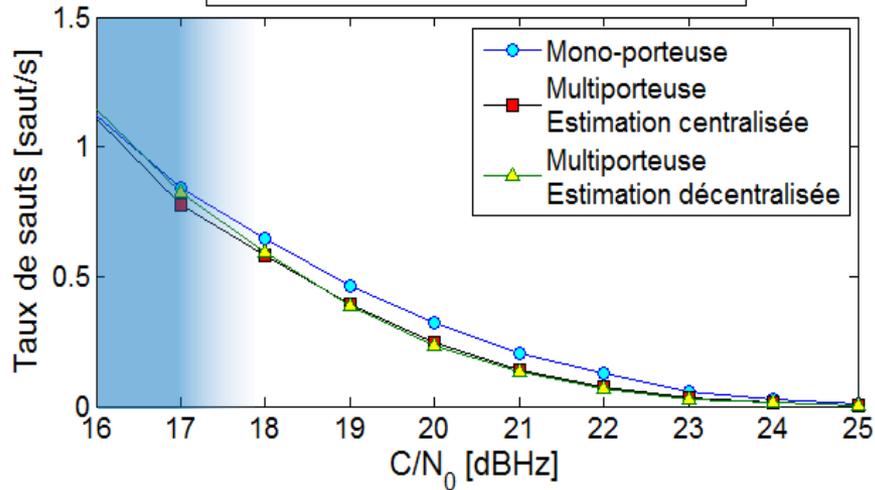
Les deux porteuses ont la même puissance à la réception



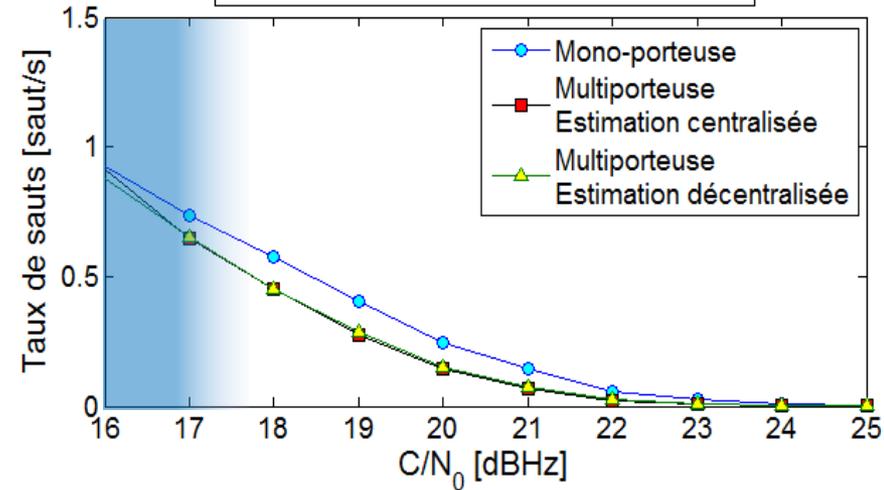
Simulations numériques

Les résultats

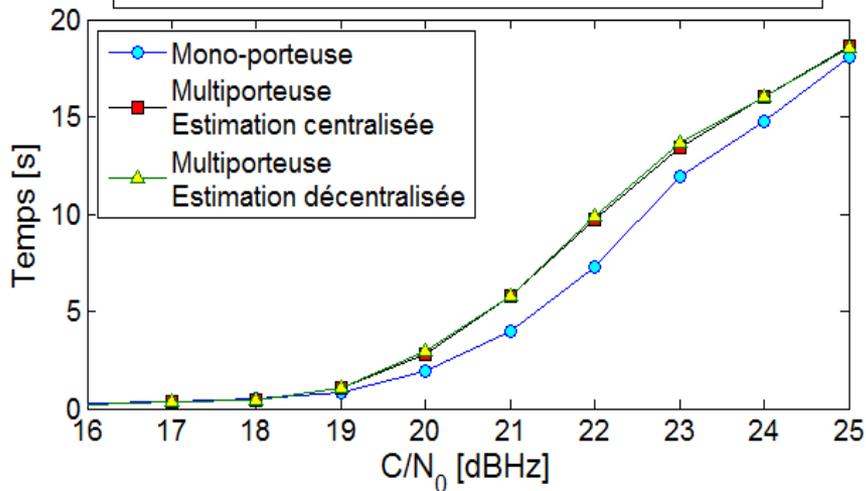
Porteuse L_1 : Taux de sauts de cycle



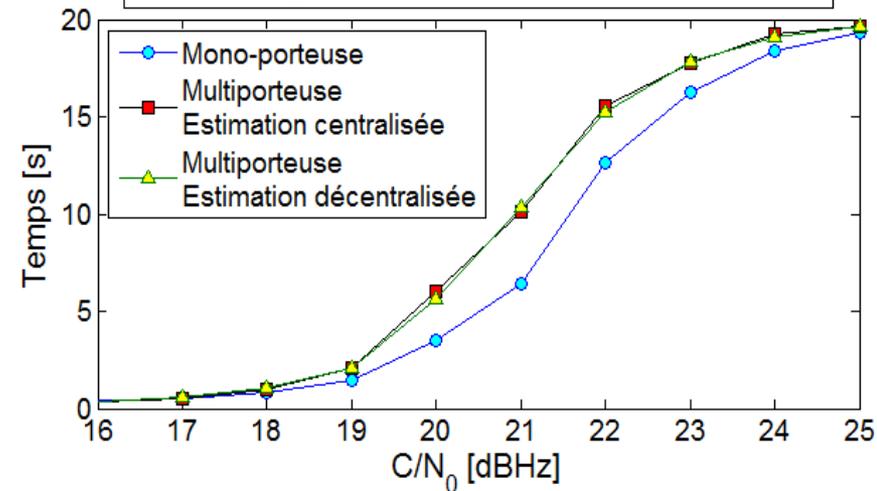
Porteuse L_2 : Taux de sauts de cycle

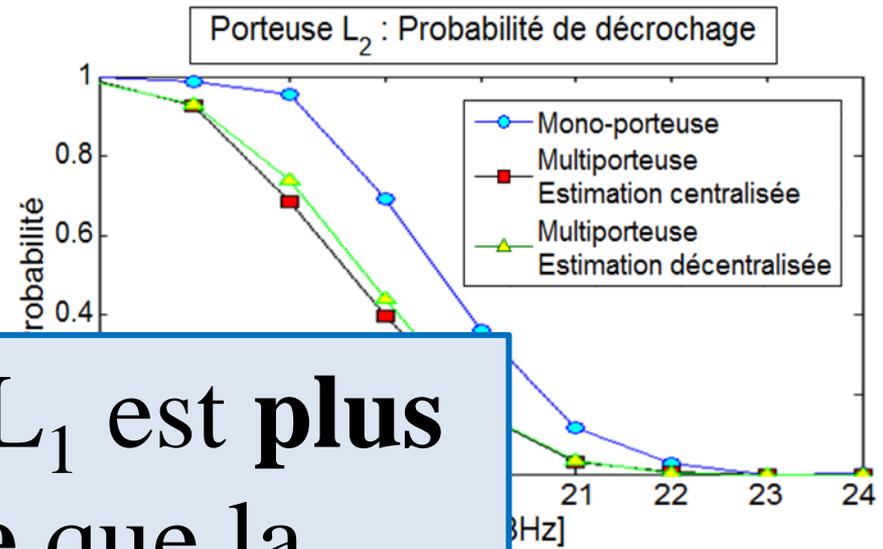
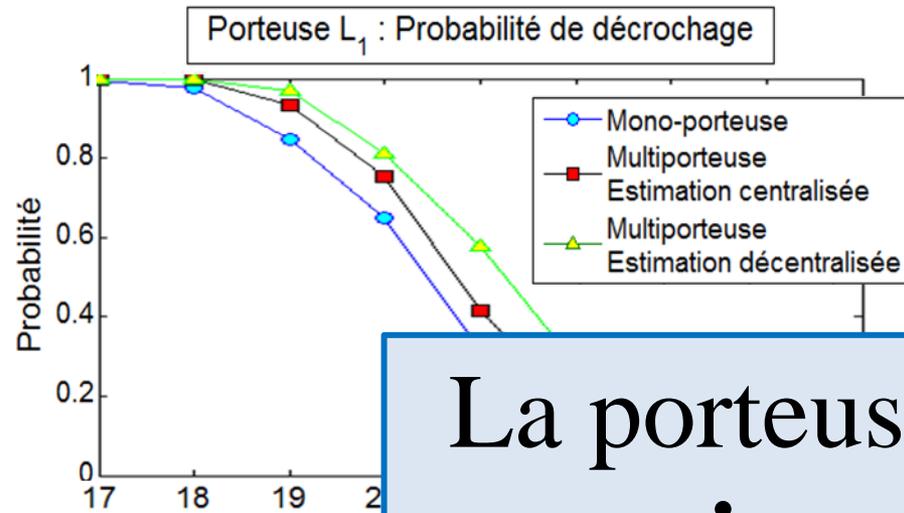


Porteuse L_1 : Temps d'apparition du premier saut

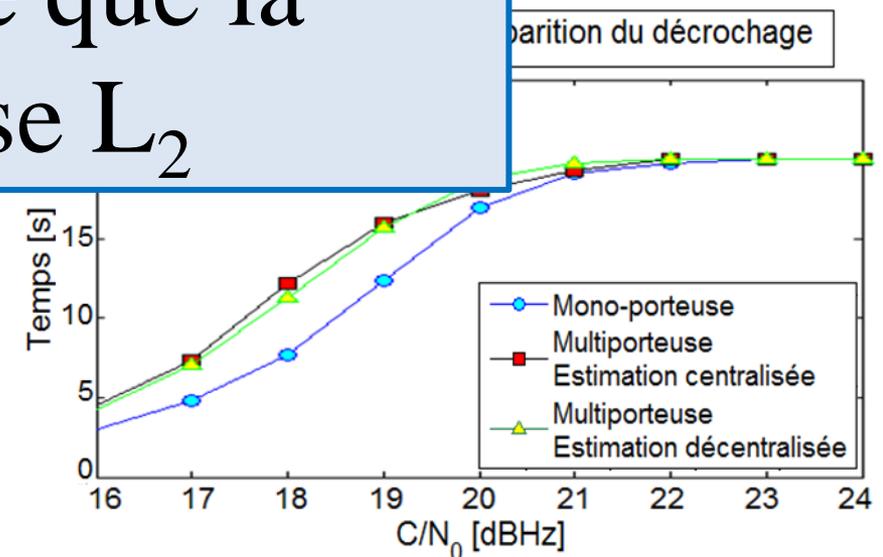
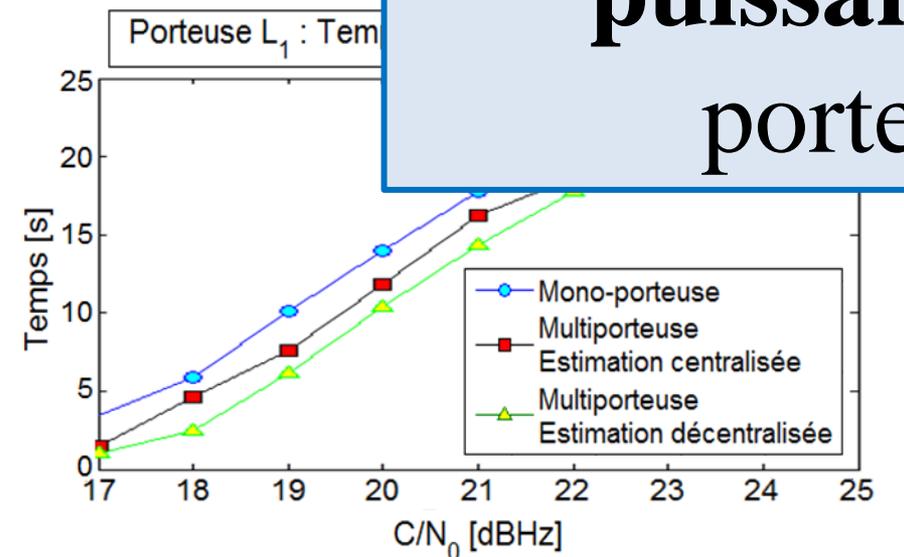


Porteuse L_2 : Temps d'apparition du premier saut



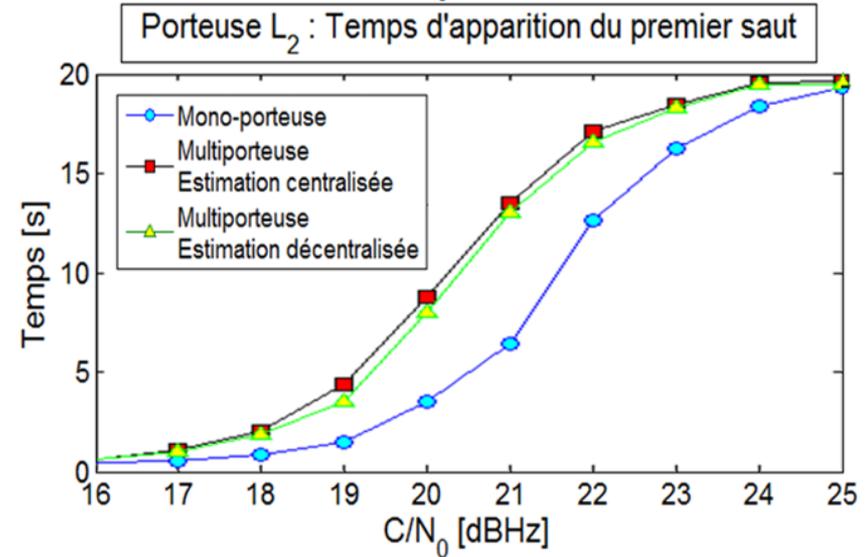
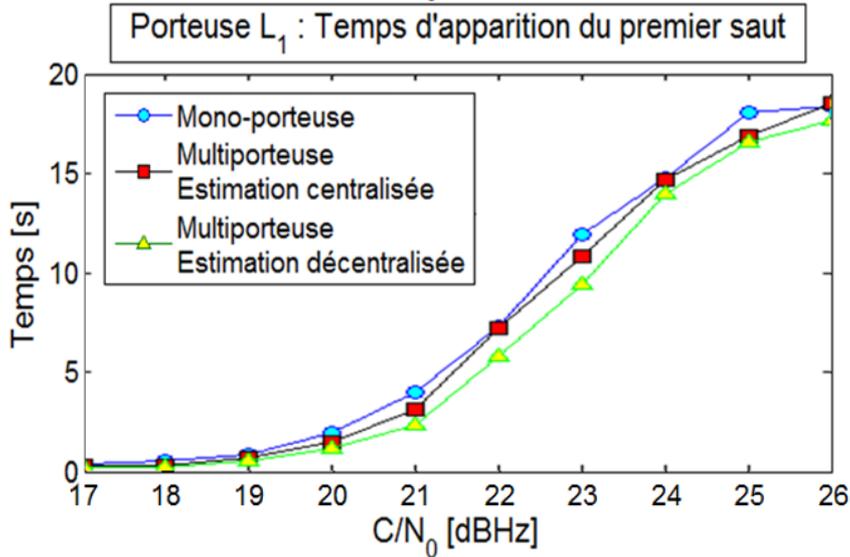
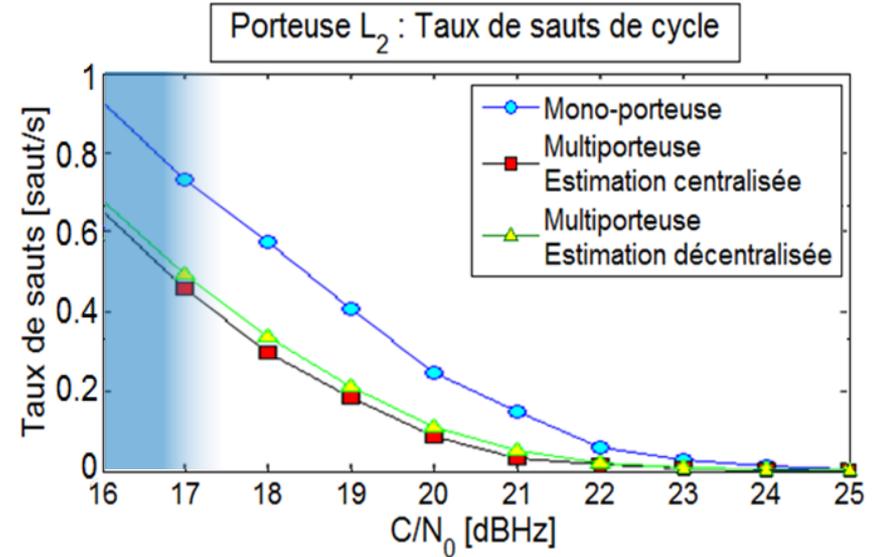
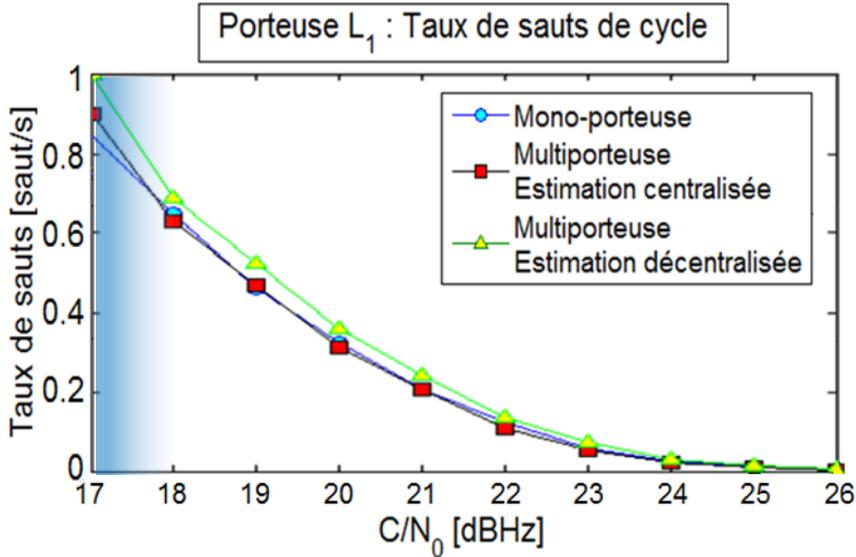


La porteuse L_1 est plus puissante que la porteuse L_2



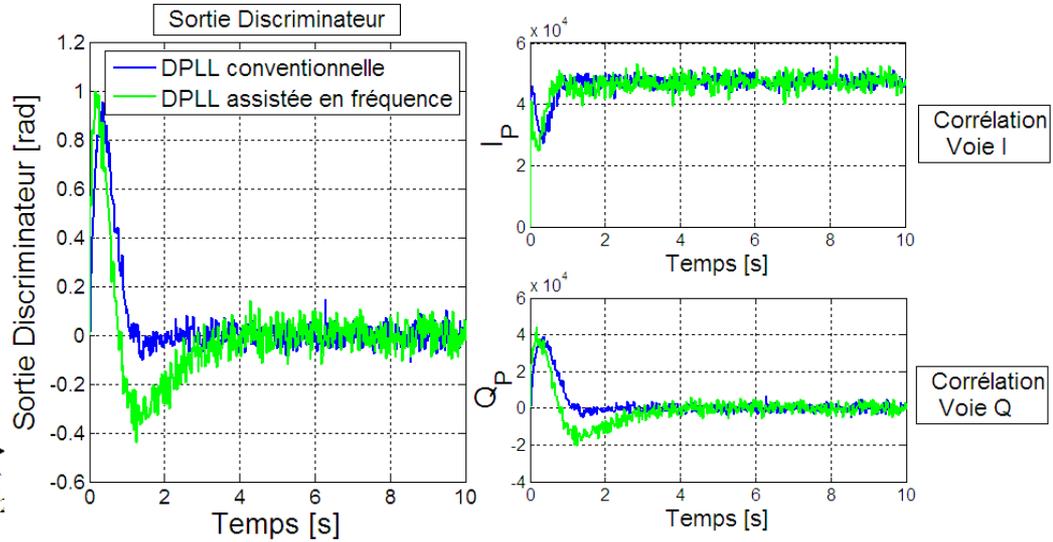
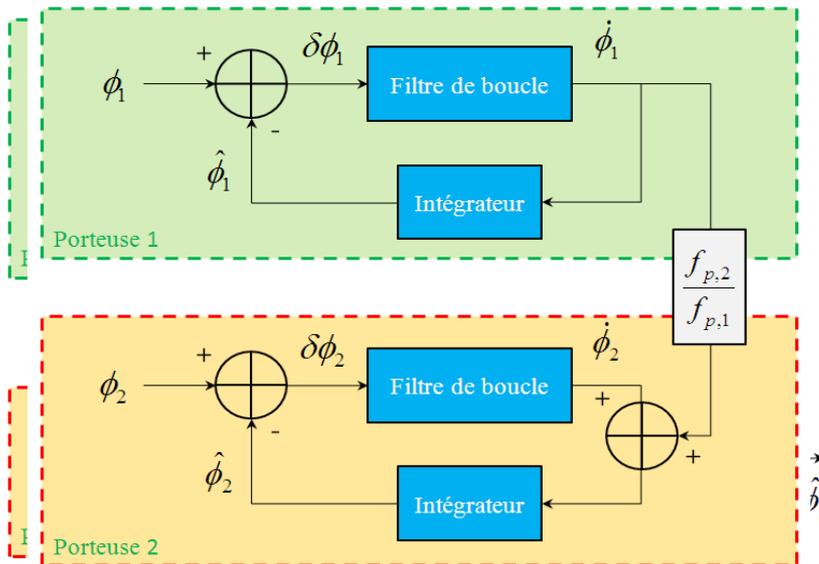
Simulations numériques

Les résultats



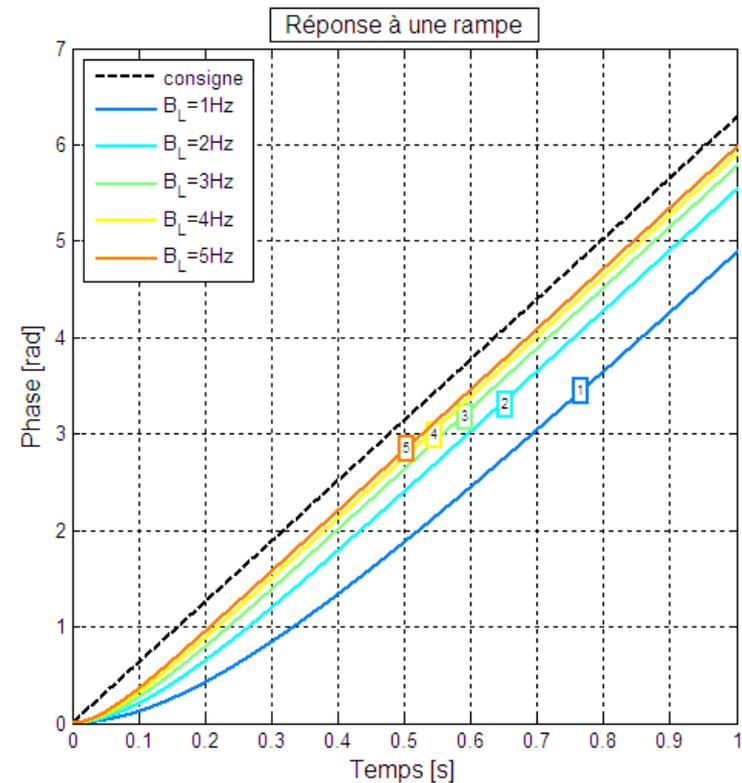
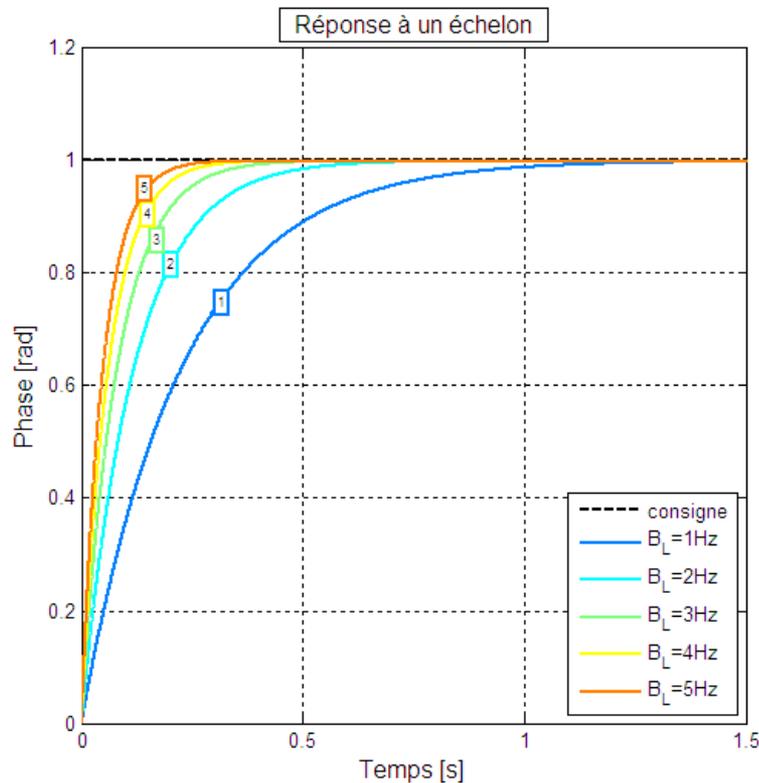
■ Structure de DPLL bifréquence assistée en fréquence

Simulation : poursuite d'une rampe de phase bifréquence avec un délai ionosphérique de 0,5rad entre les deux porteuses



La valeur ionosphérique de l'erreur (observation de la fréquence) est traitée différemment des observations ionosphériques (les observations de phase).

Comportement en présence d'une dynamique de phase



- La valeur de la bande de boucle va également influencer sur la vitesse de convergence et l'erreur en régime permanent.

Comportement en présence d'un bruit de phase

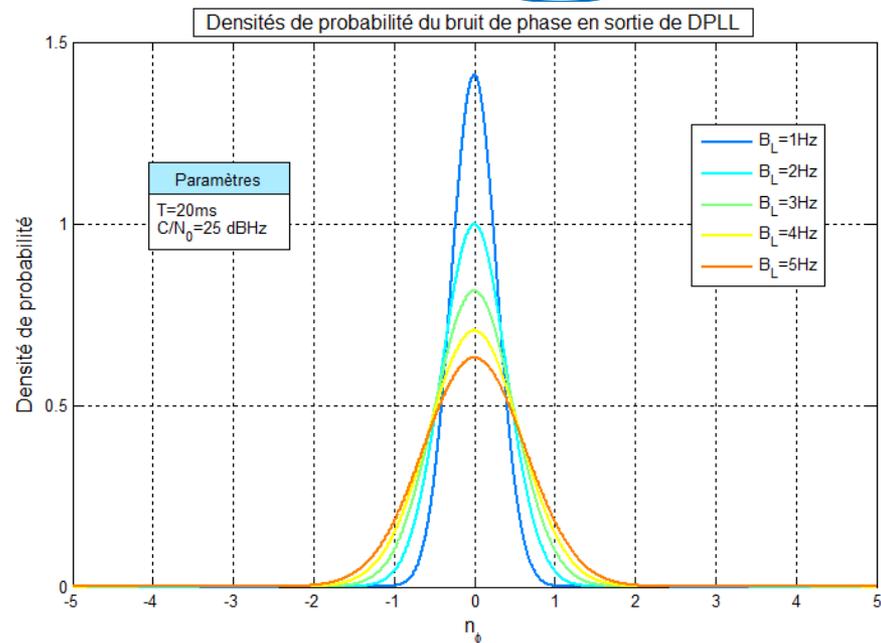
- Supposons que la phase reçue est uniquement composée d'un bruit de phase

$$\phi_r = n_{\phi_r} \quad \text{avec} \quad n_{\phi_r} \sim N(0, \sigma_{\phi_r}^2) \quad \text{et} \quad \sigma_{\phi_r}^2 = \frac{P}{C/N_0} F_e$$

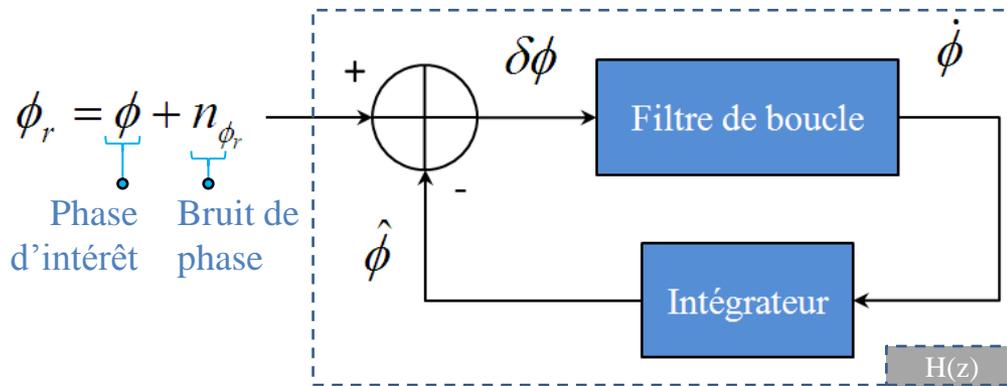
- En supposant le modèle linéaire de la DPLL, la gaussianité du bruit est conservée en sortie de boucle. La puissance du bruit d'estimation de phase est donné par

$$\sigma_{\hat{\phi}}^2 = \frac{B_L}{C/N_0} \left(1 + \frac{1}{2C/N_0 T_{corr}} \right)$$

- Plus la bande de boucle est importante, plus la sortie de DPLL est bruitée



■ Le **modèle linéaire** de la DPLL est donnée par :

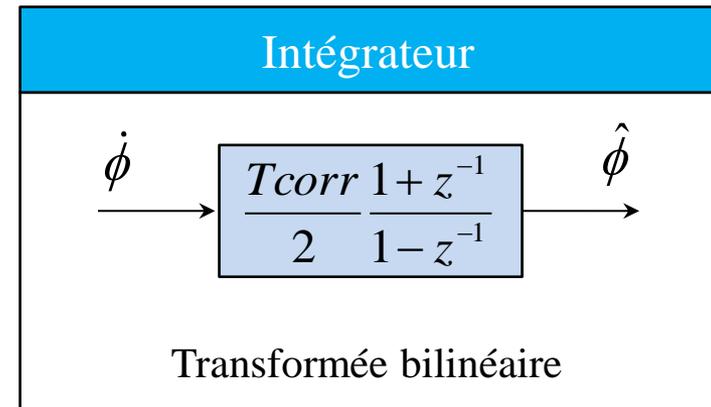
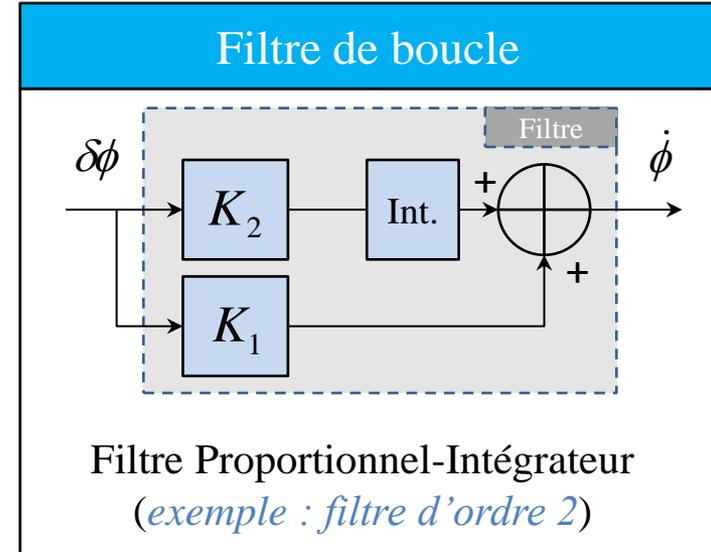


On définit la **bande de boucle** B_L

$$2B_L = \frac{1}{i2\pi T_{corr}} \oint H(z)H(z^{-1})z^{-1} dz$$

La bande de boucle représente grossièrement la bande passante de la DPLL.

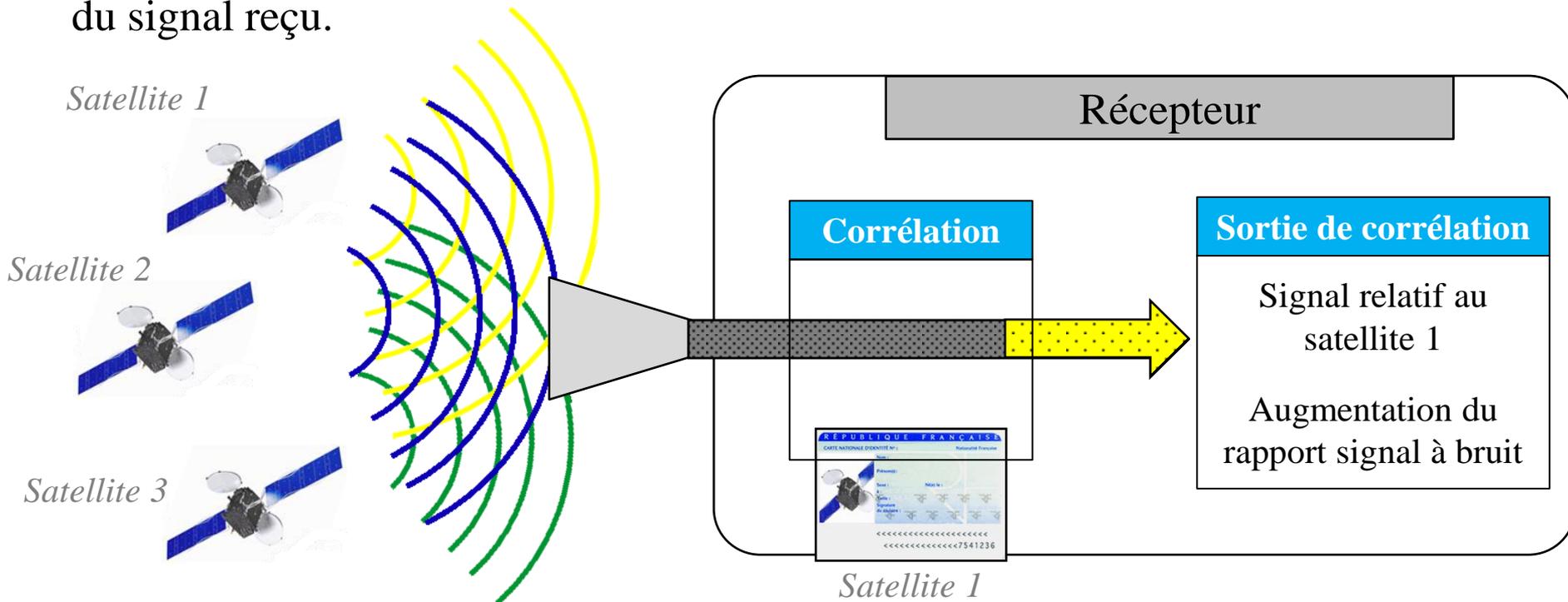
Sa valeur est fonction du temps de corrélation, de l'ordre du filtre et des valeurs des coefficients.



LES CODES PSEUDO-ALEATOIRE

Les codes pseudo aléatoires sont des **codes quasi-orthogonaux** permettant aux satellites d'émettre en même temps sur la même bande d'émission (**CDMA**).

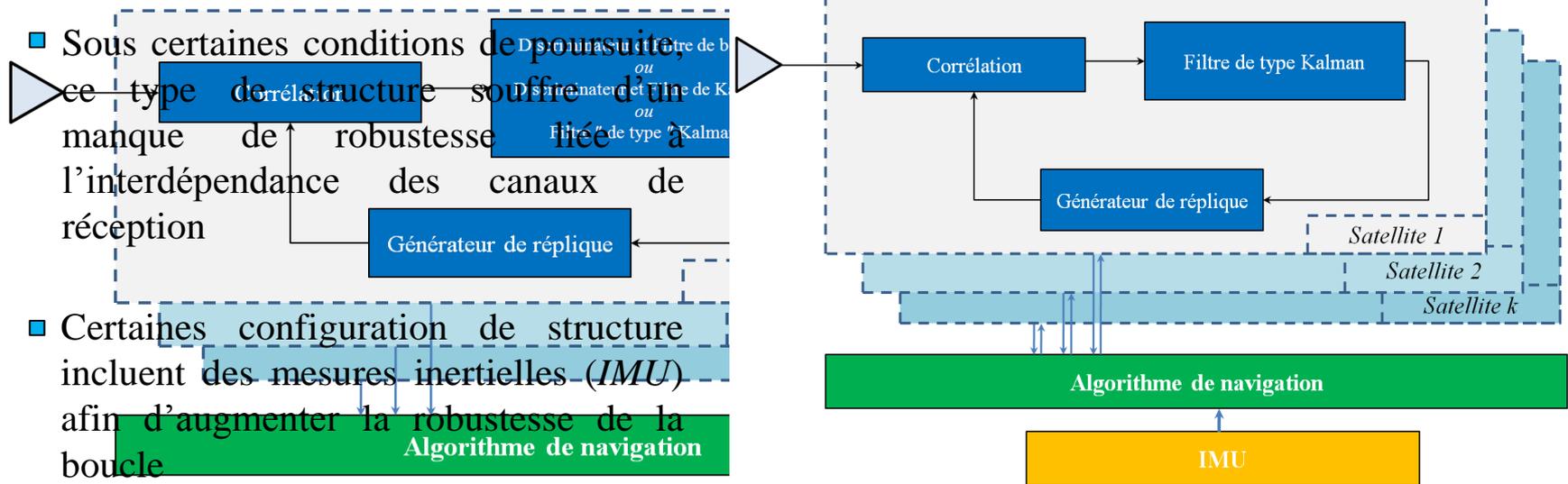
Ils permettent également à l'utilisateur de dissocier l'information d'un satellite du signal reçu.



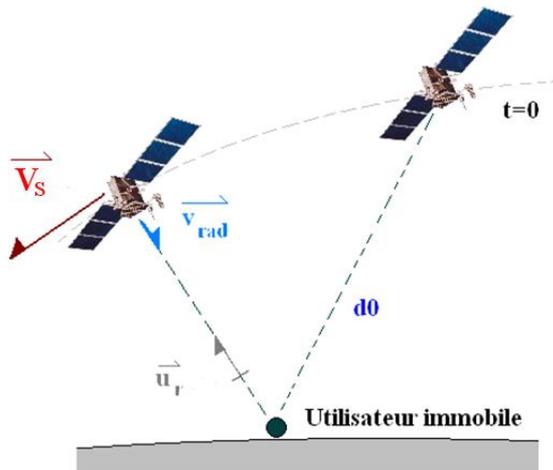
- Il existe deux familles de structure de poursuite de phase :

Les structures vectorielles

- Les boucles de poursuite estiment les phases de manière indépendante sur des canaux de réception propre à chacun des satellites.
- Cette configuration offre la possibilité des poursuites de phase multi-satellite et multi-constellation.
- Les différentes observations de phase sont envoyées au filtre de navigation pour le calcul du point.



- Lors de sa propagation, le signal va également subir un **effet Doppler** lié aux mouvements relatifs du satellite et de l'utilisateur.



A l'émission

$$s_e(t) = \sqrt{P_e} \cdot C(t) \cdot e^{2i\pi f_p t}$$

A la réception

$$s_r(t) = \sqrt{P} \cdot C(t - \tau(t)) \cdot e^{2i\pi f_p (t - \tau(t))}$$

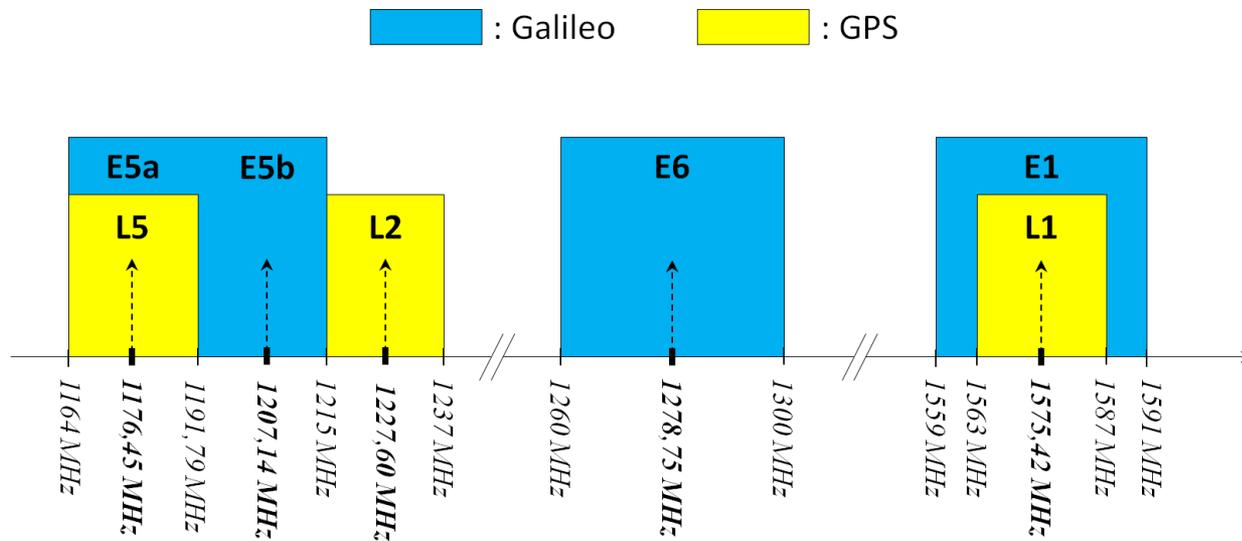
Exemple : À l'ordre 1 on a $\tau(t) = \frac{v_{rad}}{c} t + \tau_0$, ce qui donne à la réception :

$$s_r(t) = \sqrt{P} \cdot C\left(\left(1 - \frac{v_{rad}}{c}\right)t - \tau_0\right) \cdot e^{2i\pi f_p \left(1 - \frac{v_{rad}}{c}\right)t - i\phi_0}$$

- une fréquence Doppler
- un déphasage
- un délai sur le code

LES PORTEUSES

Les bandes d'émission GPS et Galileo sont situées dans la **bande L** supérieure



LE MESSAGE DE NAVIGATION

Signal binaire comportant l'heure d'envoi du message, diverses corrections ainsi que l'éphéméride des satellites.

■ Soit le système linéaire suivant :

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{F}\mathbf{x}_k + \boldsymbol{\omega}_k \\ y_k &= \mathbf{H}\mathbf{x}_k + v_k \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} \phi_k \\ \dot{\phi}_k \end{bmatrix} & \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{\omega}_k \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{Q}) & v_k \sim N(0, \sigma_n^2) \end{cases}$$

■ Le filtrage de Kalman associé est donné par :

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}^T \left[\mathbf{H} \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}^T + \sigma_n^2 \right]^{-1}$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = \mathbf{P}_{k|k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{H} \mathbf{P}_{k|k-1}$$

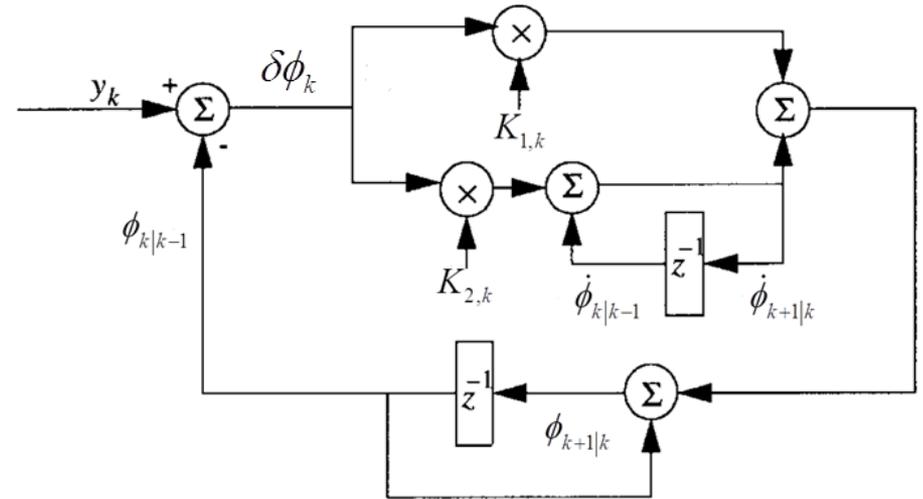
$$\mathbf{P}_{k+1|k} = \mathbf{F} \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{F}^T + \mathbf{Q}$$

$$\mathbf{X}_{k+1|k} = \mathbf{F} \mathbf{X}_{k|k-1} + \mathbf{F} \mathbf{K}_k \delta\phi_k$$

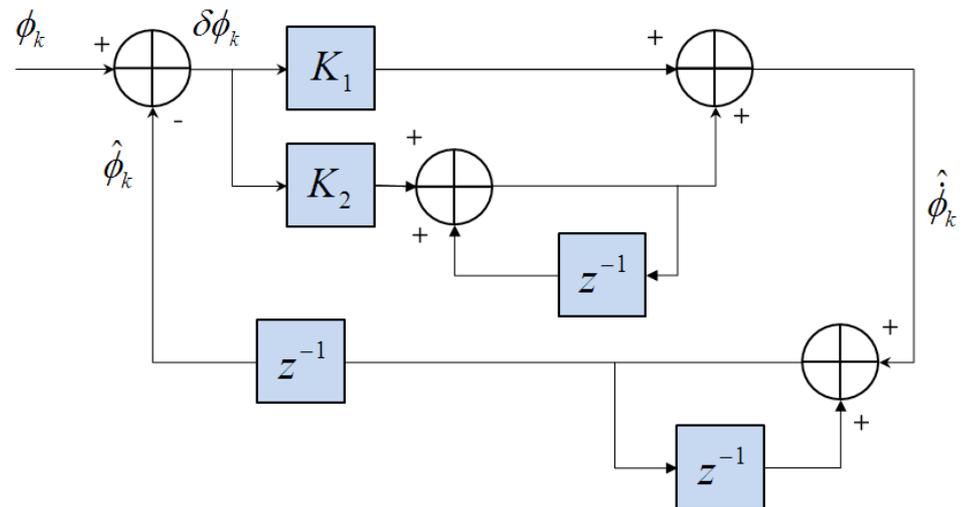
Innovation

$$\delta\phi_k = y_k - \mathbf{H} \mathbf{X}_{k|k-1}$$

■ Représentation schématique du filtrage de **Kalman** :



■ Représentation schématique d'une **DPLL** d'ordre 2 :



- Représentation schématique du filtrage de **Kalman** :

$$\mathbf{X}_{k+1|k} = \mathbf{F}\mathbf{X}_{k|k-1} + \mathbf{F}\mathbf{K}_k \delta\phi_k$$

$$\Rightarrow \phi_{k+1|k} = \phi_{k|k-1} + \dot{\phi}_{0|-1} + K_{1,k} \delta\phi_k + \sum_{i=0}^k K_{2,i} \delta\phi_i$$

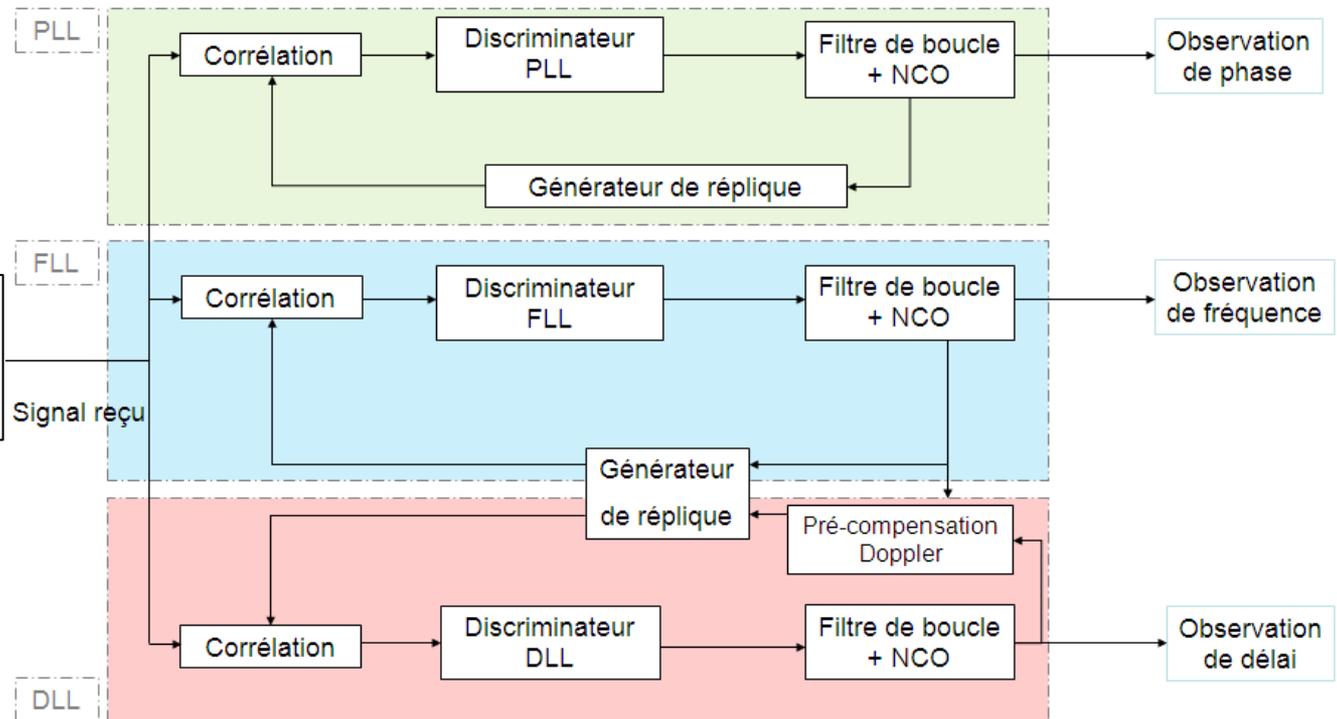
- Représentation schématique d'une **DPLL** d'ordre 2 :

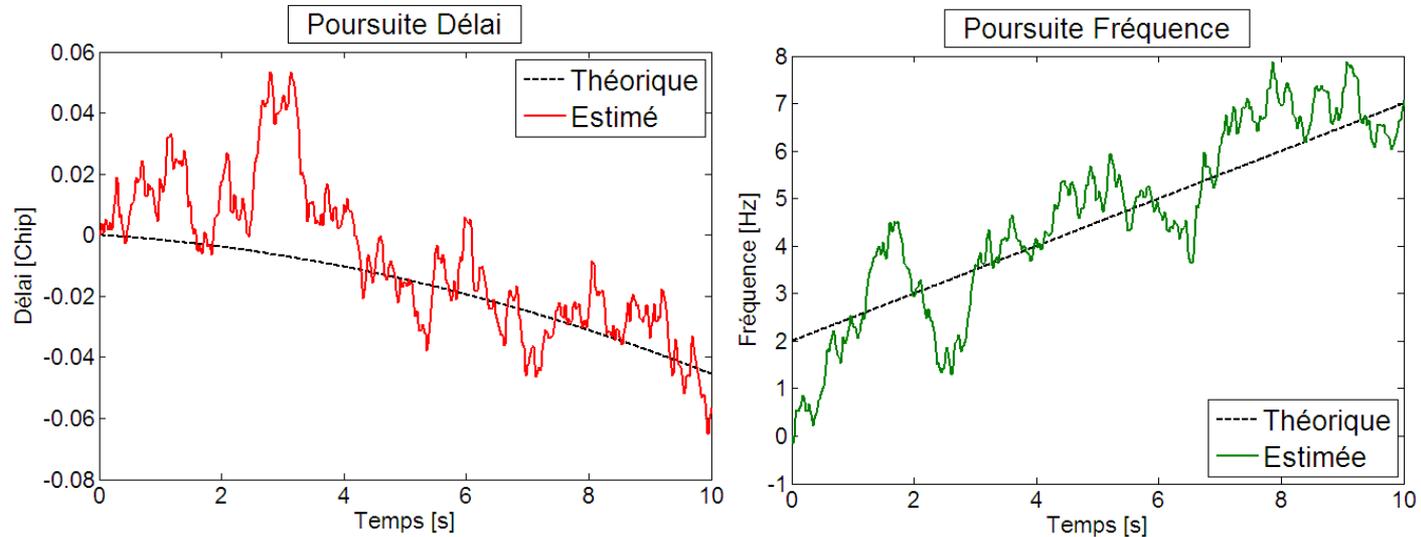
$$\phi_{k+1} = \phi_k + TK_1 \delta\phi_k + T^2 K_2 \sum_{i=0}^k \delta\phi_i$$

La DPLL est assimilable à un filtrage de Kalman à gains constants

■ Chaîne de réception DLL/FLL/PLL.

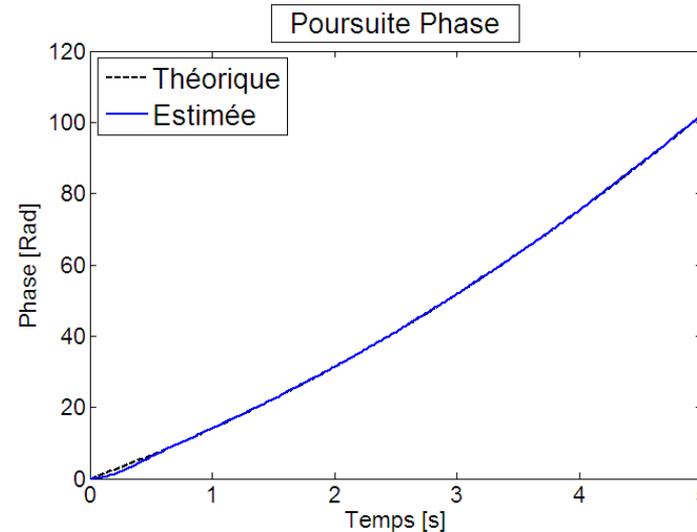
$$s_r[k_e] = \sqrt{PC(kT_e)} e^{j2\pi\phi_r[k_e]} + n[k_e]$$



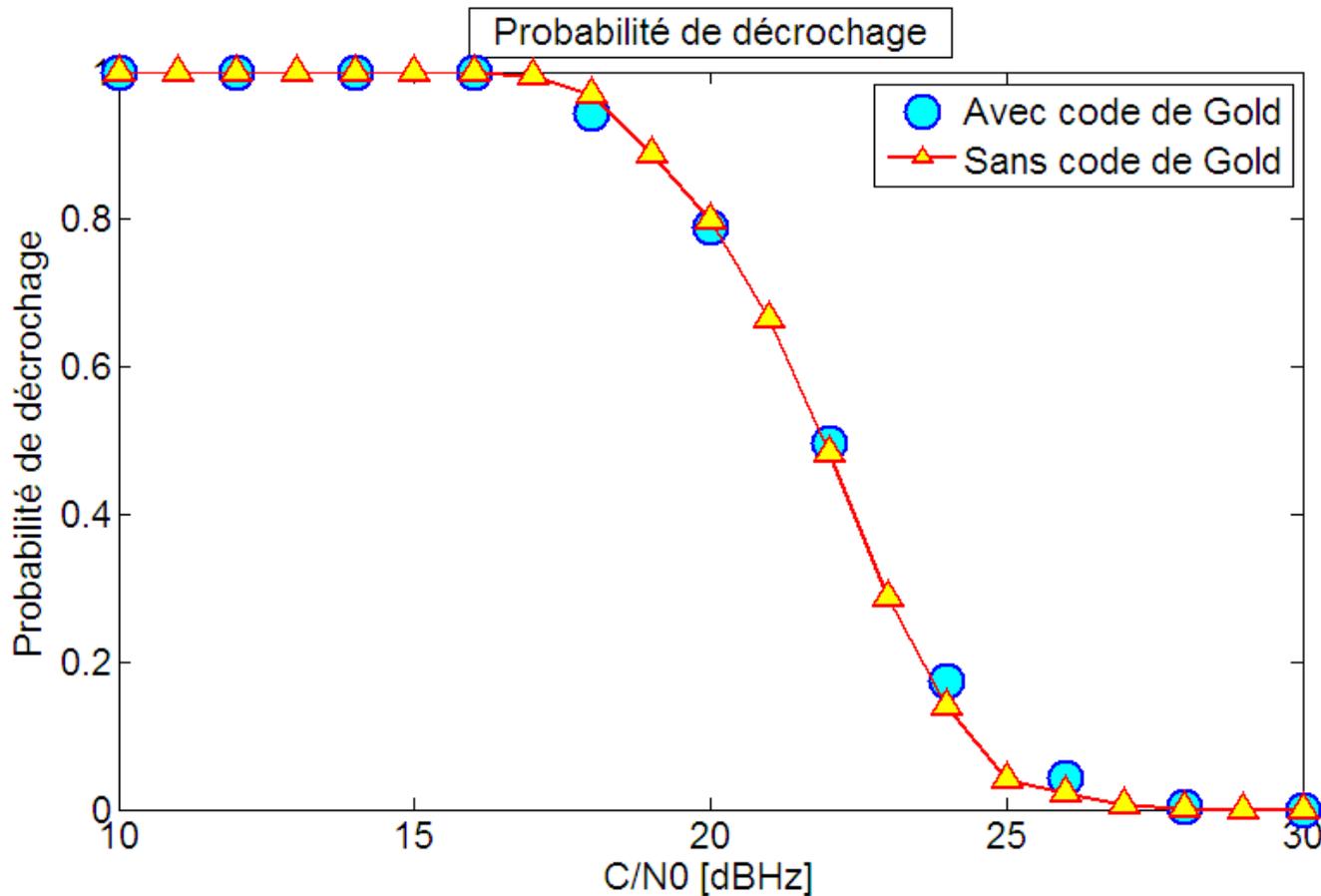


■ Exemple de poursuite :

$$\left\{ \begin{array}{l} C / N_0 = 30 \text{ dBHz} \\ 2 \text{ Hz} + 0.5 \text{ Hz s}^{-1} \\ B_{L, FLL} = 1 \text{ Hz} \\ B_{L, PLL} = 3 \text{ Hz} \end{array} \right.$$

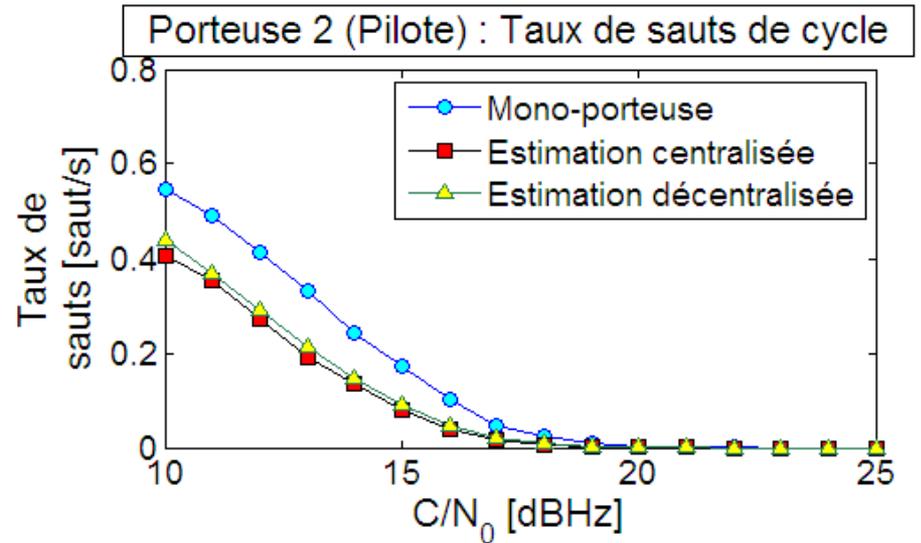
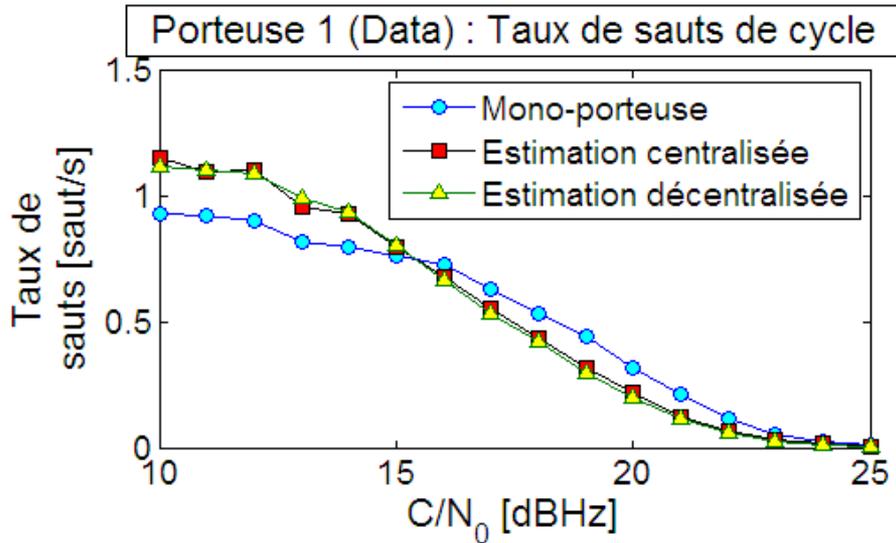
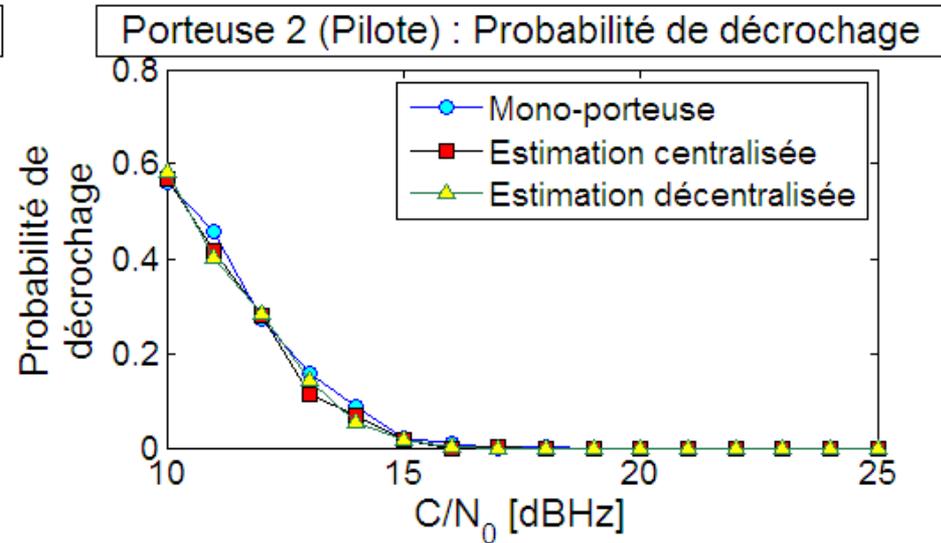
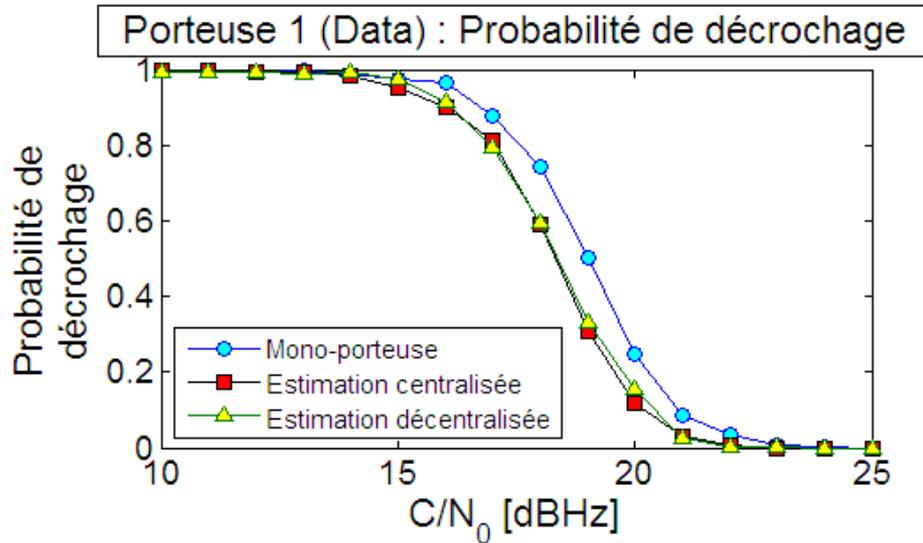


- Simulation de Monte Carlo sur 300 poursuites de 10s.



Dynamique

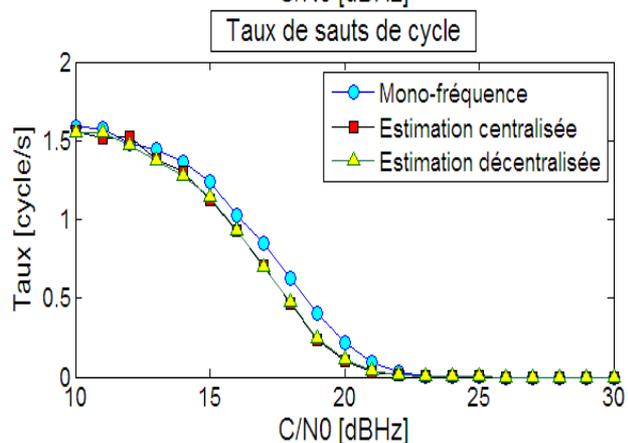
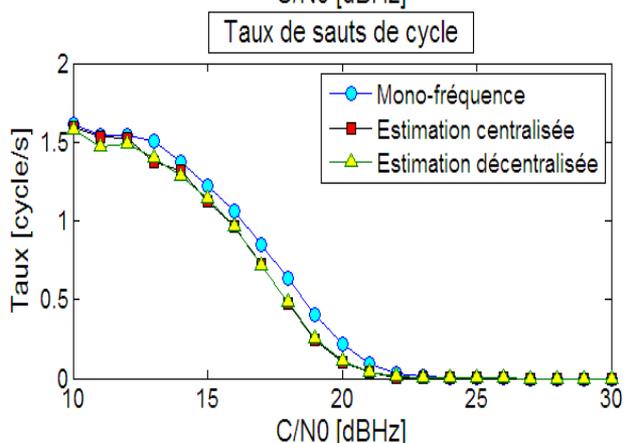
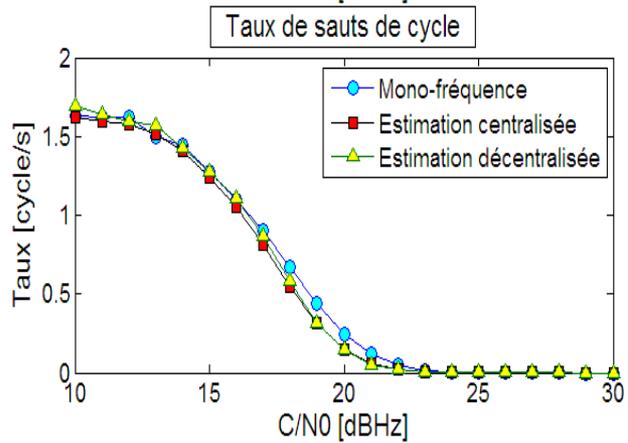
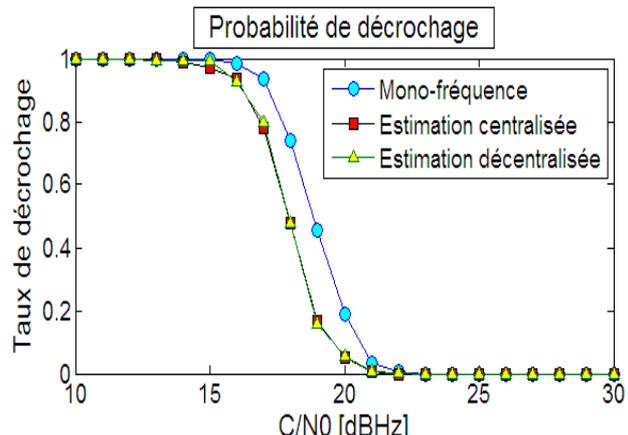
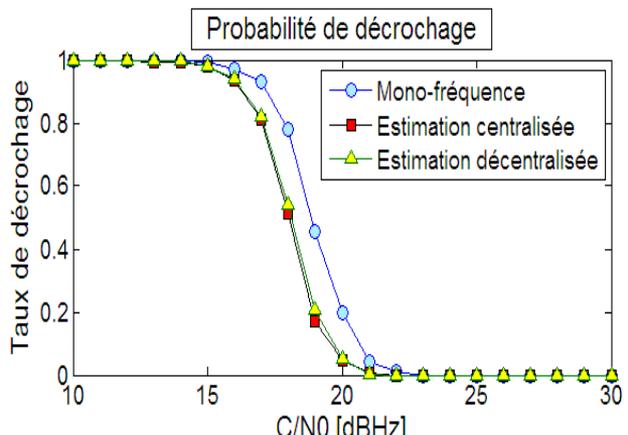
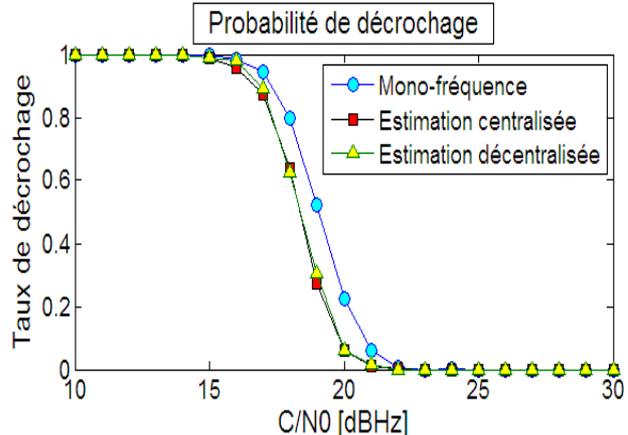
$$2\text{Hz} + 0.5\text{Hzs}^{-1}$$

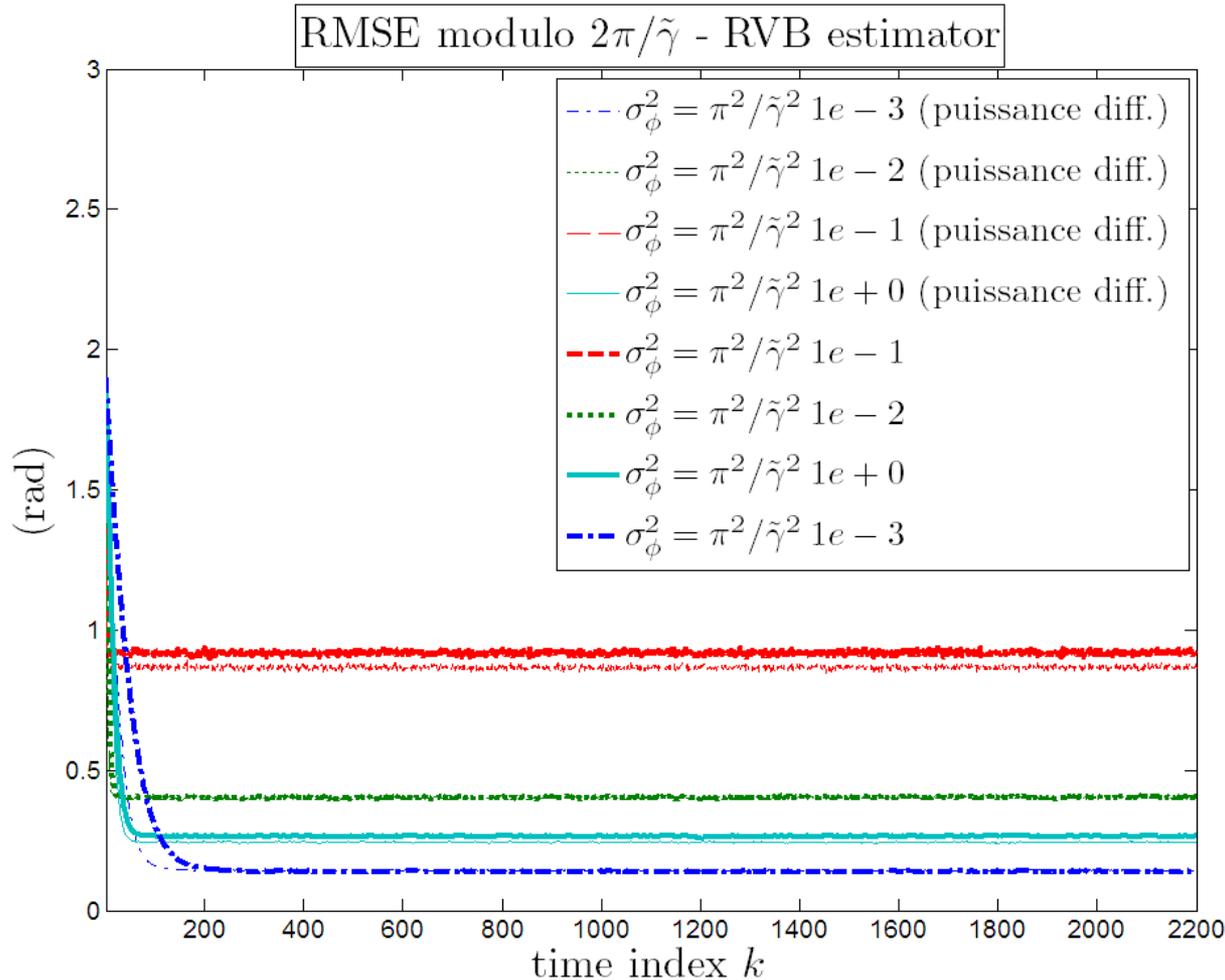


L_1

L_2

L_5





Dynamique de type échelon

π rad

Différence de puissance

$$P_2 = P_1 + 5dBHz$$

(ref)

Paramètres

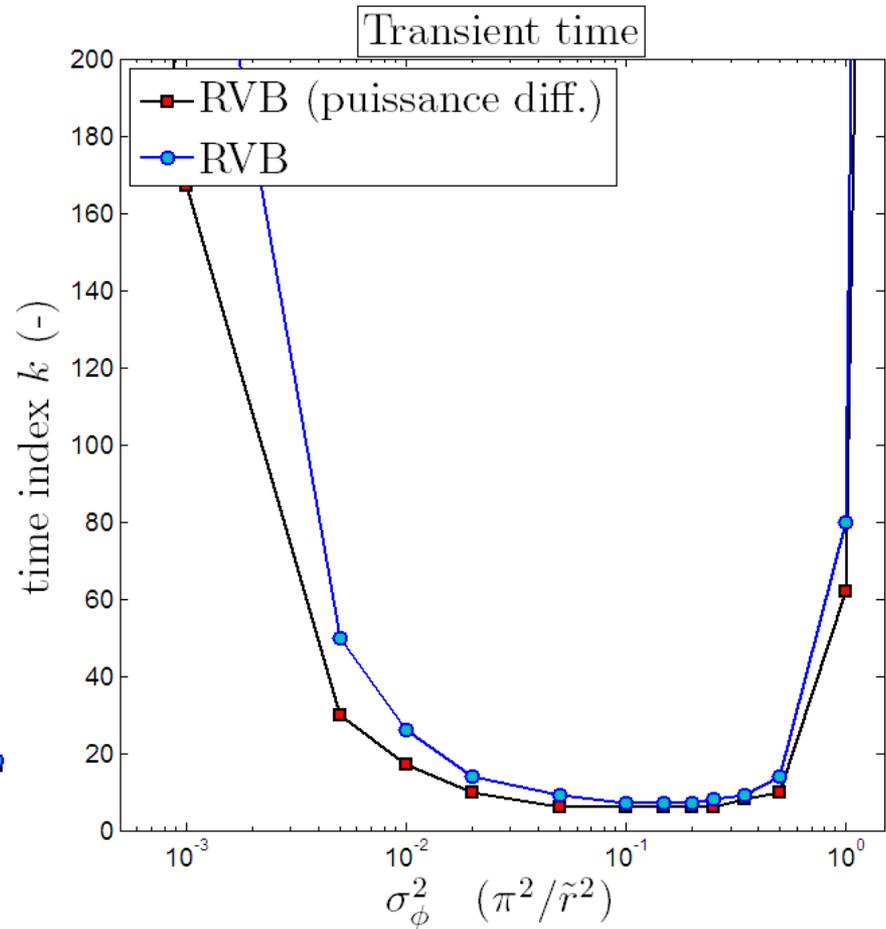
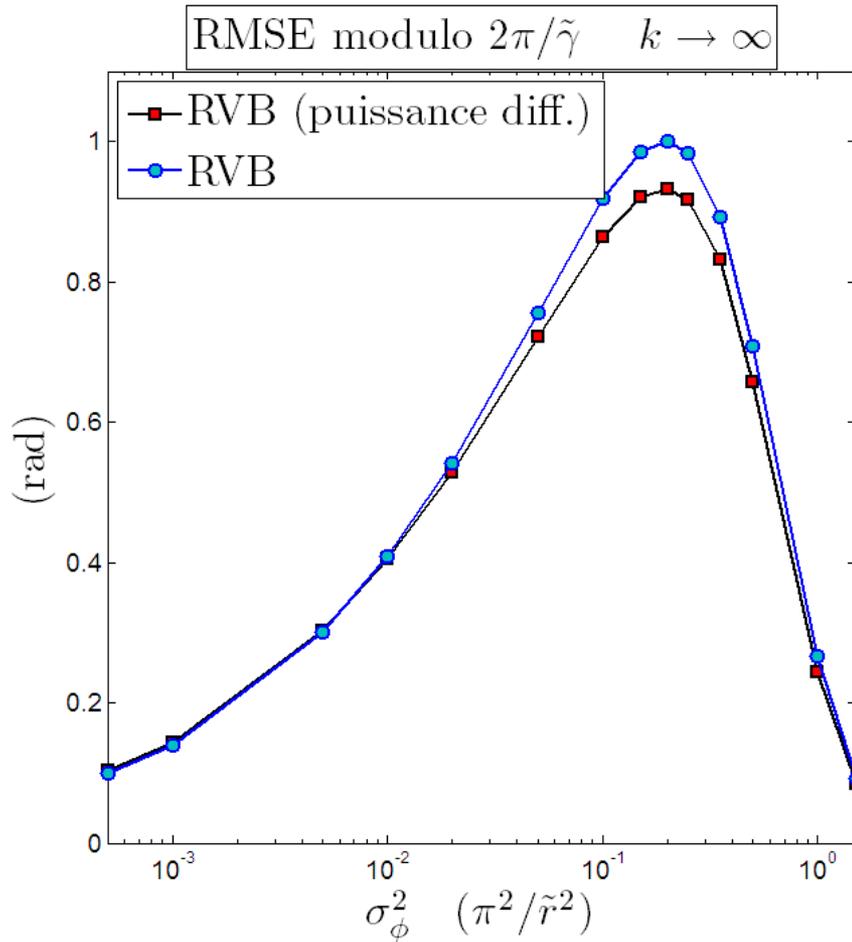
$$\rho = 1$$

$$r = 1.5$$

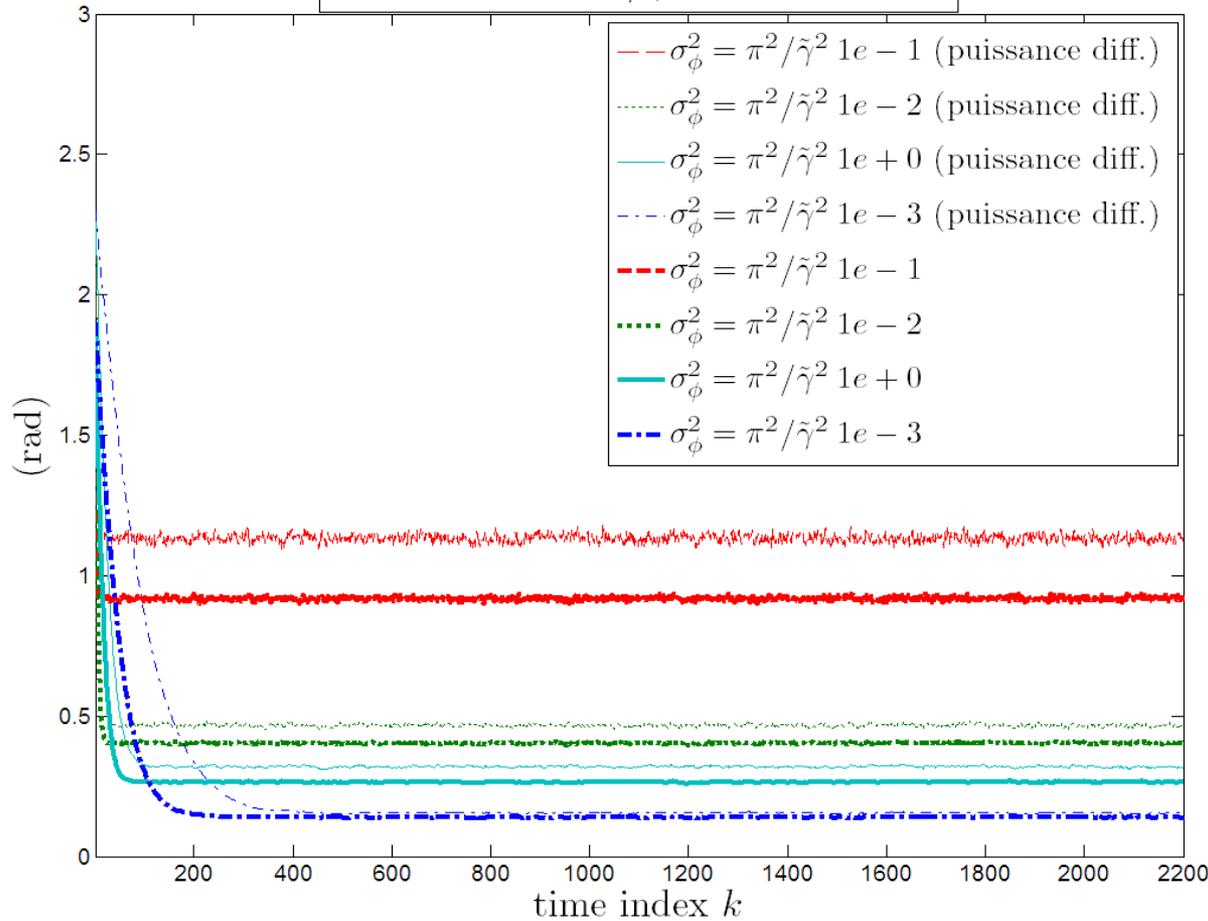
$$SNR = 5dB$$

Poursuite RVB

Porteuses avec des puissances différentes



RMSE modulo $2\pi/\tilde{\gamma}$ - RVB estimator



Dynamique de type échelon

π rad

Différence de puissance

$$P_2 = P_1 + 5dBHz$$

(ref)

Paramètres

$$\rho = 1$$

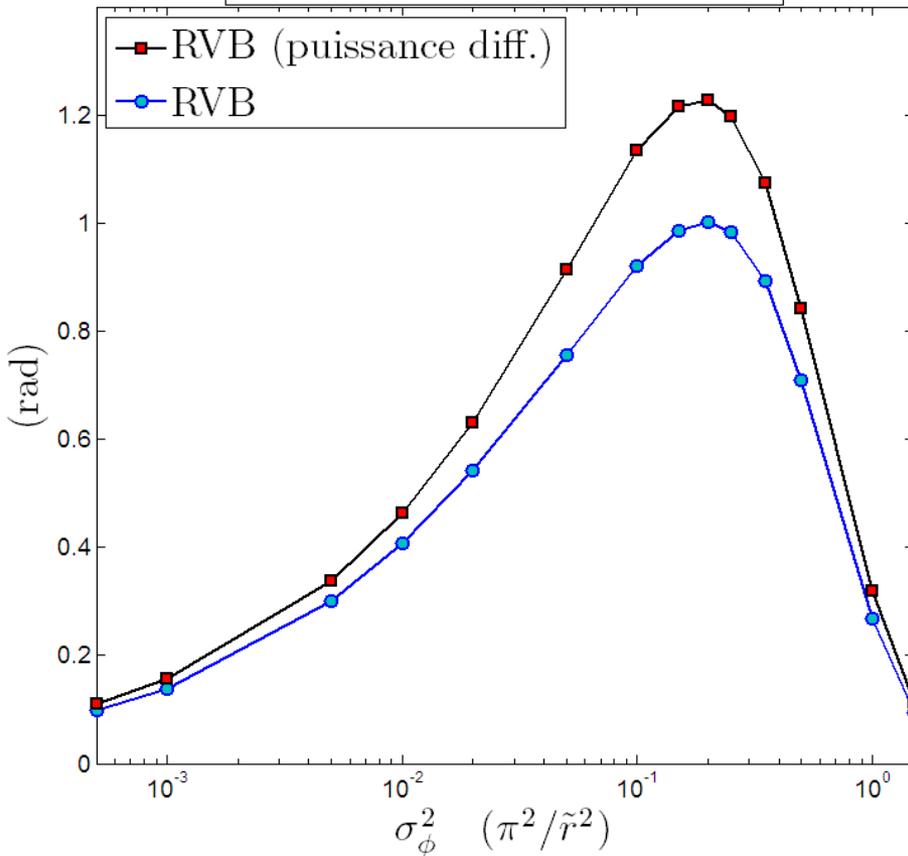
$$r = 1.5$$

$$SNR = 5dB$$

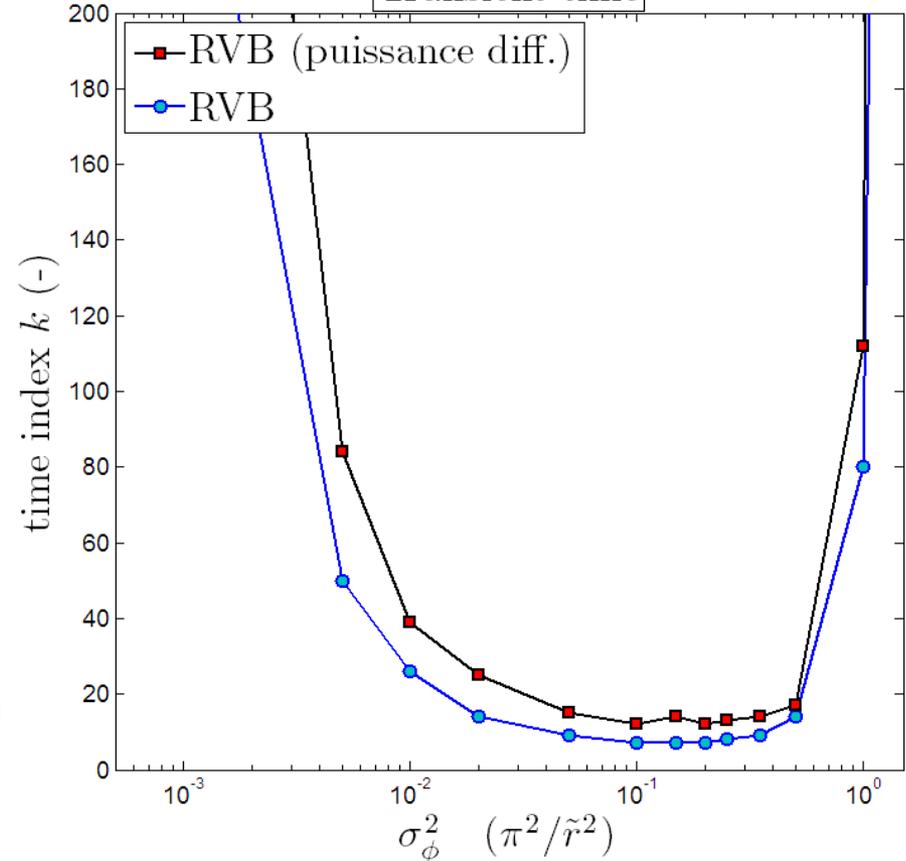
Poursuite RVB

Porteuses avec des puissances différentes

RMSE modulo $2\pi/\tilde{\gamma}$ $k \rightarrow \infty$



Transient time

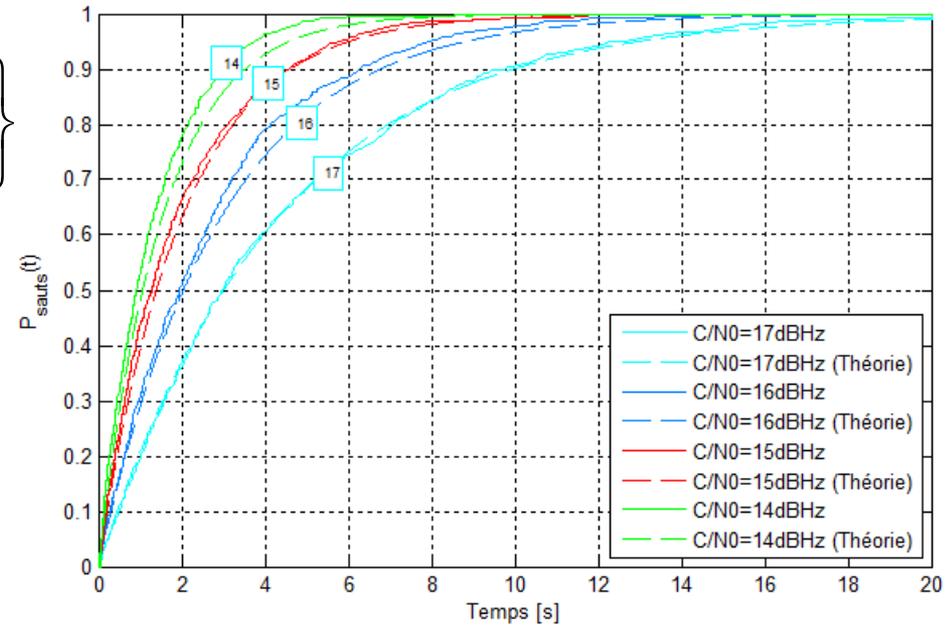
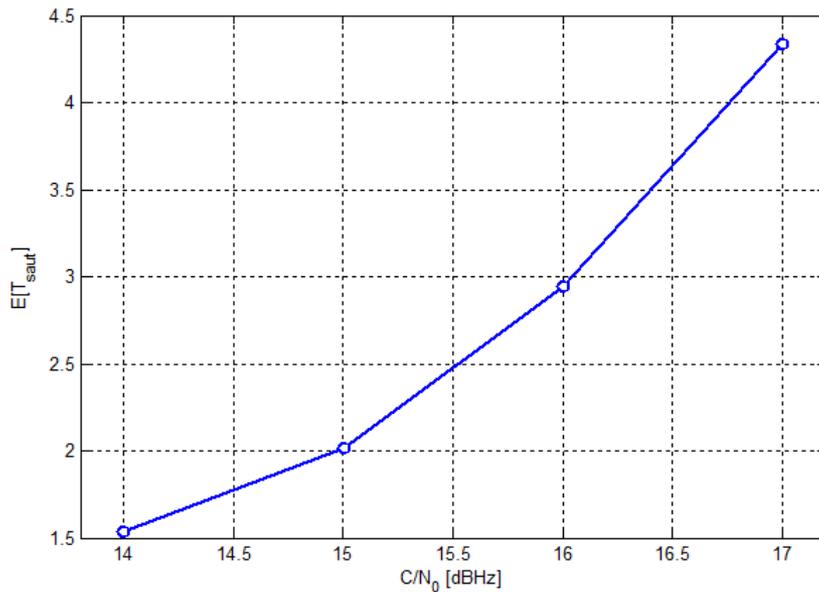


Etude des sauts de cycle

Temps d'apparition du premier saut de cycle

$$P_{saut}(t) = \Pr \left\{ \begin{array}{l} \text{un saut est apparu entre le debut} \\ \text{de la poursuite et l'instant } t \end{array} \right\}$$

$$= 1 - e^{-\frac{t}{E[T_{saut}]}}$$

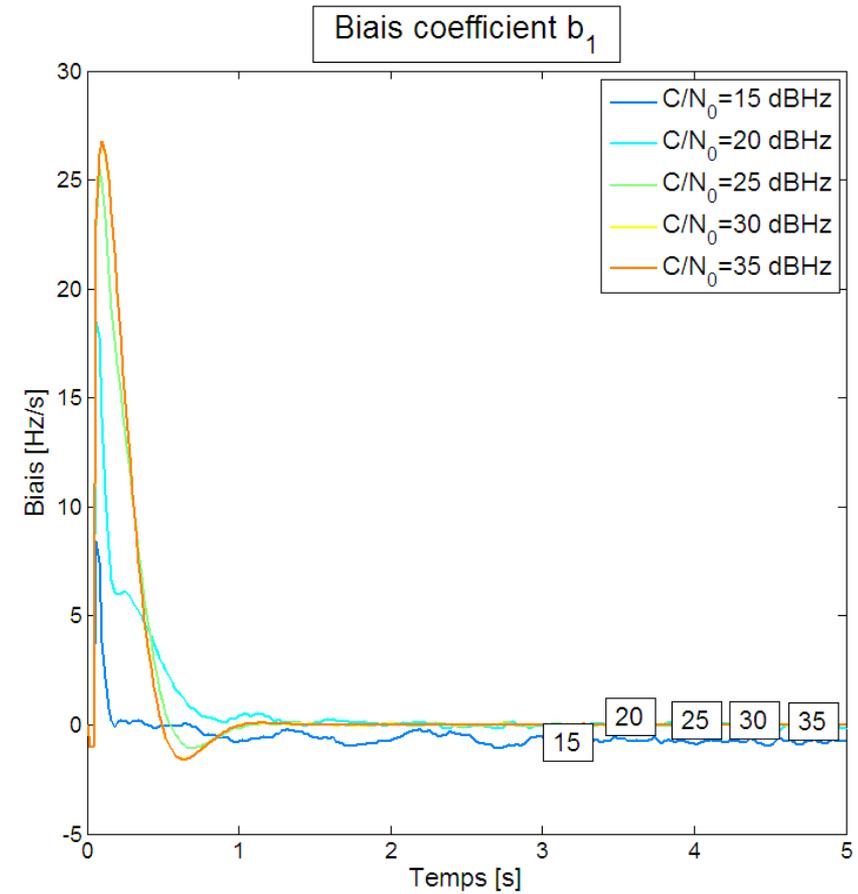
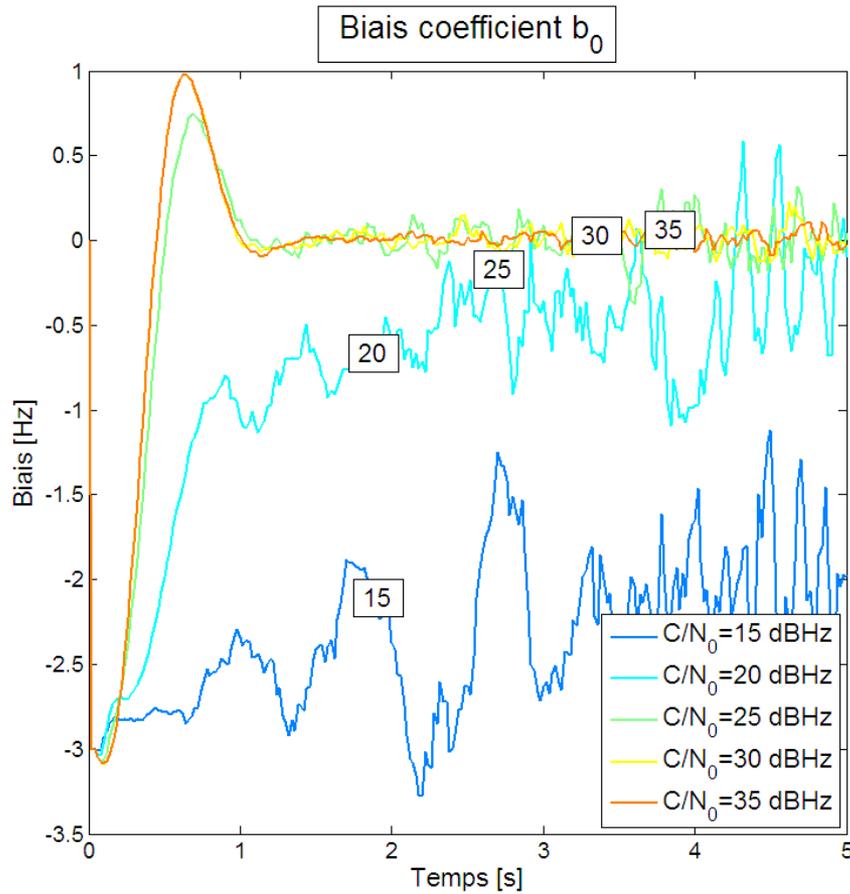


$E[T_{saut}]$ | Temps moyen de poursuite entre deux sauts de cycle.

Résultats obtenus pour une DPLL d'ordre 1 avec uniquement du bruit de phase en entrée de boucle

Précision WRLS

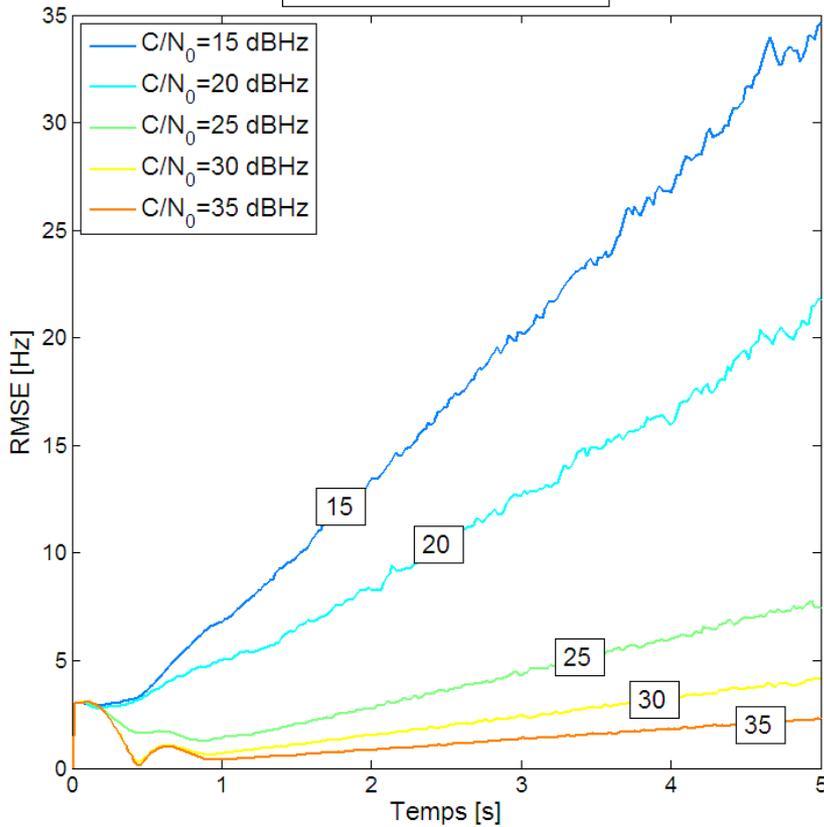
Biais et RMSE des coefficients b_0 et b_1



Précision WRLS

Biais et RMSE des coefficients b_0 et b_1

RMSE coefficient b_0



RMSE coefficient b_1

