

Échantillonnage Périodique Non Uniforme pour les Télécommunications par Satellite

Jean-Adrien Vernhes

Encadrants :

Marie Chabert, Bernard Lacaze, Marie-Laure Boucheret,
Guy Lesthievant, Roland Baudin



Université
de Toulouse



25 Janvier 2016

Section 1

Introduction

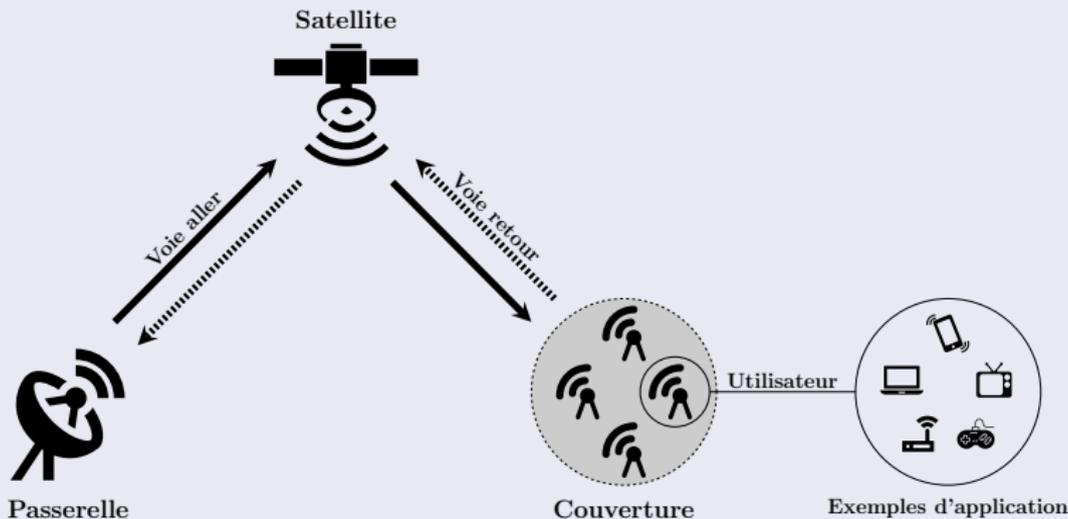
Plan

- 1 **Introduction**
 - Contexte des Télécommunications par Satellite
 - Formulation du problème
 - Approche proposée
- 2 L'échantillonnage PNS pour les Télécommunications
- 3 Reconstruction PNS2 améliorée
- 4 Estimation de retard en PNS2
- 5 Conclusion

Contexte des Télécommunications

Schématisation

- Télécommunications par Satellite
- Positionnement sur **traitements à bord**



Contexte

Contexte satellitaire

- **Modélisation** simplifiée de la chaîne satellitaire
- **Frontière** entre mondes analogique et numérique
- **Étude** de l'implantabilité d'échantillonnage non uniforme dans un cadre de télécommunications

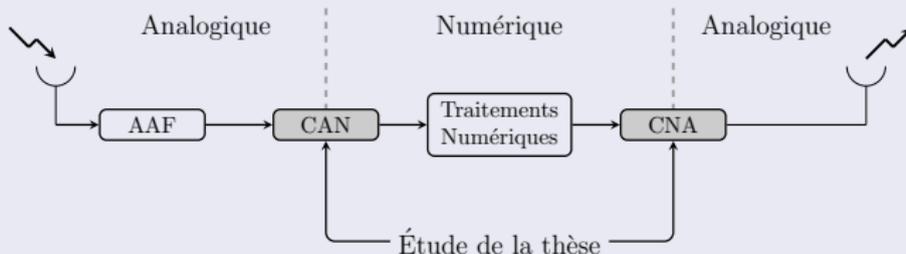


Figure: Modélisation simplifiée de la chaîne satellitaire

Problématique et enjeux

Description

- **Contexte** : augmentation des bandes et des fréquences de transmission dans les communications par satellite
- **Challenge technique** : Conversion Analogique-Numérique (CAN) embarquée à haute fréquence
- **Contraintes économiques et écologiques** : coût, complexité, poids et consommation des dispositifs électroniques
- **Tendance** : migrer les opérations de traitement du signal du monde analogique au monde numérique
- **Enjeu** : utiliser l'échantillonnage non uniforme pour relâcher les contraintes de l'opération d'échantillonnage

Approche proposée

Échantillonnage Non Uniforme

- Schémas d'échantillonnage non uniforme possibles :
 - non observé,
 - observé irrégulier : aléatoire ou pseudo aléatoire,
 - observé entrelacé : Échantillonnage Périodique Non Uniforme (PNS).
- **Contrainte forte** : traitements numériques nécessitent des échantillons uniformes → reconstruction obligatoire
- **Sélection** du schéma d'échantillonnage PNS :
 - mise en place simple : pas d'horloge non uniforme,
 - reconstruction possible et moins complexe qu'aléatoire,
 - Dans notre contexte : ordre 2 suffit,
 - bon compromis entre performances et complexité d'échantillonnage/reconstruction.

Approche proposée

Échantillonnage Périodique Non Uniforme

- **Caractéristiques :**
 - **PNS2 :** deux séquences d'échantillonnage uniforme entrelacées,
 - bonne adaptation aux signaux passe-bande,
 - choix souple de la fréquence d'échantillonnage,
 - mise en place simple,
 - modélisation de dispositifs électroniques : les CAN entrelacés.
- **Reconstruction** linéaire → nécessite de connaître décalage Δ

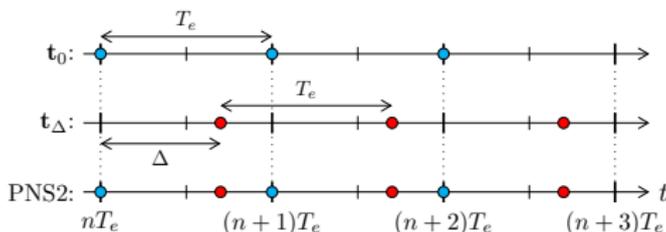


Figure: Modèle d'échantillonnage PNS2

Section 2

L'échantillonnage PNS pour les Télécommunications

Plan

- 1 Introduction
- 2 **L'échantillonnage PNS pour les Télécommunications**
 - Modèle de signal
 - Formules de reconstruction PNS2
 - Dispositifs d'échantillonnage pratiques : CAN entrelacés
- 3 Reconstruction PNS2 améliorée
- 4 Estimation de retard en PNS2
- 5 Conclusion

Signal de Télécommunications

Modèle de signal aléatoire

- **Processus aléatoire stationnaire** : $\mathbf{X} = \{X(t), t \in \mathbb{R}\}$ à moyenne nulle, variance finie et une densité spectrale de puissance $S_x(f)$
- **Théorème de Wiener-Khintchine** :

$$R_x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{2i\pi f\tau} S_x(f) df$$

avec $R_X(\tau) = E[X(t)X^*(t - \tau)]$ la fonction d'autocorrélation de \mathbf{X}

- **PNS2** : 2 séquences uniformes entrelacées $\mathbf{X}_0 = \{X(n), n \in \mathbb{Z}\}$ et $\mathbf{X}_\Delta = \{X(n + \Delta), n \in \mathbb{Z}\}$, $\Delta \in]0, 1[$

Signal de Télécommunications

Modèle passe-bande

- **Cadre des télécommunications** : Deux sous-bandes distinctes
- Signal réel \rightarrow bandes symétriques
- $S_x(f) = 0, f \notin \mathcal{B}^+ \cup \mathcal{B}^-$

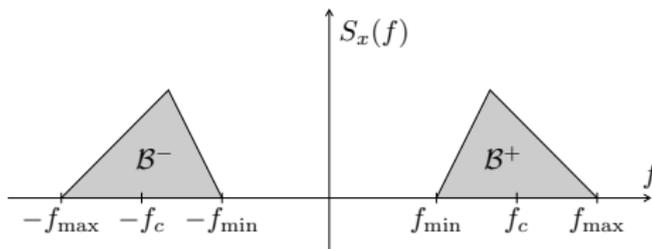


Figure: Modèle passe-bande

Conditions sur la fréquence d'échantillonnage

Rappel des différentes conditions

- **Échantillonnage uniforme passe-bas** : critère de Shannon

$$f_e \geq f_{SH} = 2f_{\max}$$

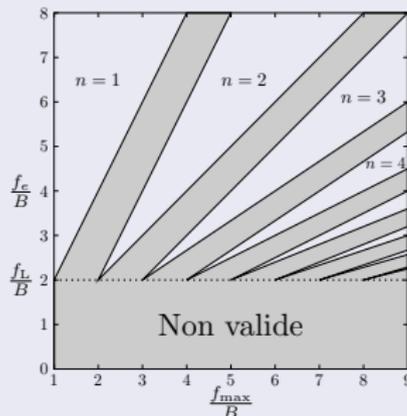
- **Échantillonnage uniforme passe-bande** :

critère de Landau $f_e \geq f_L = 2B$

mais **contraint** par :

$$\frac{2f_{\max}}{n} \leq f_e \leq \frac{2f_{\min}}{n-1}$$

$$\text{avec } 1 \leq n \leq \left\lfloor \frac{f_{\max}}{B} \right\rfloor.$$



- **Échantillonnage Périodique Non Uniforme (PNS)** : critère de Landau souple $f_e \geq f_L = 2B$.

Reconstruction PNS2

Formules de reconstruction

Simplification : support \mathcal{B} inclus dans la $k^{\text{ème}}$ bande de Nyquist normalisée $\mathcal{B}_{\mathcal{N}}(k)$:

$$\mathcal{B}_{\mathcal{N}}(k) = \left(-\left(k + \frac{1}{2}\right), -\left(k - \frac{1}{2}\right) \right) \cup \left(k - \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2} \right)$$

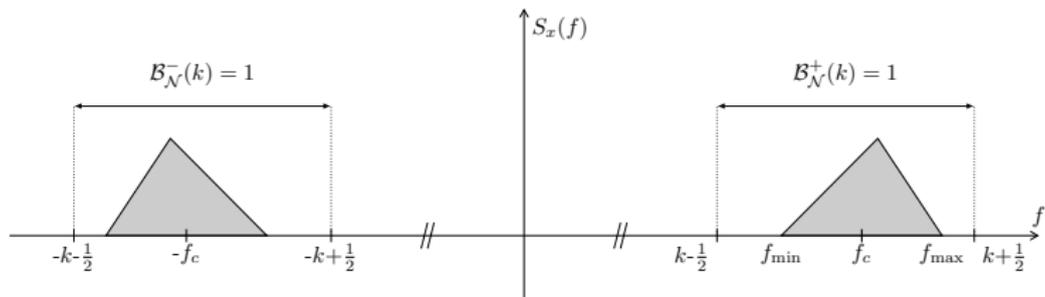


Figure: Bande de Nyquist

Reconstruction PNS2 à l'aide de filtres [1]

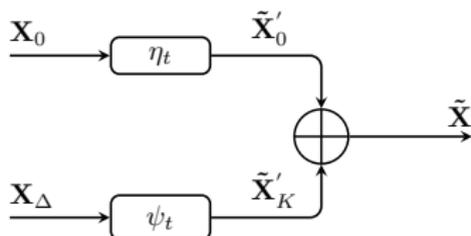


Figure: Schéma de reconstruction PNS2 dans un cadre aléatoire

Expressions générales des fonctions de transfert :

$$\eta_t(f) = e^{2i\pi ft} \frac{S_0 S_t - S_\Delta S_{t-\Delta}}{S_0^2 - |S_\Delta|^2}(f)$$

$$\psi_t(f) = e^{2i\pi f(t-\Delta)} \frac{S_0 S_{t-\Delta} - S_\Delta^* S_t}{S_0^2 - |S_\Delta|^2}(f)$$

avec : $S_\lambda(f) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} S_x(f+n) e^{2i\pi n \lambda}$, $f \in (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

[1] B. Lacaze. "Filtering from PNS2 Sampling". In: STSIP 11.1 (2012), pp. 43-53.

Reconstruction PNS2 - Expression temporelle

Formules de reconstruction

- Formules de reconstruction PNS2 exactes si $2k\Delta \notin \mathbb{Z}$ [1] :

$$\begin{cases} X(t) = \frac{A_0(t) \sin [2\pi k(\Delta - t)] + A_\Delta(t) \sin [2\pi kt]}{\sin [2\pi k\Delta]} \\ \text{avec } A_\lambda(t) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \frac{\sin [\pi(t - n - \lambda)]}{\pi(t - n - \lambda)} X(n + \lambda) \end{cases}$$

- Choix de Δ légèrement contraint pour permettre la reconstruction
- Inconvénient** : totalité de la bande de Nyquist reconstruite \rightarrow manque de flexibilité

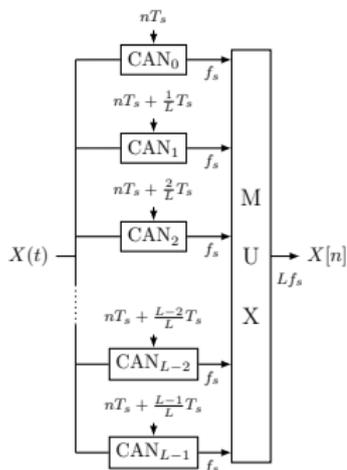
[1] B. Lacaze. "Equivalent circuits for the PNS2 sampling scheme". In: IEEE Trans. on Circ. and Syst. I: Regular Papers, 57.11 (2010), pp. 2904-2914.

Dispositifs d'échantillonnage pratiques

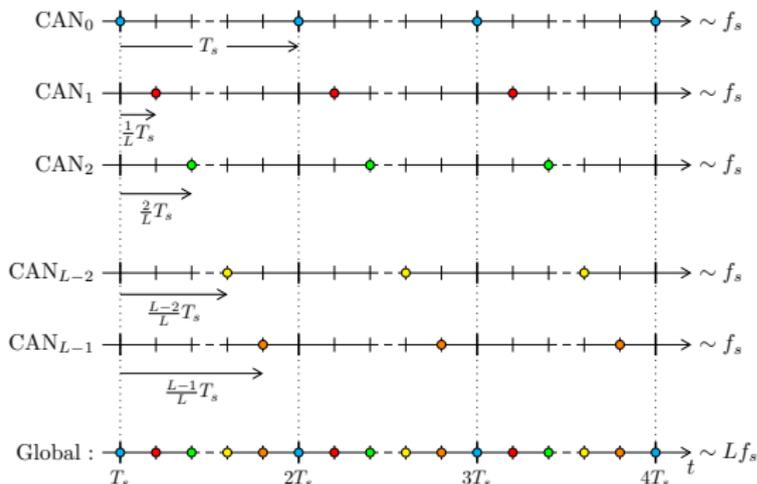
Convertisseurs Analogique-Numérique entrelacés temporellement (TI-ADCs)

- **Structure** : L convertisseurs élémentaires à la même fréquence (f_s) entrelacés temporellement et multiplexés
- **But** : partager l'opération d'échantillonnage pour atteindre une haute fréquence
- **Fréquence totale** : $f_e = Lf_s$
- **Avantages** : haute fréquence d'échantillonnage à moindre coût, moindre complexité et moindre consommation

TI-ADCs synchronisés : un modèle idéal



(a) Architecture



(b) Opérations d'échantillonnage élémentaire et globale

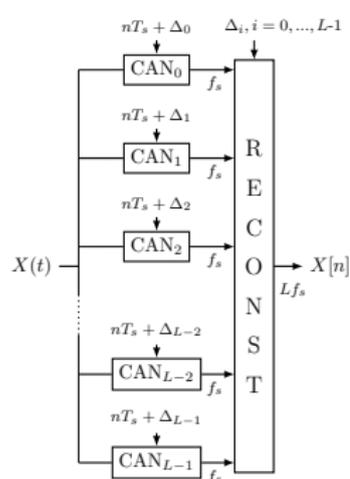
Figure: TI-ADCs synchronisés

TI-ADCs synchronisés : un modèle idéal

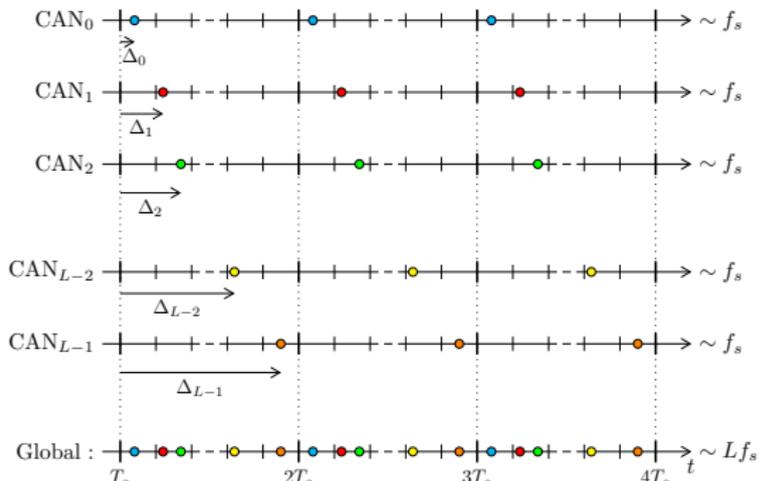
Synchronisation à tout prix

- **Échantillonnage uniforme en sortie** : synchronisation parfaite requise
- **En pratique** : disparités entre composants, imperfections de fabrication et conditions d'utilisation \Rightarrow apparition de désynchronisation
- **Forte sensibilité** à la désynchronisation
- **Solution communément utilisée** : phase de calibration et corrections matérielles pour retrouver échantillonnage uniforme en sortie

TI-ADCs désynchronisés : un modèle réaliste



(a) Architecture réaliste/désynchronisée



(b) Opérations d'échantillonnage (non uniforme) élémentaire et globale

Figure: Modèle de TI-ADCs réalistes/désynchronisés

TI-ADCs désynchronisés : un modèle réaliste

Contributions : Adaptation à la désynchronisation

- **Échantillonnage Périodique Non Uniforme (PNS) en sortie** : possibilité de désynchronisation
- **Pas de corrections matérielles** de la désynchronisation requises
- **Estimation** de la désynchronisation puis utilisation dans la reconstruction PNS consécutive
- **Complexité** transférée du monde analogique au monde numérique
- **Paradigme de la "Dirty RF"** : comment s'accomoder de dispositifs analogiques à faible coût grâce à un traitement numérique en aval de leurs imperfections?

Résumé

Objectif de nos contributions

- **Utilisation** des propriétés de l'échantillonnage périodique non uniforme :
 - Souplesse, simplicité, adaptation au contexte
 - Compromis entre performances, simplicité de mise en place et complexité de reconstruction
- **Relâcher les contraintes** de l'échantillonnage uniforme passe-bande
- **Thèse** propose les solutions suivantes :
 - **Modèle alternatif** des TI-ADCs
 - **Compensation numérique** de la désynchronisation
 - **Fonctionnalités additionnelles** jointes à l'opération de reconstruction

Section 3

Reconstruction PNS2 améliorée

Plan

- 1 Introduction
- 2 L'échantillonnage PNS pour les Télécommunications
- 3 Reconstruction PNS2 améliorée**
 - Principe et choix de fonctionnalités additionnelles
 - Reconstruction sélective avec rejet d'interférence
 - Reconstruction du signal analytique
 - Conclusion
- 4 Estimation de retard en PNS2
- 5 Conclusion

Reconstruction PNS améliorée

Présentation

- **Filtrage conjoint** : intégration d'une opération de filtrage lors de la reconstruction
- **Idée** : modifier le schéma de reconstruction pour reconstruire une version filtrée du processus échantillonné
- Permet de **joindre** plusieurs opérations dans le même temps → **simplification** de la chaîne
- **Condition** : présence de suréchantillonnage

Reconstruction PNS améliorée

Principe du filtrage conjoint

- **Filtre conjoint** \mathcal{H}_c de fonction de transfert $H_c(f)$
- **Méthode** : Reconstruction de $\mathbf{Y} = \mathcal{H}_c[\mathbf{X}]$ à partir du filtrage de $\mathbf{X}_0 = \{X(n), n \in \mathbb{Z}\}$ et $\mathbf{X}_\Delta = \{X(n + \Delta), n \in \mathbb{Z}\}$ par :

$$\begin{cases} \eta_t^{H_c}(f) = ie^{2i\pi ft} \frac{H_c(f+k)e^{2i\pi k(t-\Delta)} - H_c(f-k)e^{-2i\pi k(t-\Delta)}}{2 \sin[2\pi k\Delta]}, \\ \psi_t^{H_c}(f) = ie^{2i\pi f(t-\Delta)} \frac{H_c(f-k)e^{-2i\pi kt} - H_c(f+k)e^{2i\pi kt}}{2 \sin[2\pi k\Delta]}. \end{cases}$$

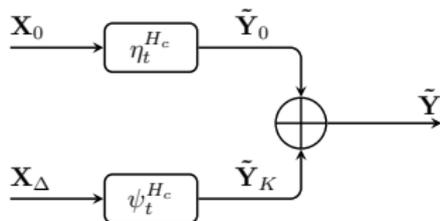


Figure: Schéma de reconstruction PNS2 généralisé

Reconstruction PNS améliorée

Principe du filtrage conjoint

- Décomposition en séries de Fourier → expression des **fonctions de reconstruction** :

$$\begin{cases} r_n^{(0, H_c)}(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \eta_t^{H_c}(f) e^{2i\pi f(t-n)}, \\ r_n^{(\Delta, H_c)}(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \psi_t^{H_c}(f) e^{2i\pi f(t-n)}. \end{cases}$$

- **Reconstruction** finalement obtenue par :

$$\tilde{y}(t) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} r_n^{(0, H_c)}(t) x(n) + \sum_{n \in \mathbb{Z}} r_n^{(\Delta, H_c)}(t) x(n + \Delta)$$

Reconstruction PNS améliorée

Contributions

- **Idée** : adapter le choix du filtre conjoint aux fonctionnalités visées
- Filtre conjoint à support spectral adapté à la bande du signal :
Filtrage passe-bande généralisé et reconstruction sélective avec rejet d'interférence [1]
- Filtre conjoint analytique : **Reconstruction du signal analytique** [2]

[1] J.-A. Vernhes et al. "Conversion Numérique-Analogique sélective d'un signal passe-bande soumis à des interférences". In: GRETSI 2013.

[2] J.-A. Vernhes et al. "Selective Analytic Signal Construction From A Non-Uniformly Sampled Bandpass Signal". In: IEEE ICASSP 2014.

Reconstruction sélective

Principe

- **Généralisation** de la reconstruction pour une sous-bande quelconque
- **Application** au rejet d'interférences
- **En pratique** : travail à partir d'un nombre fini d'échantillons :

$$\tilde{y}(t) = \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} r_n^{(0, H_c)}(t)x(n) + \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} r_n^{(\Delta, H_c)}(t)x(n + \Delta)$$

- **Intégration** d'une amélioration de la convergence via le choix de filtres généralisés de régularité croissante → 3 exemples

Exemple de filtre

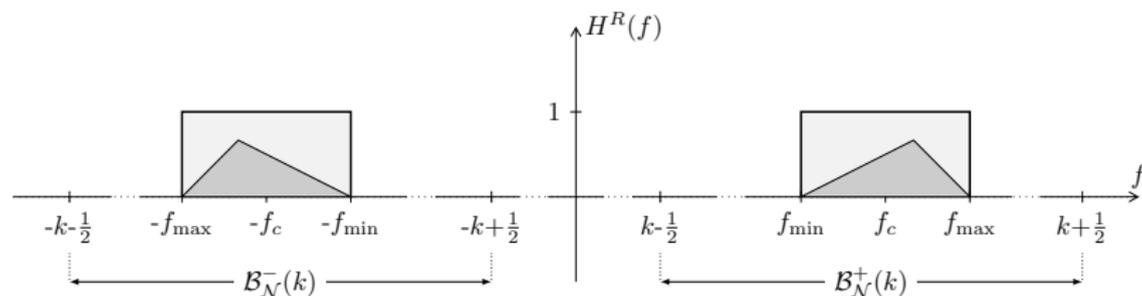


Figure: Filtre rectangulaire conjoint \mathcal{H}^R

Formules de reconstruction associées

$$\begin{cases} r_n^{(0, H^R)}(t) = \frac{-B \sin [2\pi f_c(t - n) - 2\pi k\Delta]}{\sin [2\pi k\Delta]} \operatorname{sinc} [\pi B(t - n)] \\ r_n^{(\Delta, H^R)}(t) = \frac{B \sin [2\pi f_c(t - n - \Delta) + 2\pi k\Delta]}{\sin [2\pi k\Delta]} \operatorname{sinc} [\pi B(t - n - \Delta)] \end{cases}$$

Exemple de filtre

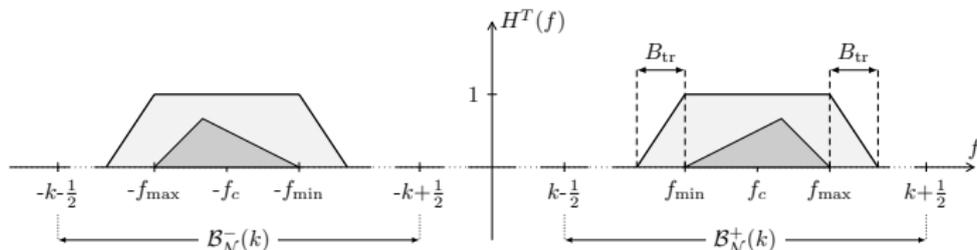


Figure: Filtre trapézoïdal conjoint \mathcal{H}^T

Formules de reconstruction associées

$$\left\{ \begin{array}{l} r_n^{(0, H^T)}(t) = -(B + B_{tr}) \frac{\sin [2\pi f_c(t - n) - 2\pi k\Delta]}{\sin [2\pi k\Delta]} \times \\ \quad \text{sinc} [\pi(B + B_{tr})(t - n)] \text{sinc} [\pi B_{tr}(t - n)] \\ r_n^{(\Delta, H^T)}(t) = (B + B_{tr}) \frac{\sin [2\pi f_c(t - n - \Delta) + 2\pi k\Delta]}{\sin [2\pi k\Delta]} \times \\ \quad \text{sinc} [\pi(B + B_{tr})(t - n - \Delta)] \text{sinc} [\pi B_{tr}(t - n - \Delta)] \end{array} \right.$$

Exemple de filtre

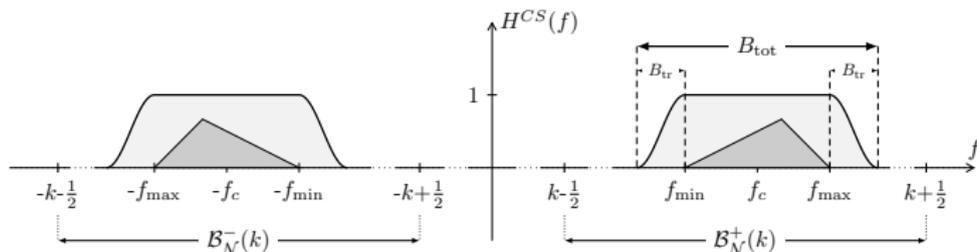


Figure: Filtre conjoint en cosinus surélevé \mathcal{H}^{CS}

Formules de reconstruction associées

$$\left\{ \begin{array}{l} r_n^{(0, H^{CS})}(t) = \frac{\sin [2\pi f_c(t-n) - 2\pi k\Delta]}{2[4B_{tr}^2(t-n)^2 - 1] \sin [2\pi k\Delta]} \times \\ \quad (B \operatorname{sinc} [\pi B(t-n)] + B_{tot} \operatorname{sinc} [\pi B_{tot}(t-n)]) \\ r_n^{(\Delta, H^{CS})}(t) = \frac{-\sin [2\pi f_c(t-n-\Delta) + 2\pi k\Delta]}{2[4B_{tr}^2(t-n-\Delta)^2 - 1] \sin [2\pi k\Delta]} \times \\ \quad (B \operatorname{sinc} [\pi B(t-n-\Delta)] + B_{tot} \operatorname{sinc} [\pi B_{tot}(t-n-\Delta)]) \end{array} \right.$$

Analyse des performances

$$\text{EQMN} = \frac{E[|x(t) - \hat{x}(t)|^2]}{E[|x(t)|^2]}$$

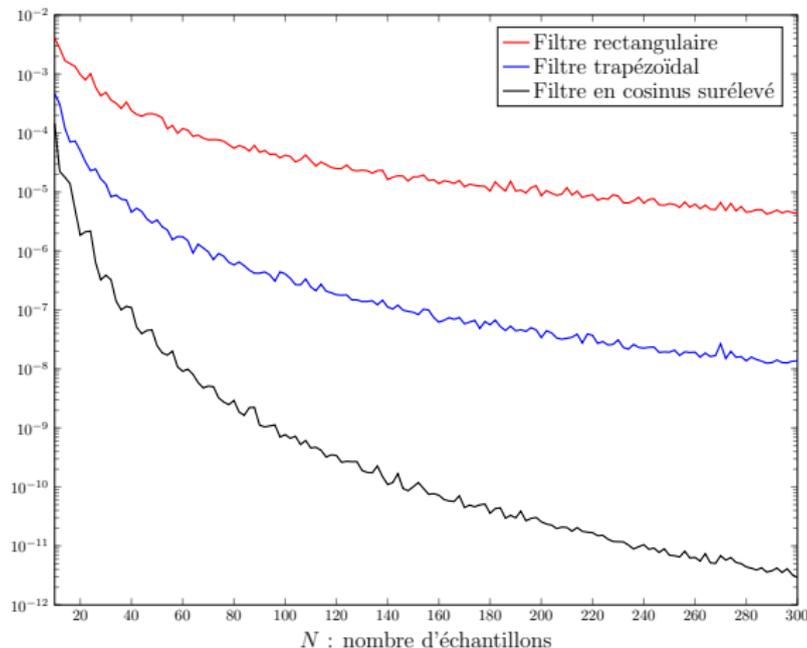


Figure: Tracé de l'EQMN en fonction du nombre d'échantillons du signal

Reconstruction sélective avec rejet d'interférence

Contexte multi utilisateurs

- **Bande partagée** entre M utilisateurs \rightarrow utilisateurs adjacents considérés comme interférence
- **Proposition** d'un schéma adapté : **une seule** opération d'échantillonnage et **M reconstructions** en parallèle

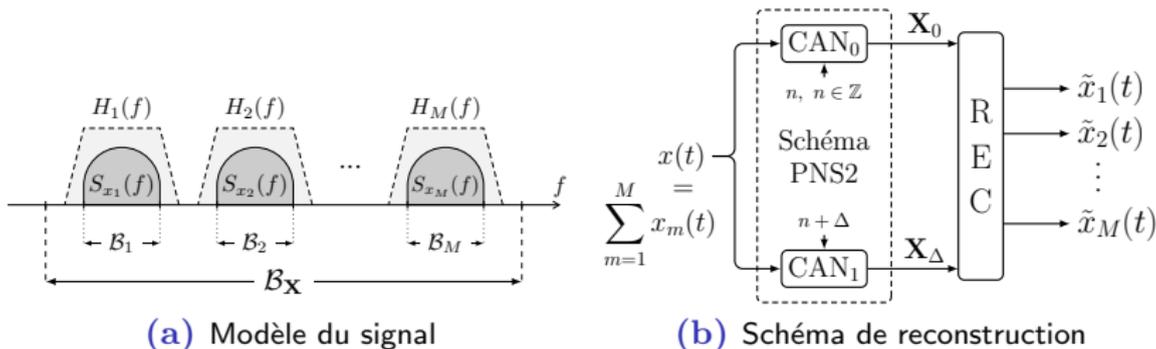


Figure: Schéma de reconstruction PNS2 d'un signal séparé en plusieurs canaux distincts interférant les uns avec les autres

Analyse des performances

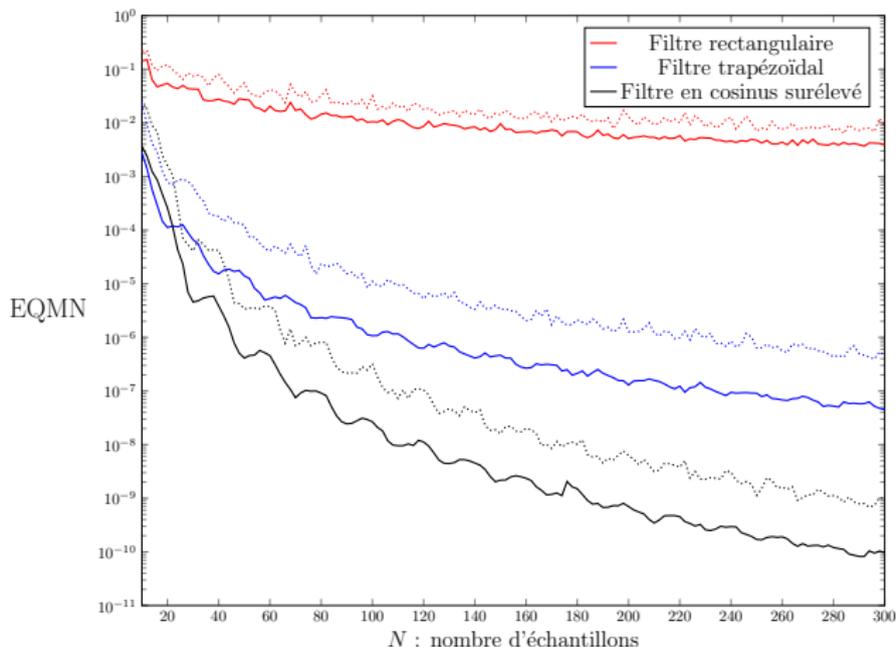


Figure: Tracé de l'erreur quadratique de reconstruction en fonction du nombre d'échantillons du signal : avec et sans interférence proche

Reconstruction du signal analytique

Fonctionnement

- **Représentation complexe** du signal très utilisée en télécommunications
- Contenu spectral de la **bande positive** uniquement
- Définition :

$$\begin{cases} x_a(t) &= x(t) + ix_h(t) \\ x_h(t) &= x(t) * h(t) \end{cases}$$

- $x_h(t)$ transformée de Hilbert de $x(t)$ par **filtrage analytique** :

$$h(t) = \frac{1}{\pi t} \quad H(f) = -i \operatorname{sign}(f)$$

Reconstruction du signal analytique

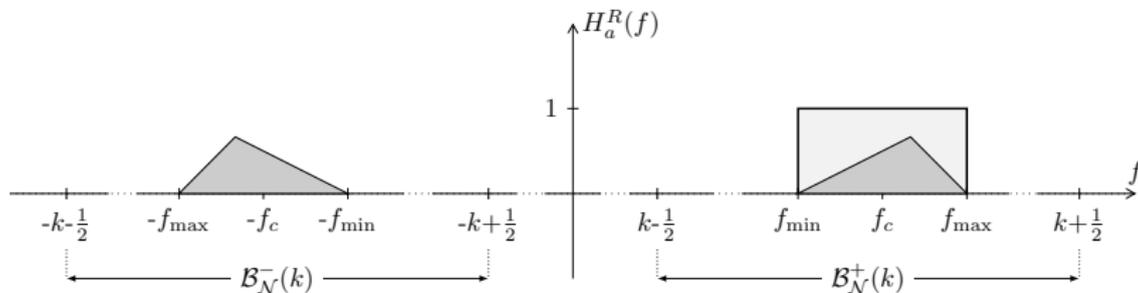


Figure: Filtre rectangulaire analytique conjoint \mathcal{H}_a^R

Reconstruction du signal analytique

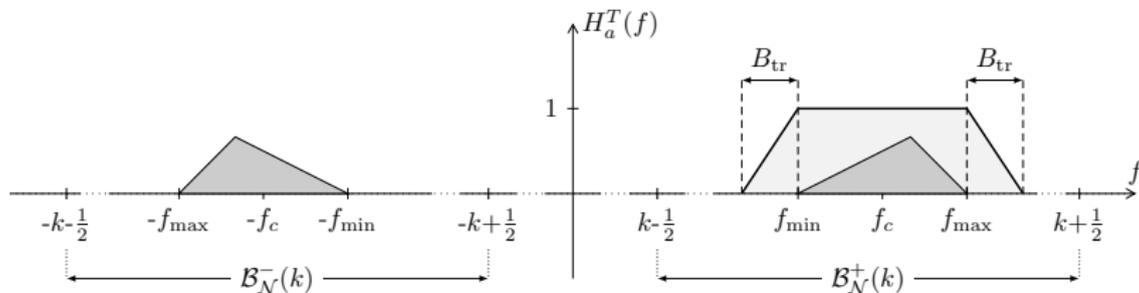


Figure: Filtre trapézoïdal analytique conjoint \mathcal{H}_a^T

Reconstruction du signal analytique

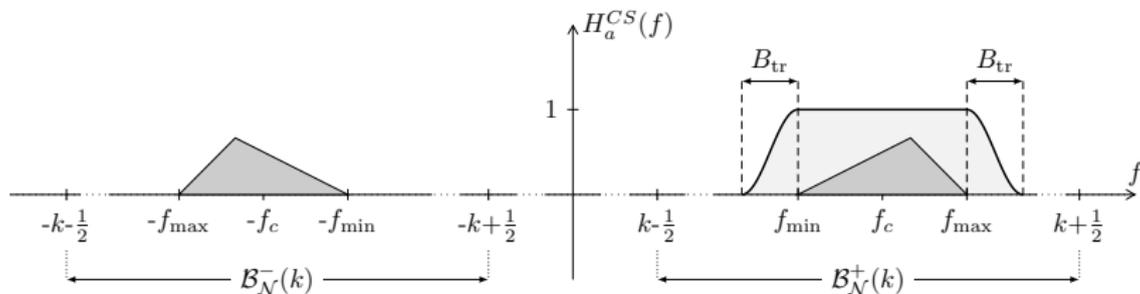


Figure: Filtre analytique conjoint en cosinus surélevé \mathcal{H}_a^{CS}

Analyse des performances

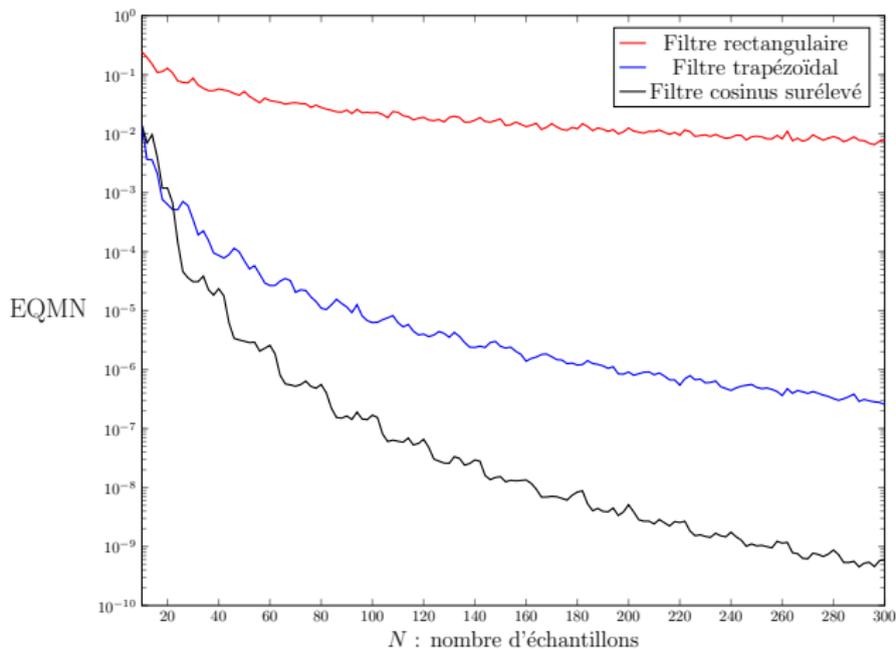


Figure: Tracé de l'erreur quadratique de reconstruction en fonction du nombre d'échantillons du signal

Conclusion

Résumé

- **Intégration** de fonctionnalités intéressantes à la reconstruction PNS2 à partir d'un choix approprié de filtre conjoint
- **Note** : intégration également possible en échantillonnage uniforme classique
- **Mais choix PNS2** permet de bénéficier de ses propriétés :
 - très adapté aux signaux passe-bande de télécommunications (deux sous-bandes),
 - fréquence d'échantillonnage plus faible qu'en uniforme → aucune contrainte de positionnement,
 - modélisation de dispositifs pratiques.
- **Hypothèse** : connaissance du retard Δ
- **Question** : que peut-on faire quand on ne le connaît plus?

Section 4

Estimation de retard en PNS2

Plan

- 1 Introduction
- 2 L'échantillonnage PNS pour les Télécommunications
- 3 Reconstruction PNS2 améliorée
- 4 Estimation de retard en PNS2**
 - Principe général
 - Méthode par signal d'apprentissage
 - Méthode aveugle
- 5 Conclusion

Estimation de retard en PNS2

Principe général

- Reconstruction PNS2 **exacte** nécessite la connaissance du retard
- **En pratique** : incertitude due aux conditions de fonctionnement qui causent des variations
- **Idée** : estimation du retard inconnu pour une utilisation lors de la reconstruction
- **Utilisation** : Modélisation possible des TI-ADCs désynchronisés dans un cadre de travail alternatif
- Nécessite donc des **méthodes d'estimation fiables** du retard PNS2 car désynchronisation impacte fortement les performances

Problématique de la désynchronisation

Impact sur la reconstruction

Expression théorique de l'EQMN de reconstruction en présence de désynchronisation :

$$\begin{aligned}
 \text{EQMN} &= \frac{\text{E} \left[|x(t) - x^{(\tilde{\Delta})}(t)|^2 \right]}{\text{E} [|x(t)|^2]} \\
 &= 4 \left(\frac{\sin [2\pi kt]}{\sin [2\pi k\tilde{\Delta}]} \right)^2 \frac{\int_0^\infty \sin^2 [\pi f(\Delta - \tilde{\Delta})] S_x(f) df}{\int_0^\infty S_x(f) df}
 \end{aligned}$$

Impact de la désynchronisation

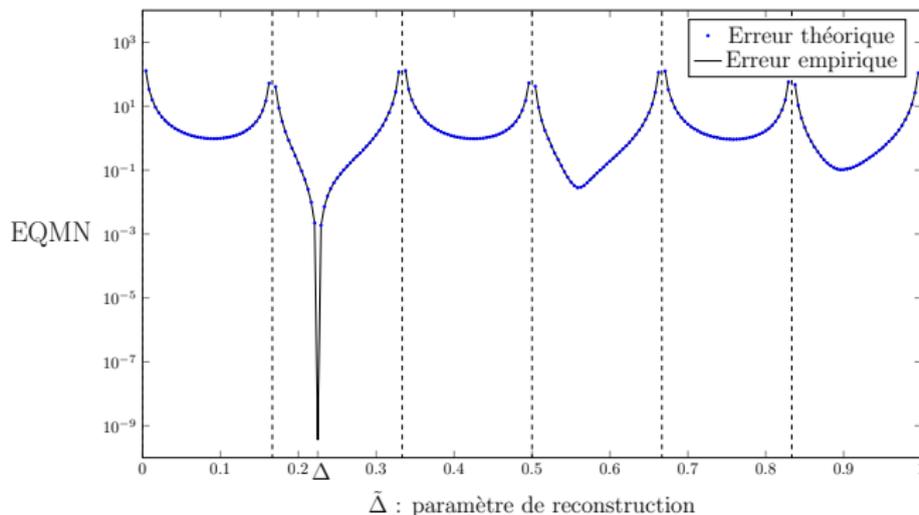


Figure: EQMN de reconstruction en présence de désynchronisation modélisée par $\tilde{\Delta}$ variable

Estimation de retard en PNS2 par signal d'apprentissage [1,2]

Présentation du fonctionnement de la méthode

- Utilisation d'un signal d'apprentissage avec une DSP connue *a priori*
- Échantillonnage via un schéma PNS2 désynchronisé
- Formation d'un critère quadratique → connaissance de la DSP permet de calculer expression théorique
- Comparaison entre valeurs théorique et empirique → estimation du retard Δ

[1] J.-A. Vernhes et al. "Adaptive Estimation and Compensation of the Time Delay in a Periodic Non-Uniform Sampling Scheme". In: SampTA 2015.

[2] J.-A. Vernhes et al. "Estimation du retard en échantillonnage périodique non uniforme - Application aux CAN entrelacés désynchronisés". In: GRETSI 2015.

Principe

Critère quadratique

- Séquences d'échantillons : $\mathbf{X}_0^{\text{app}}, \mathbf{X}_\Delta^{\text{app}}$ caractérisées par le **retard** Δ
- Formation d'un critère quadratique d'expression théorique :

$$\begin{aligned}\sigma_\Delta^2 &= \text{E} [|x^{\text{app}}(n + \Delta) - x^{\text{app}}(n)|^2] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} |e^{2i\pi f\Delta} - 1|^2 S_{x^{\text{app}}}(f) df\end{aligned}$$

- Simplification possible selon notre hypothèse d'un signal passe-bande à bande limitée $\mathcal{B}_{\mathbf{X}^{\text{app}}}$:

$$\sigma_\Delta^2 = 2 \int_{\mathcal{B}_{\mathbf{X}^{\text{app}}}} (1 - \cos [2\pi f\Delta]) S_{x^{\text{app}}}(f) df$$

Principe

Comparaison

- Calcul possible du critère σ_{Δ}^2 grâce la connaissance de l'expression de $S_{x^{app}}$ → critère différent pour deux signaux différents
- Estimation empirique du critère σ_{Δ}^2 à partir des échantillons du signal disponibles
- **Comparaison** entre expression théorique et estimation empirique ⇒ estimation du retard Δ
- **Étude de deux exemples** : signal sinusoïdal et bruit à bande limitée

Signal d'apprentissage : premier exemple

Signal sinusoïdal

- Signal sinusoïdal à la fréquence f_0 défini par :

$$S_{x^{\text{app}}}(f) = \frac{1}{2}(\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0)) , \quad -\frac{1}{2} < f_0 < \frac{1}{2}$$

- **Expression du critère :**

$$\sigma_{\Delta}^2 = 2(1 - \cos[2\pi f_0 \Delta])$$

- **Estimation** de Δ par inversion avec $\hat{\sigma}_{\Delta}^2$ estimé empiriquement
- **Tracé** de l'erreur quadratique d'estimation $E[|\hat{\Delta} - \Delta|^2]$ en fonction du nombre d'échantillons pour $N_{\text{ite}} = 1000$ itérations

Signal sinusoïdal - Résultats

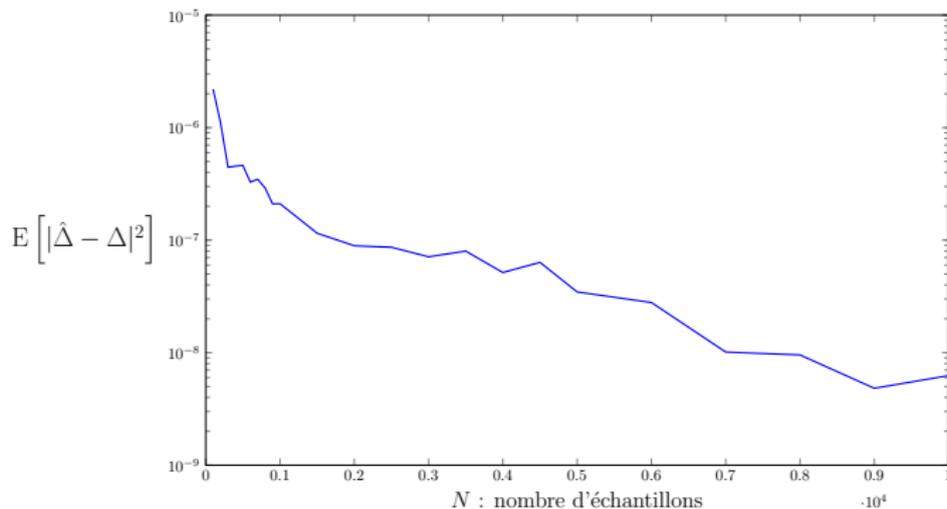


Figure: Résultats de l'estimation par la méthode supervisée avec signal d'apprentissage sinusoïdal

Signal d'apprentissage : deuxième exemple

Bruit à bande limitée

- Bruit à bande limitée de fréquence centrale f_c et de bande B défini par :

$$S_{x^{\text{app}}}(f) = \begin{cases} 1 & \text{sur } (-f_c - \frac{B}{2}, -f_c + \frac{B}{2}) , 0 < B < 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

- **Expression du critère :**

$$\sigma_{\Delta}^2 = 4B(1 - \cos [2\pi f_c \Delta] \text{sinc} [\pi B \Delta]).$$

- Sinus cardinal empêche inversion de la fonction pour calculer $\Delta \rightarrow$ résolution numérique
- **Tracé** de l'erreur quadratique d'estimation $E [|\hat{\Delta} - \Delta|^2]$ pour $N_{\text{ite}} = 1000$ itérations

Bruit à bande limitée - Résultats

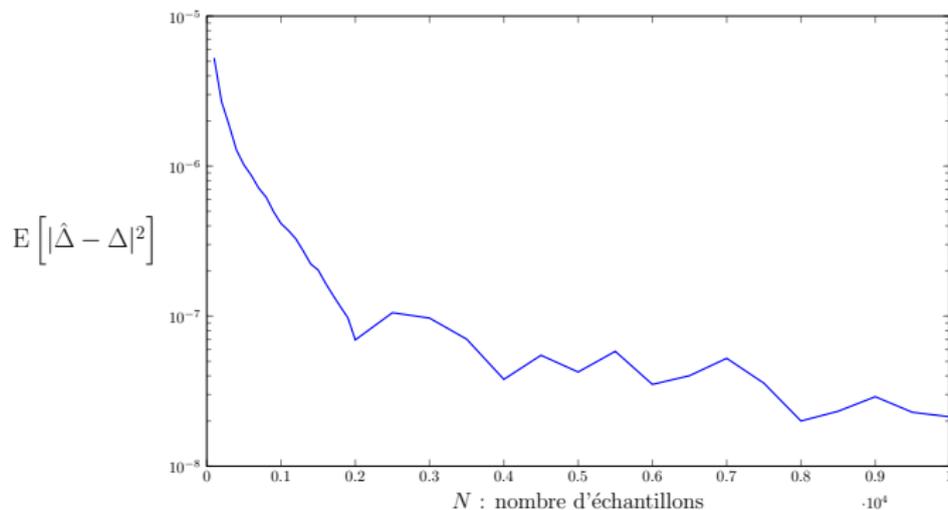


Figure: Résultats de l'estimation par la méthode supervisée avec signal d'apprentissage de type bruit à bande limitée

Estimation de retard en PNS2 par signal d'apprentissage

Avantages/Inconvénients

● Avantages :

- faible complexité,
- fonctionnement rapide de l'estimation,
- signaux d'apprentissage classiques : génération peu complexe,
- intégration possible dans une stratégie de Built-In Self Test (BIST).

● Limitations :

- nécessite génération d'un signal particulier :
 - soit via ajout d'un circuit dédié supplémentaire,
 - soit perte potentielle de bande passante.
- mises à jour nécessitent périodes de silence du signal d'intérêt.

Estimation aveugle de retard en PNS2 [1,2]

Présentation du fonctionnement de la méthode

- Utilisation de la stationnarité du signal
- **Stationnaire en entrée** \Rightarrow **stationnaire en sortie**
- Propriété respectée par le signal reconstruit uniquement en absence de désynchronisation
- **Idée** : Test de stationnarité pour un retard variable $\tilde{\Delta} \rightarrow$ estimation de Δ par optimisation

[1] J.-A. Vernhes et al. "Estimation du retard en échantillonnage périodique non uniforme - Application aux CAN entrelacés désynchronisés". In: GRETSI 2015.

[2] J.-A. Vernhes et al. "Blind Estimation and Compensation of Unknown Time Delay in Periodic Non-Uniform Sampling: Application to Time Interleaved ADCs". In: IEEE ICASSP 2016.

Estimation aveugle de retard en PNS2

Principe : propriété de stationnarité

- **Propriété** : signal reconstruit $\mathbf{X}^{(\tilde{\Delta})} = \{X^{(\tilde{\Delta})}(t), t \in \mathbb{R}\}$ stationnaire au sens large si et seulement si $\tilde{\Delta} = \Delta$.
- **Expression théorique** de la puissance $P^{(\tilde{\Delta})}(t) = \mathbb{E} \left[\left| x^{(\tilde{\Delta})}(t) \right|^2 \right]$:

$$P^{(\tilde{\Delta})}(t) = \frac{8}{\sin^2(2\pi k \tilde{\Delta})} \int_0^\infty \left(\sin^2[\pi k \tilde{\Delta}] \cos^2[\pi k(2t - \tilde{\Delta})] \right. \\ \left. + \sin[2\pi kt] \sin[2\pi k(t - \tilde{\Delta})] \sin^2[\pi f(\Delta - \tilde{\Delta}) + \pi k \tilde{\Delta}] \right) S_x(f) df.$$

- **Dépendance** claire en t lorsque $\tilde{\Delta} \neq \Delta$
- Absence de désynchronisation $\tilde{\Delta} = \Delta$:

$$P^{(\Delta)}(t) = 2 \int_0^\infty S_x(f) df$$

Estimation aveugle de retard en PNS2

Principe : propriété de stationnarité

- **Idée** : rechercher le paramètre de reconstruction qui n'entraîne pas de variations de la puissance
- **Stratégie** : évaluation de la puissance du signal reconstruit $P^{(\tilde{\Delta})}(t_m)$ pour $m = 1, \dots, M$:

$$P^{(\tilde{\Delta})}(t_m) = \mathbb{E} \left[\left| X^{(\tilde{\Delta})}(t_m) \right|^2 \right], t_m = \frac{m}{M+1}, m = 1, \dots, M$$

- **En pratique** : estimation de la puissance du signal reconstruit $P^{(\tilde{\Delta})}(t_m)$ pour différentes valeurs de $\tilde{\Delta}$ par :

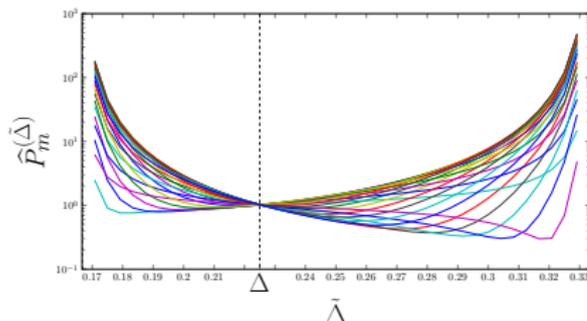
$$\hat{P}^{(\tilde{\Delta})}(t_m) = \frac{1}{N} \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} \left| X^{(\tilde{\Delta})}(n + t_m) \right|^2, m = 1, \dots, M.$$

Puissances et variance

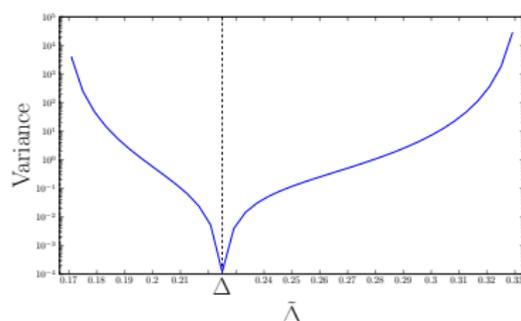
Méthodologie

Calcul de la variance de la puissance et recherche du minimum :

$$\hat{\Delta} = \min_{\tilde{\Delta}} f(\tilde{\Delta}) = \min_{\tilde{\Delta}} \text{Var} \left[\hat{P}_m(\tilde{\Delta}), m=1..M \right]$$



(a) Puissance estimée pour différents t_m



(b) Variance de la puissance estimée

Figure: Principe de l'estimation aveugle

Stratégie d'estimation

Simplification

- **Estimation** de la puissance pour $t_m = \frac{\tilde{\Delta}}{2}$ seulement ($M = 1$) :

$$P^{(\tilde{\Delta})}\left(\frac{\tilde{\Delta}}{2}\right) = \frac{2}{\cos^2[\pi k \tilde{\Delta}]} \int_0^\infty \cos^2 \left[\pi f(\Delta - \tilde{\Delta}) + \pi k \tilde{\Delta} \right] S_x(f) df$$

- Dérivation d'un **critère simplifié** :

$$\hat{\Delta} = \min_{\tilde{\Delta}} \text{Var} \left[\hat{P}_{m, m=1..3}^{(\tilde{\Delta})} \right].$$

avec :

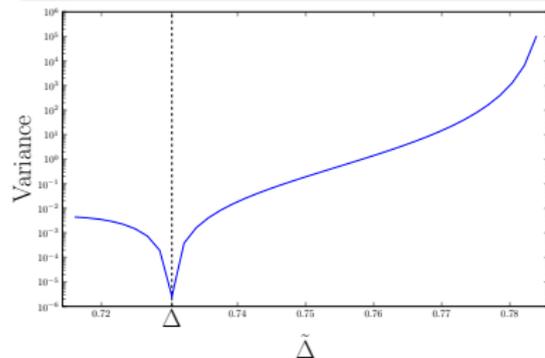
$$\hat{P}_1 = P_0, \quad \hat{P}_2 = P^{(\tilde{\Delta})}\left(\frac{\tilde{\Delta}}{2}\right), \quad \hat{P}_3 = P_\Delta$$

Analyse de performance

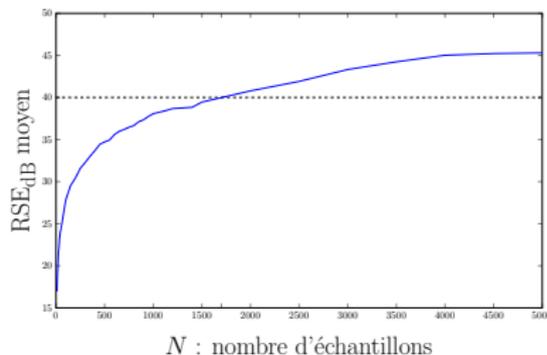
Définition du RSE

Tracé du Rapport Signal à Erreur (RSE) en dB :

$$\text{RSE}_{\text{dB}} = 10 \log_{10} \left[\frac{P_{\text{signal}}}{P_{\text{erreur}}} \right] = 10 \log_{10} \left[\frac{\mathbb{E}[|x(t)|^2]}{\mathbb{E}[|x(t) - x(\hat{\Delta})(t)|^2]} \right]$$



(a) Critère d'estimation simplifié



(b) RSE de reconstruction moyen en dB en fonction du nombre d'échantillons

Figure: Performances de l'estimation simplifiée

Estimation aveugle de retard en PNS2

Avantages/Inconvénients

- **Avantages :** Méthode aveugle
 - basée uniquement sur échantillons du signal en entrée,
 - pas de déconnexion du système ou d'envoi d'un signal particulier,
 - mise à jour possible périodiquement sans complexité supplémentaire.
- **Limitations :**
 - Hypothèses :
 - signal stationnaire en entrée → non valide lors de multitrajets par exemple,
 - variations lentes et localisées de Δ .
 - Test de stationnarité relativement complexe
 - Comportement non adaptatif → piste de travail future

Section 5

Conclusion

Plan

- 1 Introduction
- 2 L'échantillonnage PNS pour les Télécommunications
- 3 Reconstruction PNS2 améliorée
- 4 Estimation de retard en PNS2
- 5 **Conclusion**
 - Contributions
 - Travail futur

Conclusion générale

Contributions

- **PNS** proposé en tant que schéma d'échantillonnage alternatif pour les télécommunications
- Intégration de **fonctionnalités d'intérêt** pour les télécommunications :
 - filtrage passe-bande généralisé et reconstruction sélective avec rejet d'interférence [1],
 - reconstruction du signal analytique [2].

[1] J.-A. Vernhes et al. "Conversion Numérique-Analogique sélective d'un signal passe-bande soumis à des interférences". In: GRETSI 2013.

[2] J.-A. Vernhes et al. "Selective Analytic Signal Construction From A Non-Uniformly Sampled Bandpass Signal". In: IEEE ICASSP 2014.

Conclusion générale

Contributions

- **Modélisation alternative** et innovante des **TI-ADCs** désynchronisés
- **Estimation** de la désynchronisation :
 - à partir d'un signal d'apprentissage [1,2],
 - de manière aveugle [2,3].

[1] J.-A. Vernhes et al. "Adaptive Estimation and Compensation of the Time Delay in a Periodic Non-Uniform Sampling Scheme". In: SampTA 2015.

[2] J.-A. Vernhes et al. "Estimation du retard en échantillonnage périodique non uniforme - Application aux CAN entrelacés désynchronisés". In: GRETSI 2015.

[3] J.-A. Vernhes et al. "Blind Estimation and Compensation of Unknown Time Delay in Periodic Non-Uniform Sampling: Application to Time Interleaved ADCs". In: IEEE ICASSP 2016.

Conclusion générale

Travail futur - Reconstruction améliorée

- Simulations avec gigue d'horloge pour conditions plus proches des situations réelles
- Prise en compte de modèles d'échantillonnage pratique basés sur des échantillonneurs réels
 - bloqueurs,
 - à porte analogique,
 - ...
- Reformulation de la technique de filtrage conjoint dans le cadre des bancs de filtre
- **Application à l'échantillonnage I/Q** : correction de la désynchronisation entre voies I et Q

Conclusion générale

Travail futur - Estimation de retard

- Utilisation des séquences *pseudorandom noise* (PN) comme signaux d'apprentissage : exemples des séquences *Constant Amplitude Zero AutoCorrelation* (CAZAC)
- Mise en place adaptative de la méthode aveugle
- **Application à l'échantillonnage I/Q** : estimation de la désynchronisation entre voies I et Q

Merci pour votre attention

Jean-Adrien Vernhes

jean-adrien.vernhes@tesa.prd.fr