

$h_{11} = 0.85269867901$ $g_{11} = 0.78848561640$
 $h_{12} = 0.37740285890$ $g_{12} = -0.41809127370$

Compression des images hyperspectrales et son impact sur la qualité des données

Emmanuel CHRISTOPHE

Corinne Mailhes, Co-directrice de thèse, TésA/IRIT

Pierre Duhamel, Co-directeur de thèse, CNRS/LSS

Carole Thiebaut, CNES

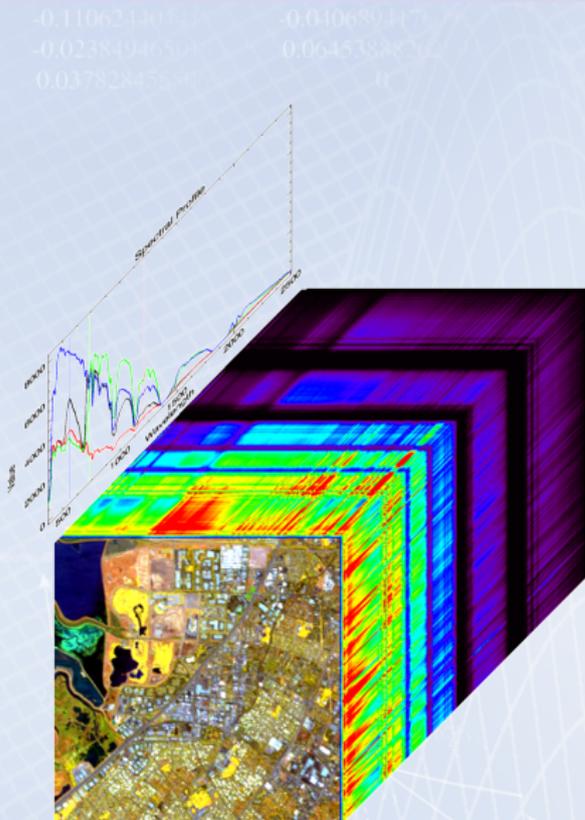
Christophe Latry, CNES

Dominique Léger, ONERA

Dimitri Lebedeff, Alcatel Alenia Space

20 octobre 2006

Données hyperspectrales



Que sont les données hyperspectrales ?

- Même scène vue dans des centaines de longueurs d'ondes différentes
- Le spectre en longueur d'onde de chaque pixel est disponible

Caractéristiques typiques

Domaine spectral	400-2500 nm
Résolution spatiale	20 m
Bandes	200
Résolution spectrale	10 nm

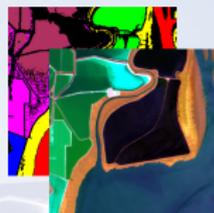
Applications et domaines d'intérêts

```

-0.110621305128777 -0.0406591171171171
-0.023849465128777 0.0645338871171171
0.037824455128777 0
  
```

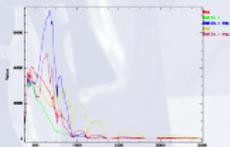
Domaines concernés

- Géologie
- Environnement : agriculture, océanographie
- Défense



Apports spécifiques de l'hyperspectral pour les applications

- Identification (par signature spectrale)
- Classification
- Détection sous-pixel



Compression indispensable

```
-0.110621305128777 -0.0106591171515151  
-0.0238494650454545 0.0645338888888889  
0.0378284555555556 0
```

Un problème de taille

- Exemple pour un capteur satellite (Hyperion) :
 - En 1 seconde d'acquisition :
 - 256×220 pixels sur 242 bandes
 - Chaque valeur codée sur 12 bits
- ⇒ 160 Mbits

Il faut compresser mais...

- Taux de compression sans pertes insuffisant
- La qualité des données est cruciale

- 1 Critères qualité
 - Définition
 - Évaluation
 - Résultats

- 2 Compression des images hyperspectrales
 - Principe
 - Transformée
 - Codage des coefficients
 - Comparaisons avec JPEG 2000

- 3 Flexibilité du train binaire
 - Besoins des utilisateurs
 - Séparation en groupes
 - Codage progressif en résolution

- 4 Conclusion
 - Résumé
 - Perspectives



Sommaire

- 1 Critères qualité**
 - Définition
 - Évaluation
 - Résultats
- 2 Compression des images hyperspectrales**
 - Principe
 - Transformée
 - Codage des coefficients
 - Comparaisons avec JPEG 2000
- 3 Flexibilité du train binaire**
 - Besoins des utilisateurs
 - Séparation en groupes
 - Codage progressif en résolution
- 4 Conclusion**
 - Résumé
 - Perspectives



Critères de qualité

Qu'est-ce qu'un critère de qualité image ?

- Un paramètre pour représenter la qualité des données hyperspectrales
- Utilisé pour définir des spécifications instrumentales, pour évaluer les performances des systèmes de compression

Exemples de critères de qualité pour les images traditionnelles

- Évaluations subjectives par un groupe d'utilisateur
- Métriques : MSE, SNR

Propriétés requises

- Représentatif de la sensibilité des applications classiques
- Généralisable à différentes images
- Facile à calculer

Méthode d'évaluation

-0.1106213014287
-0.023849465047
0.037828455291

-0.040659117157
0.064533867362
0

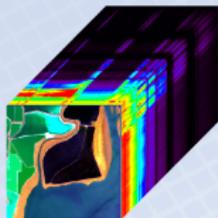


Image Originale

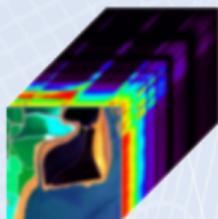


Image dégradée

Applications
Typiques

Critère
Qualité

Comparaison

Diagramme en étoile

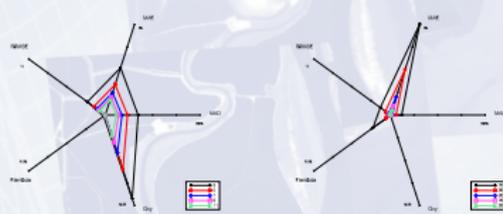
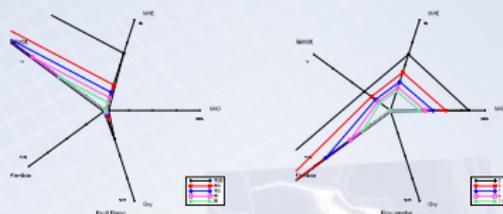
-0.1106213051478 -0.010659147175
 -0.0238494650475 0.064533867362
 0.037828455391 0

Combinaison

- Complémentarité
- Sensibilité

Cinq critères sélectionnés

- Erreur absolue moyenne (MAE)
- Erreur absolue maximum (MAD)
- Erreur quadratique relative (RRMSE)
- Fidélité spectrale (F_λ)
- Qualité spatiale ($Q_{(x,y)}$)



Sommaire

- 
- 1
- Définition
 - Évaluation
 - Résultats
- 2 **Compression des images hyperspectrales**
- Principe
 - Transformée
 - Codage des coefficients
 - Comparaisons avec JPEG 2000
- 3 Flexibilité du train binaire
- Besoins des utilisateurs
 - Séparation en groupes
 - Codage progressif en résolution
- 4 Conclusion
- Résumé
 - Perspectives



État de l'art

En utilisation

- La plupart des instruments n'ont pas de compresseur
- Une classification à bord pour Cois-Nemo \Rightarrow s'apparente à une compression spécifique pour une application

En développement

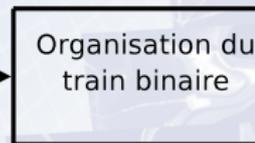
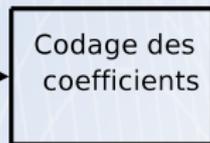
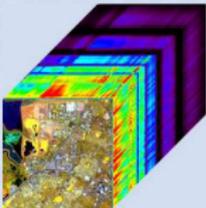
- Compression sans pertes : débits supérieurs à 5 bpppb
- Approche par quantification vectorielle
- Adaptation de JPEG 2000

Approche choisie

- Approche par transformée : plus générique
- Utilisation des ondelettes : utilisables en spatial
- Objectif : débit 1 à 2 bpppb pour des dégradations négligeables

Principe de la compression

-0.110621301428 -0.040659117175
-0.023849465007 0.064533867362
0.037828455290 0



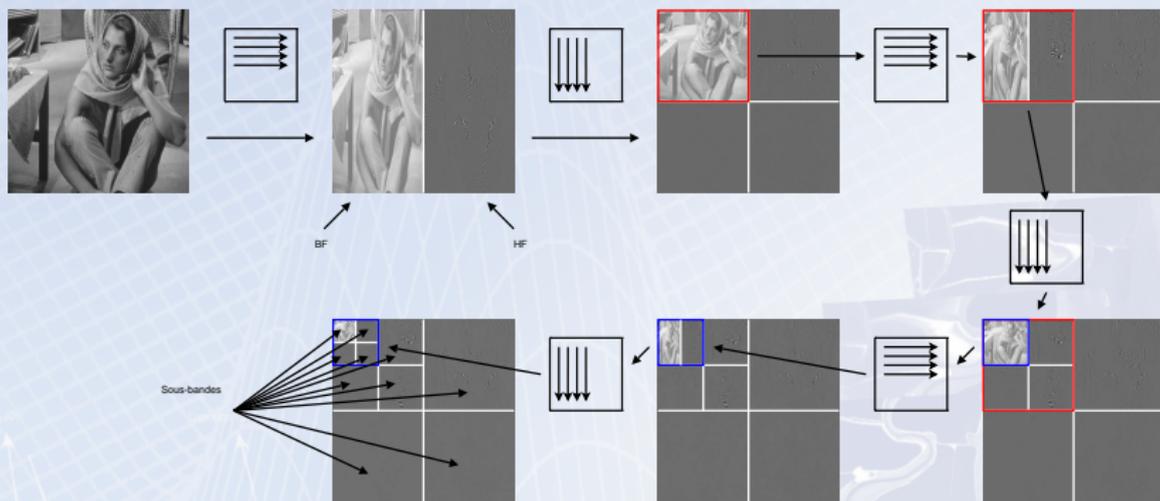
0101001101101000011000

Train binaire

Rappel sur les ondelettes

```

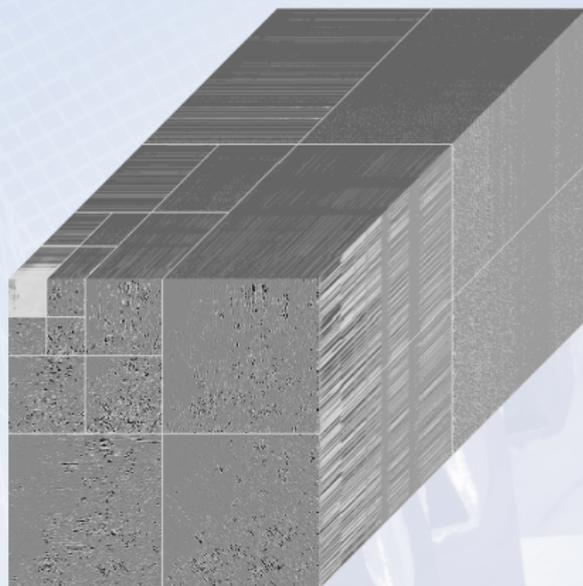
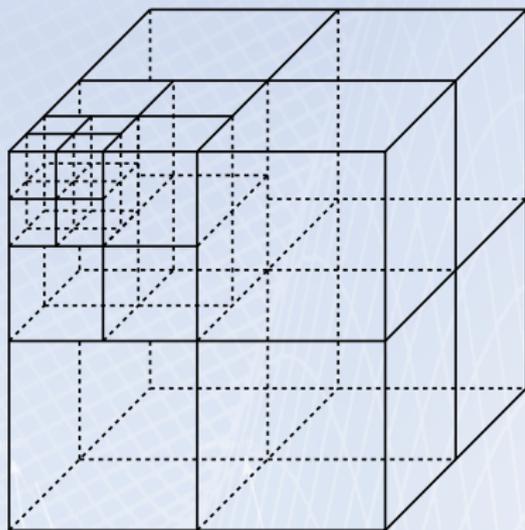
-0.1106213014287    -0.0106591171552
-0.0238494650475    0.0645338673622
0.0378284552901     0
  
```



Décomposition multirésolution (en 2D pour simplicité)

Décomposition étendue en 3D

```
-0.110621301475757 -0.0106591171757575  
-0.0238494653014757 0.0645338014757575  
0.0378244530147575 0
```



Décomposition isotropique

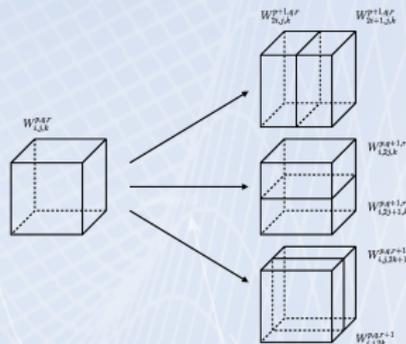
Peu adaptée aux images hyperspectrales

Utiliser la flexibilité de la transformée en ondelettes

0.110621301418787 -0.0106591177177
 -0.023849465047325 0.0645338673762

Idée

- À chaque étape de la décomposition en ondelettes, on peut choisir si on décompose ou non une sous-bande selon les 3 directions (1 + 3 choix possibles)
- Plus de flexibilité que la décomposition en paquets d'ondelettes (seulement 2 choix)



Notation des sous-bandes :
 $W^{p,q,r}$ → niveau dans la pyramide
 i,j,k → position dans le niveau

La solution optimale : théorie débit-distorsion

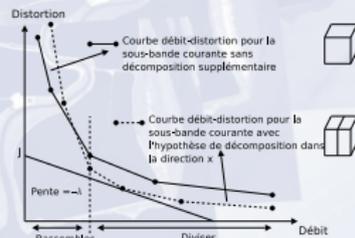
-0.110621305127 -0.010659117175
 -0.023849465107 0.064533807362
 0.037828455191 0

Minimiser la distorsion totale D sous une contrainte de débit R

- Différentes valeurs de quantification conduisent à une courbe débit-distorsion
- On introduit un paramètre λ et une fonction de coût $J = D + \lambda R$
- Optimisation par lagrangien : $\min\{D\}$ sous $R \leq R_{max} \Rightarrow \min\{D + \lambda R\}$
- Avec une contrainte d'additivité sur D et R l'optimisation peut être réalisée séparément pour chaque sous-bande (on trouve $\min\{D_k + \lambda R_k\}$ pour la sous-bande k)

Détails

- D par erreur quadratique
- R par codage arithmétique des coefficients



Défaut de la décomposition optimale et solution

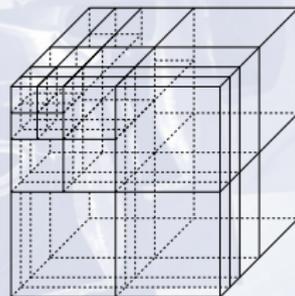
```
-0.110621305187878 -0.0106591171717171
-0.0238494650000000 0.0645338888888889
0.0378284555555556 0
```

Complexité

- Pour une image hyperspectrale de $256 \times 256 \times 224$ pixels avec au maximum 5 décompositions dans chaque direction, 250 047 sous-bandes sont considérées !
- Pour chacune de ces sous-bandes, environ 30 points de la courbe débit-distorsion sont calculés

Décomposition anisotrique

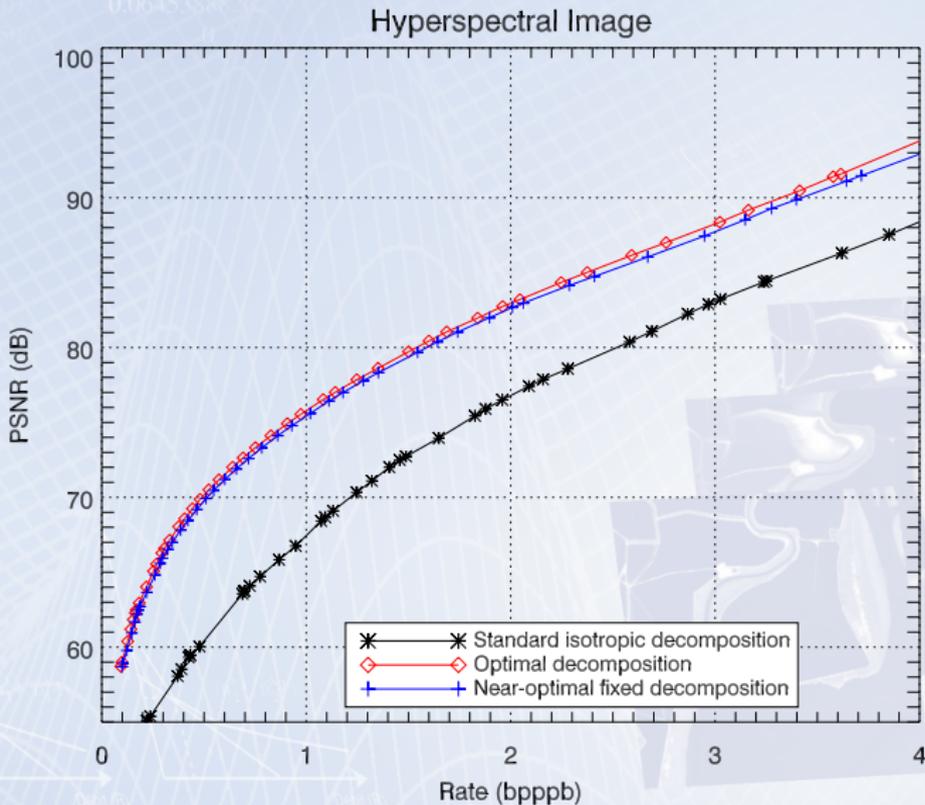
- D'abord la décomposition multirésolution complète pour chaque spectre
- Suivi de la décomposition multirésolution pour chaque plan spectral



Performances de la décomposition

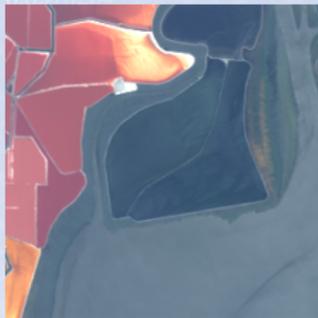
-0.110621301475
-0.023849465047
0.037828455391

-0.010659117175
0.064533867362
0



Diverses images hyperspectrales

```
-0.110621301428777 -0.0106591171717171  
-0.0238494650000000 0.0645338636363636  
0.0375244444444444 0
```



moffett4



moffett3



harvard1



hawaii1



hawaii2



hyperion1

Décomposition

```
-0.110621301478777 -0.0106591171717171
-0.0238494650000000 0.0645338000000000
0.0378284550000000 0
```

Une décomposition performante

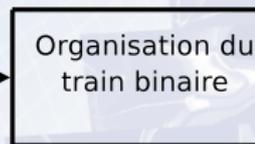
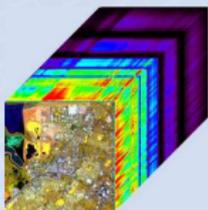
- Une amélioration évidente en terme compromis débit-distorsion
- Quasi optimale sans complexité supplémentaire
- Résultats valables pour un grand nombre d'images test

Confirmation

Justifie a posteriori l'utilisation de cette décomposition dans certains travaux : il n'y a plus grand chose à gagner à utiliser une autre décomposition

Où est-on ?

-0.110621301428 -0.040659117575
-0.023849465047 0.064533827562
0.037828455391 0



0101001101101000011000

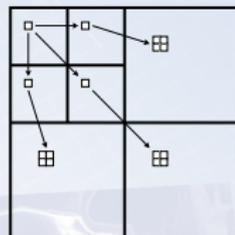
Train binaire

Principe du codage par arbre de zéros

-0.110621305125 -0.010659117175
 -0.023849465125 0.064533867175
 0.037828455125 0

Grouper

- Coder le maximum de coefficients avec un seul symbole
- Création d'une relation entre les sous-bandes de la décomposition en ondelettes : arbres



Coefficients significatifs

Si un coefficient n'est pas significatif par rapport à un seuil donné, les coefficients descendants ont une forte probabilité de ne pas être significatifs non plus

⇒ on code tous ces coefficients par un seul symbole : un *arbre de zéros*

Codage en plans de bits

-0.110621305127 -0.0106591171
 -0.023849465197 0.0645338076
 0.037824451997 0

Plans de bits par seuils

- On définit des seuils T_0, \dots, T_{K-1} , tels que $T_k = T_{k-1}/2$.
- En notant $c_{x,y,\lambda}$ le coefficient d'ondelettes en x, y, λ , on prend T_0 tel que $|c_{x,y,\lambda}| < 2T_0$
- Le coefficient $c_{x,y,\lambda}$ est significatif dans le plan de bit k si $|c_{x,y,\lambda}| \geq T_k$

63	-34	49	10	7	13	-12	7
-31	23	14	-13	3	4	6	-1
15	14	3	-12	5	-7	3	9
-9	-7	-14	8	4	-2	3	2
-5	9	-1	47	4	6	-2	2
3	0	-3	2	3	-2	0	4
2	-3	6	-4	3	6	3	6
5	11	5	6	0	3	-4	4

Coefficients

1	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

$T_0 = 32$

1	0	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

$T_1 = 16$

1	0	0	1	0	1	1	0
1	0	1	1	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	0	1
1	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0

$T_2 = 8$

Codage en arbres

```
-0.110621305128777 -0.0106591175175777
-0.0238494650477777 0.0645338675777777
0.0378284557777777 0
```

Avantages

- Excellent taux de compression
- Progressif en qualité au bit près (fully embedded)
- Bonne complexité (additions ou décalages)

Inconvénients

- Gestion des accès mémoire difficiles
- Aucune résistance aux erreurs

EZW (Embedded Zerotree Wavelet)

-0.110621301475 -0.010659117175
-0.023849465175 0.064533807175
0.037824455175 0

Origine

- J. M. Shapiro. *Embedded image coding using zerotrees of wavelet coefficients*. IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 41, no 12, p. 3445-3462, dec. 1993

Principe

- Parcours des coefficients par plans de bits en 2 passes
- 1 : Utilisation de 4 symboles pour les arbres : POS, NEG, IZ, ZTR
- 2 : Une fois qu'un coefficient est marqué comme significatif il est raffiné bit par bit

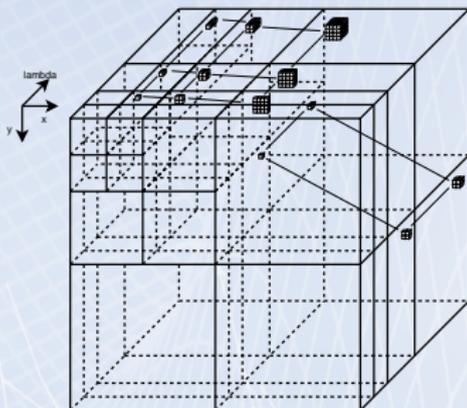
Adapter les arbres au 3D

```

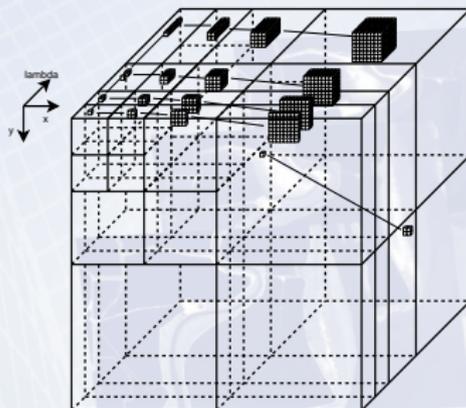
-0.110621305127577 -0.010659110717577
-0.0238494654951275 0.064533805127577
A(1,3)=0.445127577
  
```

But

Garder le plus de zéros possibles dans un seul arbre le plus longtemps possible



Arbres 3D

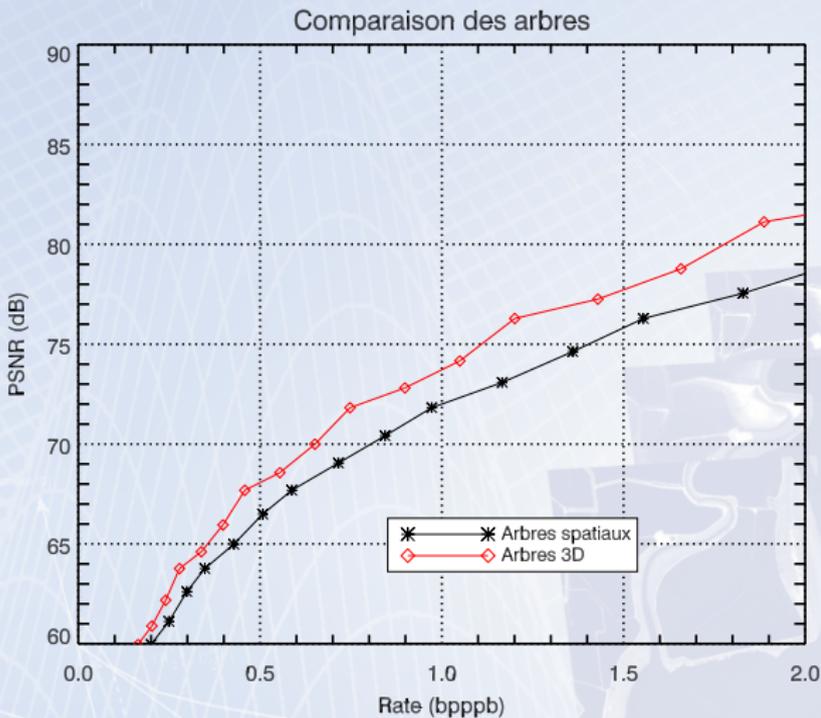


Arbres spatiaux

Résultats sur EZW

-0.110621301428
-0.023849465017
0.037828455391

-0.040659117175
0.064533867062
0



Augmenter la proportion de zéros

-0.1106213011

-0.0106591171

Idée

- Plus de zéros dans les plans de bits
⇒ plus d'arbres de zéros
⇒ plus de coefficients codés avec un seul symbole

Notation binaire signée

- Binaire classique :
 $119 = 1 * 2^6 + 1 * 2^5 + 1 * 2^4 + 1 * 2^2 + 1 * 2^1 + 1 * 2^0$ noté
(0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1)
- Binaire signée : $1 * 2^7 - 1 * 2^3 - 1 * 2^0$ noté
(1, 0, 0, 0, -1, 0, 0, -1)
- Représentation non unique : choix de la forme non adjacente
- Augmentation constatée de la proportion de zéros de 30 à 40 %

Notation binaire signée

-0.1106213051275
-0.0238494650875
-0.010659117175
0.064533807175

Domaine

- Normalement utilisée dans les systèmes cryptographiques pour une exponentiation rapide
- A priori pas d'utilisation pour du codage

Utilisation

- Possibilité de simplifier l'algorithme en supprimant la deuxième passe pour une perte de performance minime

Rate	3D-EZW	3D-EZW 1 passe	3D-EZW binaire signée 1 passe
1.0 bpppb	76.07 dB	73.46 dB	75.49 dB
0.5 bpppb	69.84 dB	67.97 dB	69.72 dB

Un autre algorithme performant : SPIHT

-0.110621305125 -0.010659117175
-0.023849465075 0.0645338075
0.03782845575 0

Set Partitioning In Hierarchical Trees

- A. Said and W. A. Pearlman, *A new, fast, and efficient image codec based on set partitioning in hierarchical trees*, IEEE Trans. on Circuits and Systems for Video Technology, vol. 6, no. 3, pp. 243-250, June 1996.

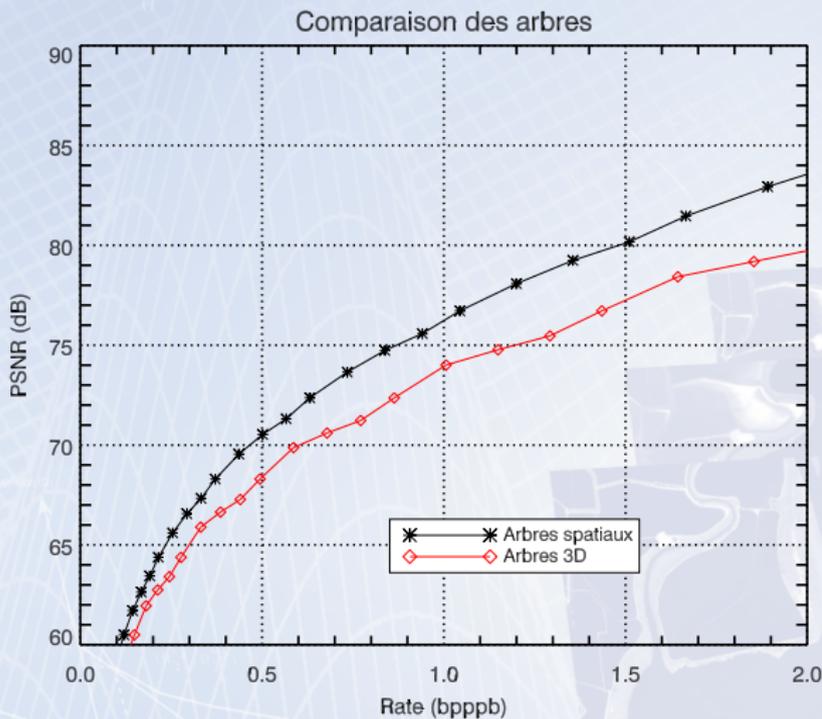
Différences avec EZW

- Taille des arbres considérés
- Fonctionnement avec des listes
- Meilleures performances sur les images 2D

Résultats sur SPIHT

-0.110621301428
-0.023849465017
0.037828455391

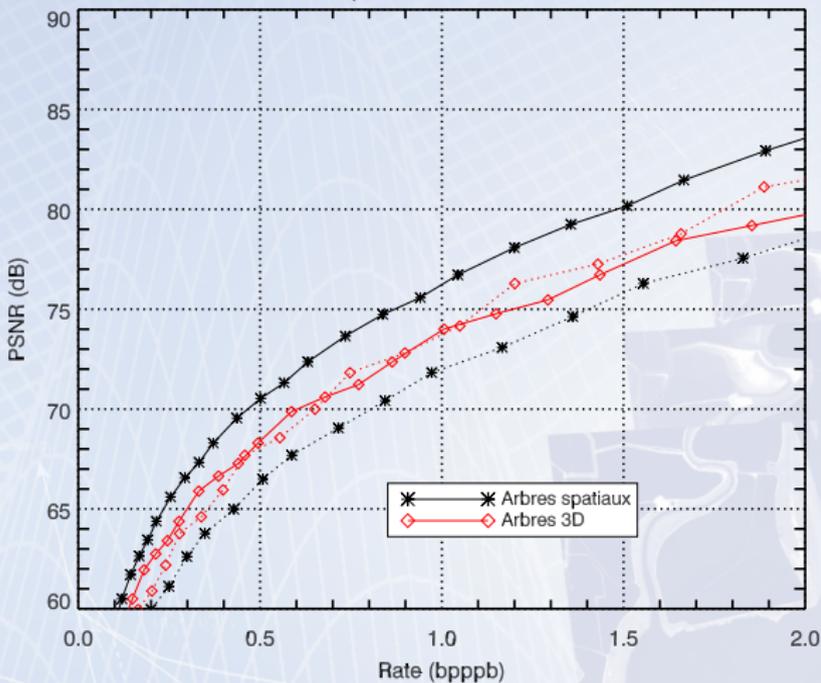
-0.040659117175
0.064533867362
0



Comparaison EZW-SPIHT

-0.110621305428 -0.040659117157
 -0.023849465017 0.064533867362
 0.037828455391 0

Comparaison des arbres



JPEG 2000

```
-0.110621301475777 -0.0106591171717575  
-0.0238494650475777 0.0645338650475777  
0.0378284550475777 0
```

Le standard

- Basé sur une transformée en ondelettes
- Codage arithmétique évolué (EBCOT)

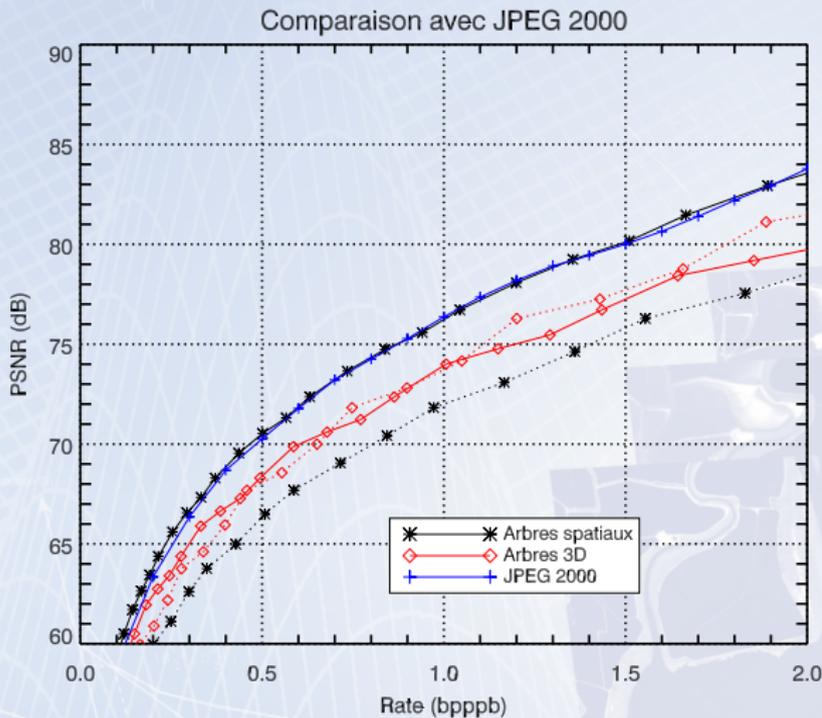
Hyperspectral et spatial

- Bonnes performances à condition d'utiliser les extensions
- Difficile à implémenter pour le spatial

Arbres de zéros ou JPEG 2000 en PSNR

-0.110621305428
-0.023849465017
0.037828455391

-0.040659117175
0.064533867362
0



Sommaire

- 
- 1 Définition
- Évaluation
 - Résultats
- 2 Compression des images hyperspectrales
- Principe
 - Transformée
 - Codage des coefficients
 - Comparaisons avec JPEG 2000
- 3 Flexibilité du train binaire
- Besoins des utilisateurs
 - Séparation en groupes
 - Codage progressif en résolution
- 4 Conclusion
- Résumé
 - Perspectives



Besoins des utilisateurs

-0.110621305127577 -0.010659117157577
-0.023849465047577 0.06453388757577
0.037828455197577 0

Accès aléatoire

- L'utilisateur n'a souvent pas besoin de toute l'image mais seulement d'accéder à une partie
- Certaines zones de l'image ne sont pas utiles : nuages, zones de mer en fonction des applications

Codage progressif en résolution

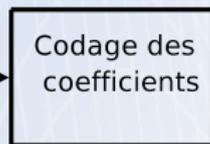
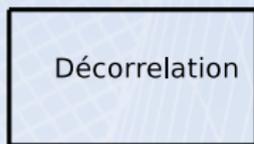
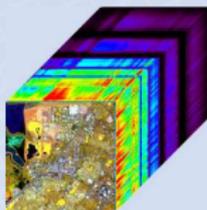
- Un grand nombre d'applications n'ont pas besoin d'une résolution maximale spatiale comme spectrale
- La contrainte de temps d'accès est de plus en plus présente

Exemple

- Dans le cadre de la charte internationale sur les risques :
- Besoin d'accéder rapidement à des zones précises sans avoir besoin de la pleine résolution pour les zones voisines (fortes contraintes de transmission)

Principe de la compression

-0.110621301428 -0.040659117157
-0.023849465047 0.064533867362
0.037828455291 0



0101001101101000011000

Train binaire

Accès aléatoire

```

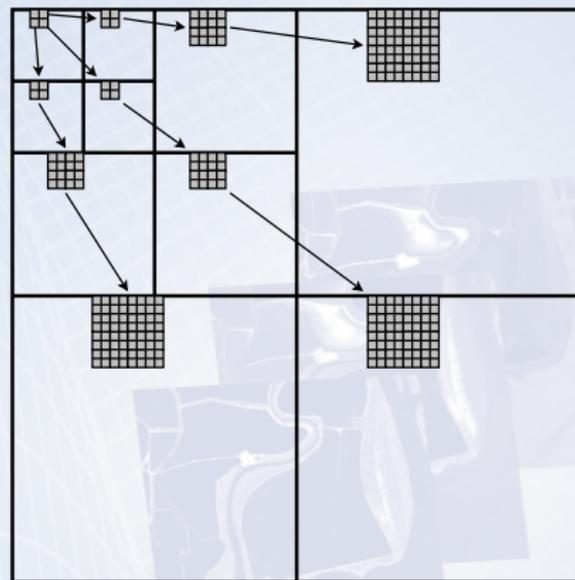
-0.110621305187575 -0.0106591175757575
-0.0238494650757575 0.0645338075757575
0.0378244550757575 0
  
```

Compression par arbre

- Réduction de la mémoire utilisée pour les listes
- Meilleure résistance aux erreurs
- Perte de la propriété de qualité progressive

Groupement

- Regroupement des pixels en groupes de $2 \times 2 \times 2$



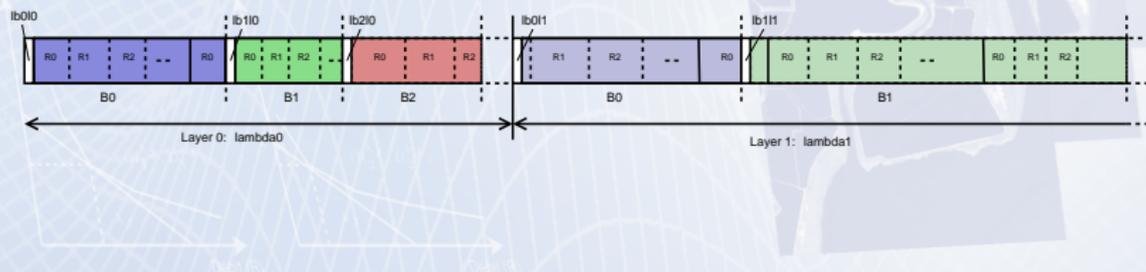
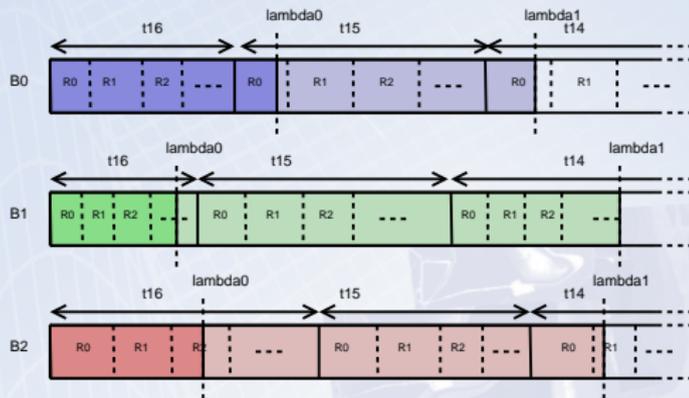
Retrouver la qualité progressive

```

-0.110621301428      -0.010659117157
-0.023849465047      0.064533867362
0.037824455191      0
  
```

Optimisation débit-distorsion

- Optimisation par Lagrangien
- Suivi de la distorsion au cours de la compression
- Mise en mémoire de points de coupure possibles



Progressif en résolution

-0.110621305128 -0.010659117575
-0.023849465047 0.064533867362
0.037828455291 0



Intérêts

- Toutes les applications n'ont pas besoin de la même résolution
- Hyperspectral : séparation des résolutions spatiales et spectrales
- Génération de *quicklook* de manière rapide
- Fusion de données de capteurs à différentes résolutions

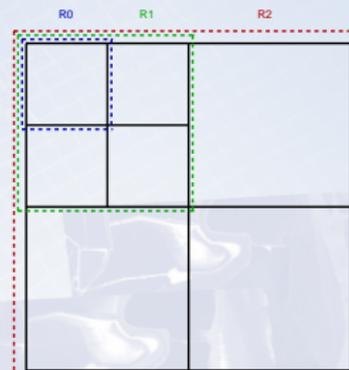
Adaptation de 3D-SPIHT

```

-0.110621305187575 -0.010659117117575
-0.023849465107575 0.064533807107575
0.037828455107575 0
  
```

Principe

- Les sous-bandes de la DWT correspondent à différentes résolutions
- Maintien de listes différentes pour chaque résolution

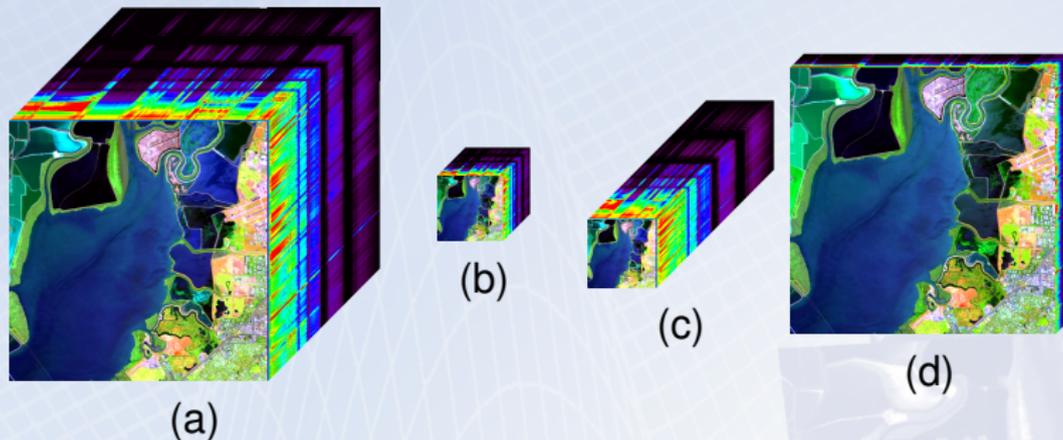


Points critiques

- Très forte dépendance entre les listes : parcours plus délicats
- Insertion d'en-tête nécessaire pour permettre les décodages partiels (coût en bits $\approx 1,26 \cdot 10^{-3} \text{bpppb}$)

Progressif en résolution

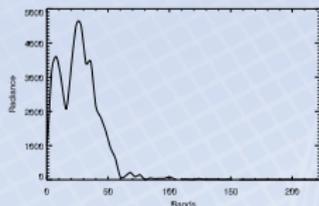
Une seule compression pour obtenir au choix :



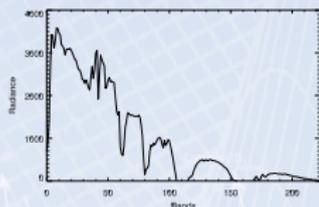
Différentes images décodées du même train binaire compressé en lisant un minimum de bits.

- (a) image à pleine résolution
- (b) image à $1/4$ en résolution spatiale et $1/4$ en résolution spectrale
- (c) image à $1/4$ en résolution spatiale et pleine résolution spectrale
- (d) image à pleine résolution spatiale et $1/8$ en résolution spectrale

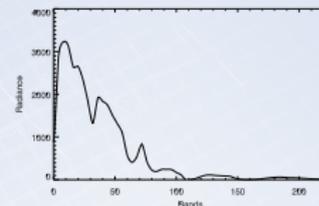
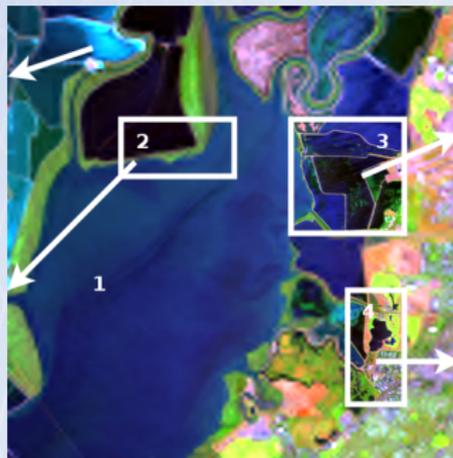
Décodage de ROI

$$\begin{pmatrix} -0.110621301478 & -0.010659117175 \\ -0.023849465107 & 0.064533867362 \\ 0.037828455191 & 0 \end{pmatrix}$$


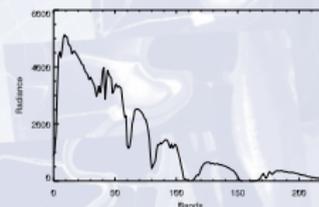
spectre de 1



spectre de 2



spectre de 3



spectre de 4

Image obtenue en lisant 17 Mbits des 312 Mbits du train binaire (5%).

Sommaire

- 
- 0.110621301175 -0.0106891175
1 389.0158785 0.0645338e-02
0.0378234 0
- 1 Définition
 - Évaluation
 - Résultats
 - 2 Compression des images hyperspectrales
 - Principe
 - Transformée
 - Codage des coefficients
 - Comparaisons avec JPEG 2000
 - 3 Flexibilité du train binaire
 - Besoins des utilisateurs
 - Séparation en groupes
 - Codage progressif en résolution
 - 4 Conclusion
 - Résumé
 - Perspectives

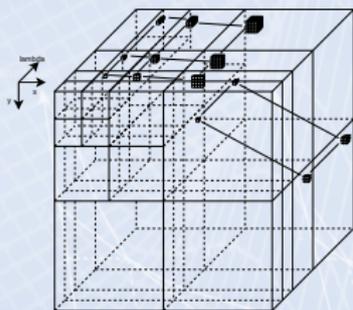
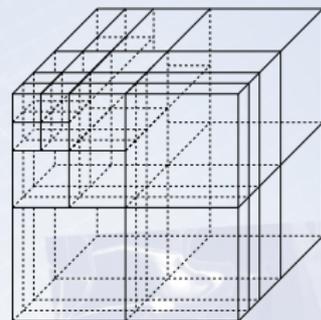


Apports de la thèse 1/2

-0.110621305127 -0.010659117575
 -0.023849465107 0.064533867362
 0.037828455390 0

Décomposition

- démonstration que la décomposition choisie est quasi-optimale au sens compromis débit-distorsion



Codage des coefficients

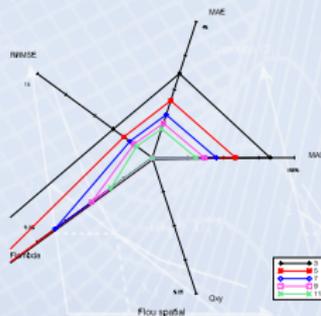
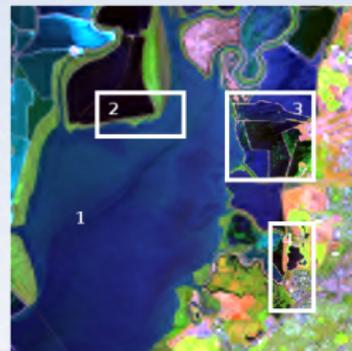
- Adaptation à l'hyperspectral des méthodes EZW et SPIHT
- Étude de plusieurs structures d'arbre
- Utilisation de la notation binaire signée pour augmenter la proportion de zéros
- Possibilité d'un codage sans pertes

Apports de la thèse 2/2

-0.110621305128 -0.01065911715
 -0.02384946509 0.06453386736
 0.03782845539 0

Structure flexible du train binaire

- Décodage à des résolutions spatiales et spectrales arbitraires
- Possibilité de favoriser des portions spectrales ou spatiales de l'image



Mesure des dégradations

- Définition d'une combinaison de critères représentatifs de l'utilisation classique des images hyperspectrales
- Représentation de ces 5 critères pour visualisation et interprétation

Perspectives

-0.110621305175
-0.023849465097
0.037824455391

-0.0106591175
0.0645338056
0

Critères qualité

- Étude exhaustive sur un grand nombre d'images
- Confirmation avec plus d'applications et vérité terrain

Compression

- Résoudre le problème des arbres à recouvrement et exploiter la notation binaire signée dans le cas de SPIHT
- Réalisation de l'implémentation bord compatible avec les contraintes spatiales
- Regions d'intérêts pour le codage à bord

Plus d'applications

- Application de l'algorithme à des séries temporelles
- Utilisation pour la distribution d'images 2D

$h_{11} = 0.85269867901$ $g_{11} = 0.78848561640$
 $h_{12} = 0.37740285890$ $g_{12} = -0.41809127370$

Compression des images hyperspectrales et son impact sur la qualité des données

Emmanuel CHRISTOPHE

Corinne Mailhes, Co-directrice de thèse, TésA/IRIT

Pierre Duhamel, Co-directeur de thèse, CNRS/LSS

Carole Thiebaut, CNES

Christophe Latry, CNES

Dominique Léger, ONERA

Dimitri Lebedeff, Alcatel Alenia Space

20 octobre 2006

Détails des critères sélectionnés

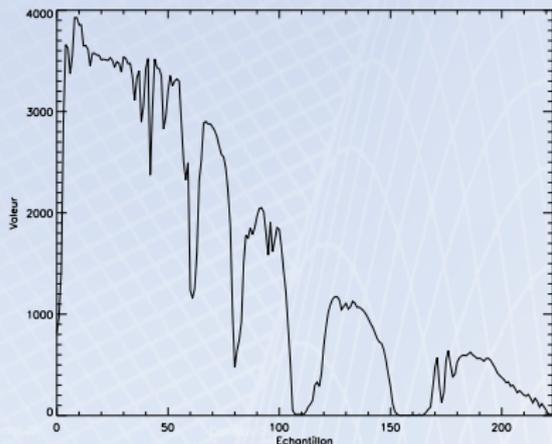
h_{ij}	g_{ij}
0.852698679011	0.788485616403
0.377402855801	-0.418092237171
-0.110621301119	-0.0106254175779
-0.022849111111	0.000000000000
0.037822222222	0.000000000000

- $MAE = \frac{\mathcal{L}_1(I - \tilde{I})}{n_x n_y n_\lambda} = \frac{1}{n_x n_y n_\lambda} \sum_{x,y,\lambda} \left| \tilde{I}(x,y,\lambda) - I(x,y,\lambda) \right|$
- $MAD = \mathcal{L}_\infty(I - \tilde{I}) = \max_{(x,y,\lambda)} \left\{ \left| \tilde{I}(x,y,\lambda) - I(x,y,\lambda) \right| \right\}$
- $RRMSE = \sqrt{\frac{1}{n_x n_y n_\lambda} \sum_{x,y,\lambda} \left(\frac{\tilde{I}(x,y,\lambda) - I(x,y,\lambda)}{I(x,y,\lambda)} \right)^2}$
- $F_\lambda = \min_{(x,y)} \left\{ 1 - \frac{\sum_\lambda [I(x,y,\lambda) - \tilde{I}(x,y,\lambda)]^2}{\sum_\lambda [I(x,y,\lambda)]^2} \right\}$
- $Q_{(x,y)} = \min_\lambda \left\{ Q(I(\cdot, \cdot, \lambda), \tilde{I}(\cdot, \cdot, \lambda)) \right\}$ où
$$Q(I_1, I_2) = \frac{4 \sigma_{I_1} \sigma_{I_2} \mu_{I_1} \mu_{I_2}}{(\sigma_{I_1}^2 + \sigma_{I_2}^2)(\mu_{I_1}^2 + \mu_{I_2}^2)} = \frac{\sigma_{I_1} \sigma_{I_2}}{\sigma_{I_1}^2 + \sigma_{I_2}^2} \cdot \frac{2 \mu_{I_1} \mu_{I_2}}{\mu_{I_1}^2 + \mu_{I_2}^2}$$

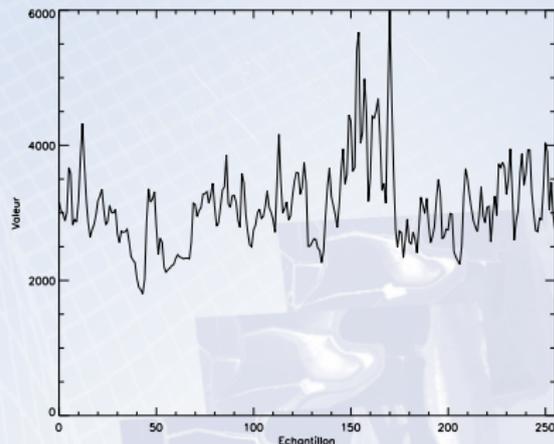
Propriétés statistiques

```
h11      g11
0.85269867901134    0.788485616403
0.37740285585138    -0.418092273713
-0.11062130191498    -0.0406894175179
0.03378284140798    0.000000000000
```

Échantillons consécutifs dans la direction *spectrale*



Échantillons consécutifs dans la direction *spatiale*



Caractéristiques différentes selon les directions \Rightarrow données fortement anisotropiques

Exemple de décomposition 2D anisotropique

b_0 g_0
0.85269867901 $\times 10^{-1}$ 0.78848561640
0.37740285861 $\times 10^{-1}$ -0.41809322373

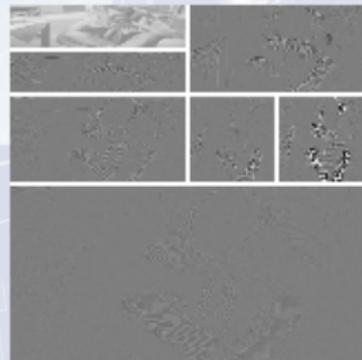
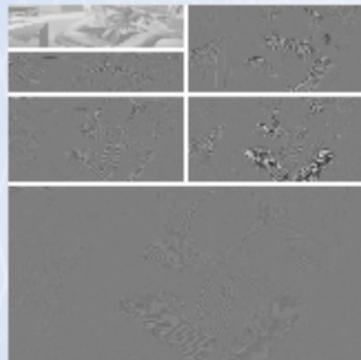
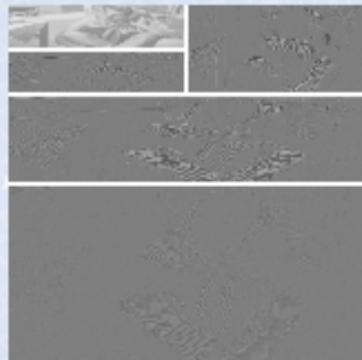
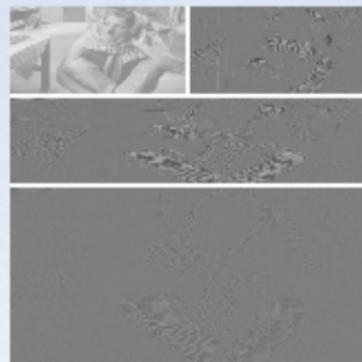
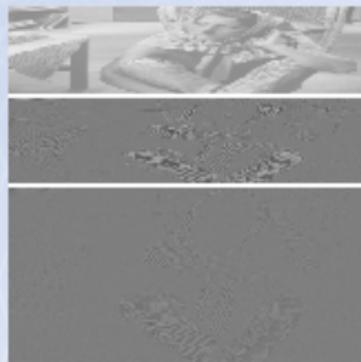


Diagramme du bruit blanc

b_0	g_0
0.85269867909134	0.788485616403
0.37740285861283	-0.418092223732
-0.110621303448	-0.0106894175079
-0.023849465045	0.0645381
0.037828455905	0

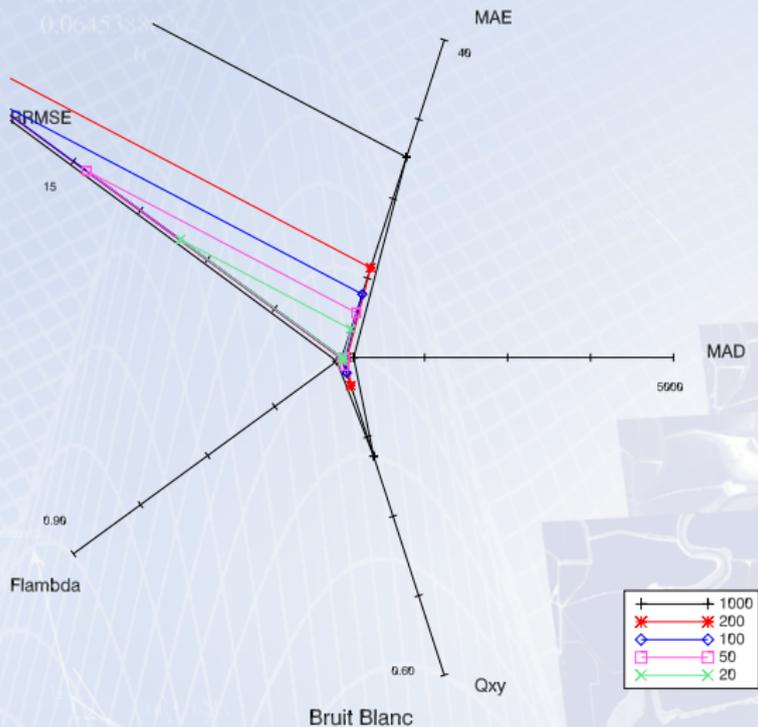


Diagramme du flou spectral

b_0	g_0
0.85269867909134	0.788485616403
0.37740285861238	-0.418092229733
-0.1106213034148	-0.0106894175679
-0.0238494650485	0.064538487362
0.0378284559013	0

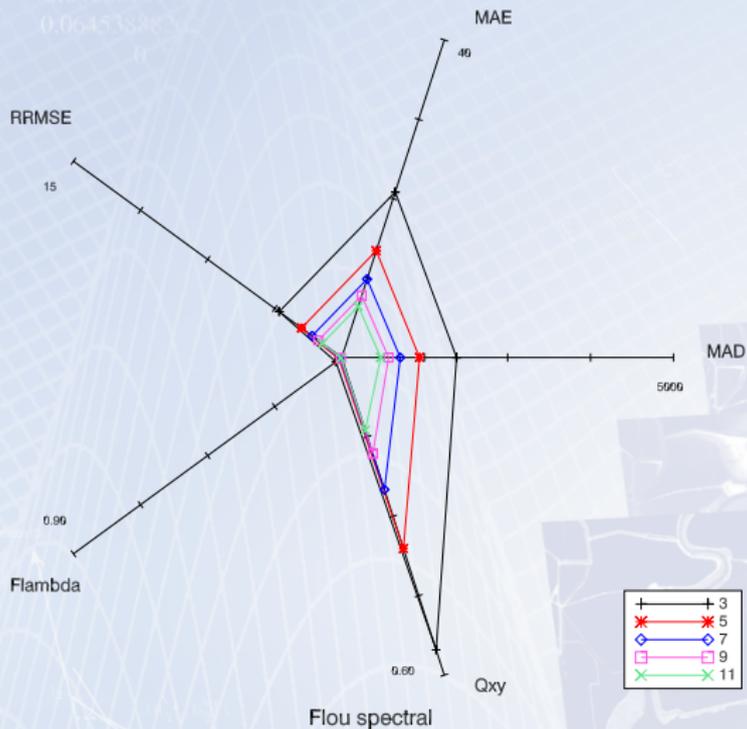


Diagramme du flou spatial

b_0	g_0
0.85269867909134	0.788485616403
0.3774028586138	-0.418092223733
-0.110621303438	-0.0106894176275
-0.023849465045	0.064538487362
0.037828455390	0

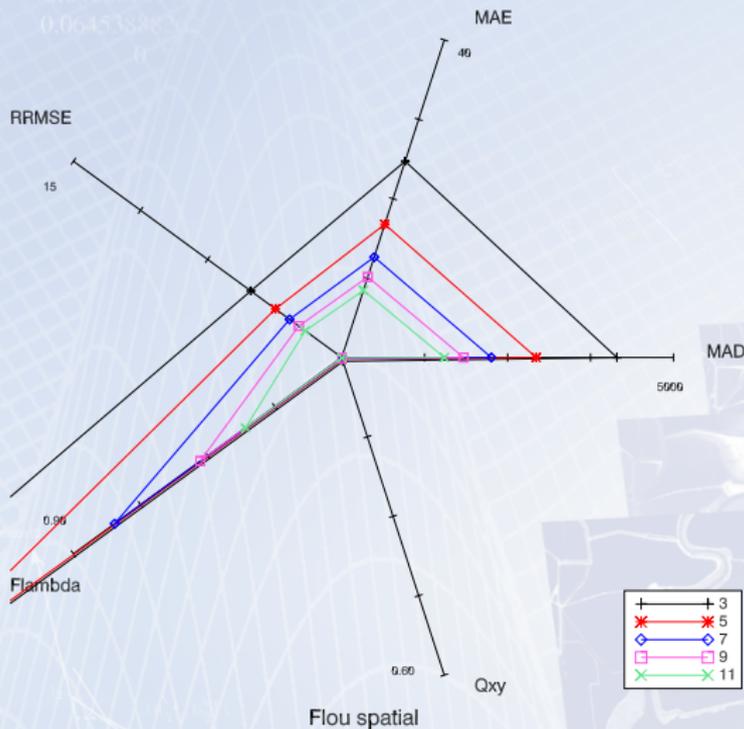
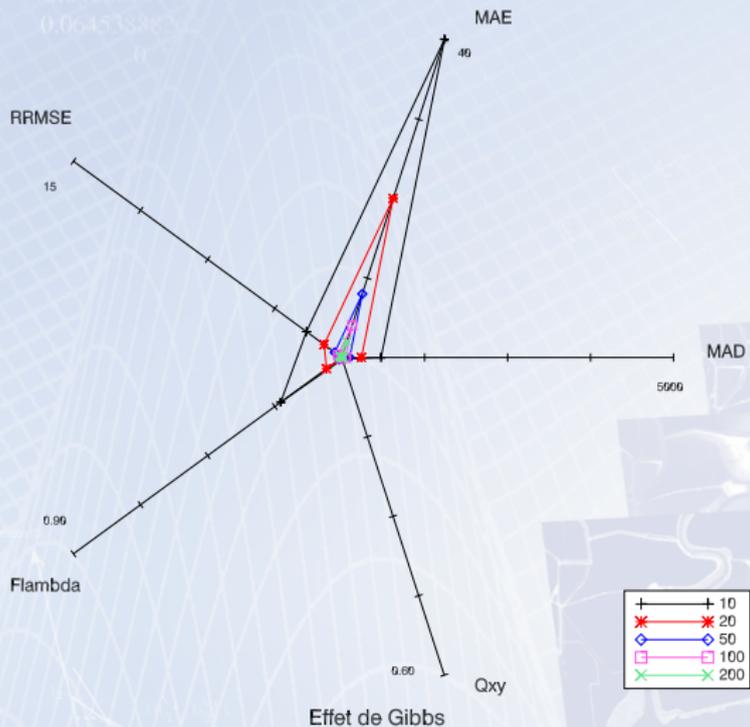


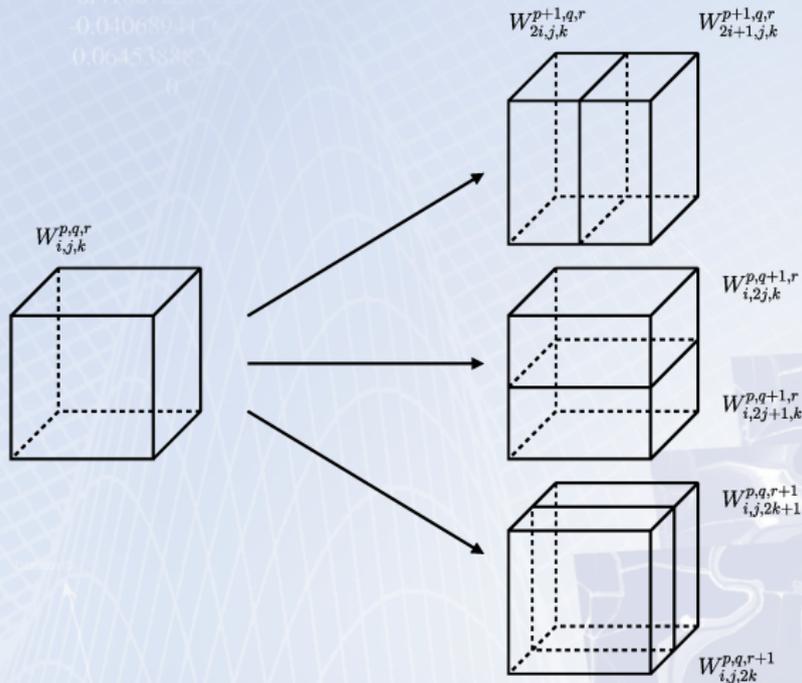
Diagramme du phénomène de Gibbs

b_0	g_0
0.85269867909134	0.788485616403
0.3774028586128	-0.418092227332
-0.110621303428	-0.0106894175079
-0.023849465045	0.06453882362
0.037828455905	0



Notation des sous-bandes

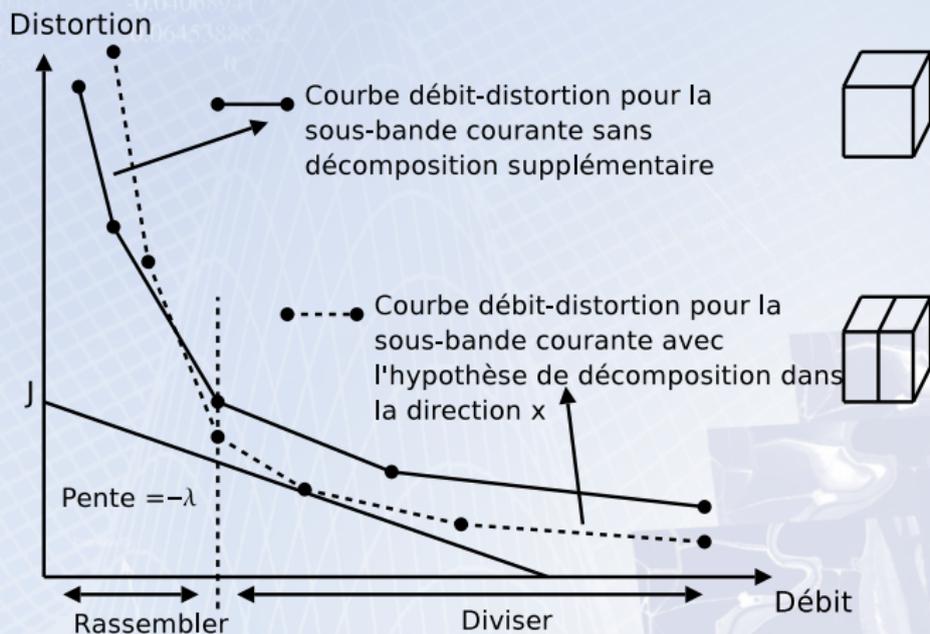
b_{ij}	g_{ij}
0.85269867909134	0.788485616403
0.37740285585134	-0.418092223713
-0.110621303149	-0.0106894175279
-0.023849465028	0.064533887362
0.037828455390	0



Notation des sous-bandes : $W_{i,j,k}^{p,q,r} \rightarrow$ niveau dans la pyramide
 $i,j,k \rightarrow$ position dans le niveau

Optimisation débit distorsion

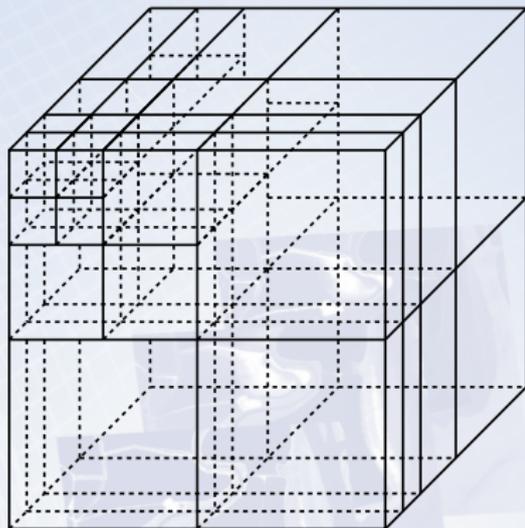
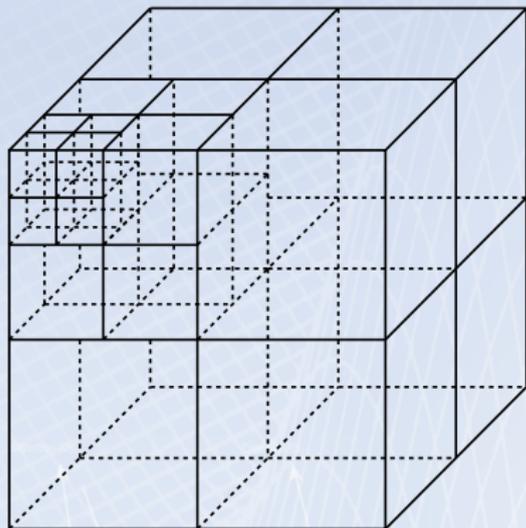
```
0.852698679011    0.788485616401
0.377402852851    -0.418092271711
-0.110621301101   -0.040689031751
-0.023849401101   0.645735887501
0.037822451101
```



Pour un λ donné, on peut choisir la solution optimale. Un λ conduit à un débit total R .

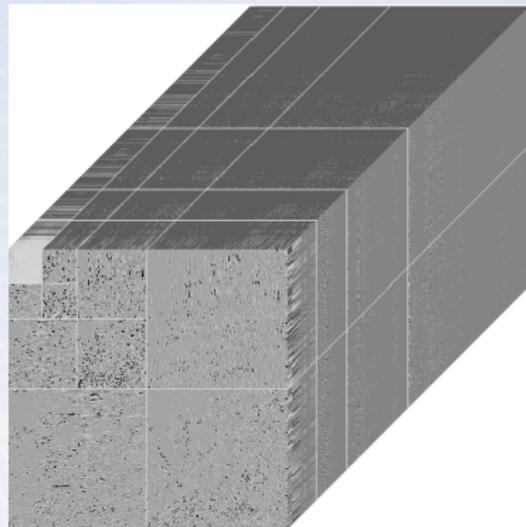
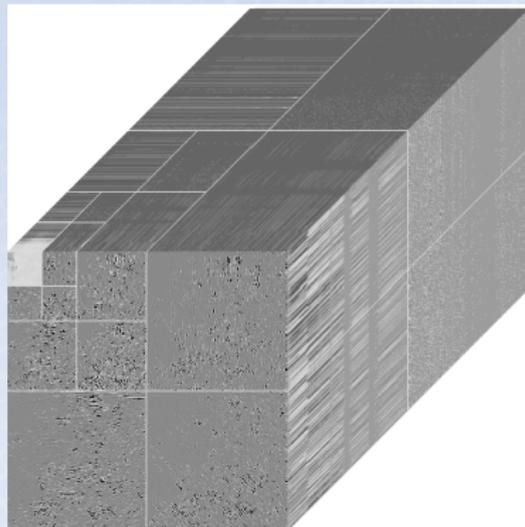
Comparaison des décompositions

h_{ij}	g_{ij}
0.85269867907124	0.788485616403
0.37740785580124	-0.418092223712
-0.1106213031124	-0.040689417512
-0.023849465024	0.06453388712
0.037828453024	0



Décomposition anisotrope

h_{ij}	g_{ij}
0.85269867903134	0.788485616403
0.37740285586138	-0.418092223333
-0.1106213031148	-0.0106891175679
-0.0238494650485	0.064538867362
0.0378284553963	0



Exemple de spectre

b_0	g_0
0.85269867903134	0.788485616403
0.37740285585134	-0.418092123134
-0.110621301134	-0.0106891175134
-0.0238491134	0.71245588134
0.0378284134	0.11345588134

